

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОЦІНКИ ВАРТОСТІ ОПЦІОНІВ ЗАСОБАМИ PYTHON

Кравчук Сергій

Науковий керівник: доктор фіз.-мат. наук, професор Плічко А.М.

*Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка,
м. Кропивницький, Україна*

У статті розглянуто задачу розробки програмного забезпечення для моделювання процесів ціноутворення фінансових деривативів. Проаналізовано особливості застосування аналітичної моделі Блека-Шоулза-Мертон та чисельних методів, таких як метод Монте-Карло та біноміальні дерева, для оцінки вартості європейських опціонів. Обґрунтовано вибір мови програмування Python та бібліотек NumPy і SciPy як ефективного інструментарію для реалізації фінансових алгоритмів. Описано архітектуру розробленої системи, яка базується на об'єктно-орієнтованому підході та патерні проєктування Model-View-Controller. Наведено результати програмної реалізації модулів розрахунку показників ризику («Греків») та візуалізації профілів прибутковості.

Ключові слова: опціон, комп'ютерне моделювання, метод Монте-Карло, Python, NumPy, фінансовий інжиніринг, оцінка ризиків.

Computer modeling of option pricing using Python

S. Kravchuk

Scientific supervisor: Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor Plichko A.M.

Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University, Kropyvnytsky, Ukraine

The article addresses the task of developing software for modeling the pricing processes of financial derivatives. The features of applying the analytical Black-Scholes-Merton model and numerical methods, such as the Monte Carlo method and binomial trees, for pricing European options are analyzed. The choice of the Python programming language and NumPy and SciPy libraries as effective tools for implementing financial algorithms is substantiated. The architecture of the developed system, based on the object-oriented approach and the Model-View-Controller design pattern, is described. The results of the software implementation of modules for calculating risk indicators ("Greeks") and visualizing profitability profiles are presented.

Keywords: option, computer modeling, Monte Carlo method, Python, NumPy, financial engineering, risk assessment.

Постановка проблеми. Сучасний етап розвитку світових фінансових ринків характеризується високим рівнем волатильності та невизначеності, що зумовлює необхідність використання ефективних інструментів управління ризиками. Опціонні контракти, як одні з найбільш поширених похідних фінансових інструментів (деривативів), відіграють ключову роль у стратегіях хеджування та спекулятивних операціях. Проте складність їхньої природи вимагає застосування нетривіального математичного апарату для визначення справедливої вартості.

У той час як класичні аналітичні моделі надають точні рішення для ідеалізованих ринкових умов, реальні задачі часто вимагають врахування стохастичної природи волатильності та специфічних умов виконання контрактів (наприклад, для американських чи екзотичних опціонів). Це робить застосування чисельних методів, таких як метод Монте-Карло, безальтернативним підходом.

Водночас, існуюче професійне програмне забезпечення (Bloomberg Terminal, Reuters Eikon) є високовартісним та часто закритим для кастомізації, що обмежує можливості дослідників та розробників. У цьому контексті актуальним науково-прикладним завданням є створення власної архітектури програмної системи для моделювання фінансових процесів. Використання сучасних мов програмування високого рівня, зокрема Python, у поєднанні з об'єктно-орієнтованим підходом, дозволяє розробити гнучкий, масштабований та ефективний інструментарій, здатний конкурувати з комерційними рішеннями у ніші наукових досліджень та експрес-аналізу.

Аналіз досліджень і публікацій. Серед вітчизняних науковців, які досліджують проблеми моделювання фінансових ризиків та адаптації західних методик до реалій економіки перехідного типу, варто відзначити праці В. В. Вітлінського [1]. Його дослідження підкреслюють важливість створення гнучких інструментів кількісного аналізу в умовах невизначеності.

Фундаментальні засади сучасної фінансової математики та теорії оцінки деривативів були закладені у класичній праці Ф. Блека та М. Шоулза [2], а також у роботі Р. Мертона [9]. Запропонована ними аналітична модель, що базується на

припущенні про геометричний броунівський рух ціни активу, стала стандартом для оцінки європейських опціонів. Однак, жорсткі обмеження моделі (стала волатильність, неможливість дострокового виконання) спонукали науковців до пошуку альтернативних чисельних методів.

Вагомий внесок у розвиток дискретних методів оцінювання зробили Дж. Кокс, С. Росс та М. Рубінштейн [4], запропонувавши біноміальну модель, яка дозволяє оцінювати американські опціони. Паралельно з цим Ф. Бойл [3] обґрунтував ефективність застосування методу статистичних випробувань (Монте-Карло) для задач фінансового інжинірингу. Системний підхід до побудови ефективних алгоритмів Монте-Карло та методів зменшення дисперсії детально розглянуто у монографії П. Глассермана [5]. Подальший розвиток стохастичних методів, зокрема алгоритмів оцінки опціонів із правом дострокового виконання (Least Squares Monte Carlo), висвітлено у роботі Ф. Лонгстаффа та Е. Шварца [7].

З технологічної точки зору, перехід від теоретичних моделей до програмної реалізації вимагає вибору ефективного інструментарію. У роботах І. Хілпіша [6] переконливо доведено переваги використання мови Python у сфері кількісних фінансів, зокрема завдяки можливостям бібліотеки NumPy. Питання обробки великих масивів фінансових даних та часових рядів, що є необхідним етапом моделювання, розкрито В. МакКінні [8]. Архітектурні аспекти наукових обчислень та оптимізації алгоритмів у Python розглянуто розробниками бібліотеки SciPy П. Віртаненом та ін. [10].

Проте, незважаючи на значну кількість публікацій, питання створення комплексної архітектури програмного забезпечення, яке б поєднувало об'єктно-орієнтований дизайн, різні методи оцінки (аналітичні та чисельні) та інтерактивну візуалізацію ризиків у єдиному додатку, потребує подальшого висвітлення.

Метою статті є розробка архітектури, алгоритмічного забезпечення та програмна реалізація системи комп'ютерного моделювання оцінки вартості опціонів засобами мови Python. Досягнення мети передбачає вирішення

наступних завдань: формалізація математичних моделей ціноутворення, проєктування ієрархії класів системи, реалізація ефективних алгоритмів розрахунку (зокрема з використанням векторизації) та створення інтерактивного графічного інтерфейсу для аналізу ризиків.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Розробка програмної системи для оцінки вартості опціонів базується на поєднанні двох фундаментально різних математичних підходів, що дозволяє забезпечити універсальність та верифікованість отриманих результатів. В якості еталонної моделі для європейських опціонів використано аналітичну модель Блека-Шоулза-Мертон, яка надає точне рішення диференціального рівняння в частинних похідних. Для випадків, що вимагають урахування складніших стохастичних процесів, реалізовано чисельний метод Монте-Карло. Математична формалізація аналітичного підходу передбачає розрахунок теоретичної вартості опціону Call (C) та Put (P) за формулами, що включають функцію кумулятивного стандартного нормального розподілу $N(x)$. Основою для програмної реалізації чисельного блоку системи є дискретизація геометричного броунівського руху, який описує динаміку зміни ціни базового активу в часі. Алгоритм методу Монте-Карло передбачає генерацію множини можливих траєкторій ціни активу від поточного моменту до моменту експірації. Майбутня ціна активу ST на кожній траєкторії моделюється відповідно до стохастичного рівняння, де Z – стандартна нормальна випадкова величина, r – безризикова ставка, σ – волатильність, а T – час до виконання. Справедлива вартість опціону визначається як дисконтоване за безризиковою ставкою математичне сподівання функції виплати по всіх згенерованих траєкторіях. Архітектура розробленого програмного комплексу спроектована з дотриманням принципів об'єктно-орієнтованого програмування, що забезпечує модульність, розширюваність та повторне використання коду. Центральним елементом архітектури є абстрактний базовий клас `PricingModel`, який декларує уніфікований інтерфейс для всіх алгоритмів оцінки. Цей клас визначає абстрактні методи `calculate_price` та `calculate_greeks`, реалізація яких делегується класам-спадкоємцям

BlackScholesModel та MonteCarloModel. Така структура дозволяє клієнтському коду, зокрема графічному інтерфейсу, взаємодіяти з різними математичними моделями поліморфно, не вдаючись у деталі їх внутрішньої реалізації. Для інкапсуляції вхідних параметрів фінансового контракту, таких як ціна спот, страйк, час, ставка та волатильність, розроблено спеціалізований клас даних OptionParams, що забезпечує цілісність передачі інформації між модулями системи.

Програмна реалізація системи виконана мовою Python з використанням бібліотек наукового стеку NumPy та SciPy. Критичним аспектом розробки модуля Монте-Карло стала оптимізація швидкодії обчислень. Враховуючи інтерпретовану природу мови Python, використання стандартних циклічних конструкцій для генерації мільйонів траєкторій призвело б до значних часових затримок. Для вирішення цієї проблеми застосовано техніку векторизації обчислень засобами бібліотеки NumPy. Замість послідовної ітерації, програма генерує одновимірний масив випадкових чисел та виконує арифметичні операції над усім масивом одночасно, використовуючи низькорівневі оптимізовані C-процедури. Це дозволило досягти продуктивності, порівнянної з компільованими мовами програмування, та забезпечити можливість інтерактивної роботи з додатком.

Важливою складовою дослідження стала розробка алгоритмів для оцінки фінансових ризиків через розрахунок коефіцієнтів чутливості, відомих як «Греки». Для аналітичної моделі реалізовано точні формули частинних похідних. Для методу Монте-Карло, де аналітичне диференціювання є неможливим, застосовано чисельний метод скінченних різниць. Алгоритм розраховує наближене значення похідної шляхом повторної оцінки вартості опціону з малим збуренням відповідного вхідного параметра. Для підвищення точності розрахунку Гамми (похідної другого порядку) використано схему центральної різниці. Забезпечення стабільності результатів при чисельному диференціюванні досягнуто шляхом фіксації початкового стану генератора випадкових чисел

(seeding), що дозволило мінімізувати вплив стохастичного шуму на оцінку різниці цін.

Для забезпечення взаємодії з користувачем розроблено графічний інтерфейс на базі бібліотеки Tkinter, побудований за патерном Model-View-Controller. Інтерфейс забезпечує валідацію вхідних даних, вибір методу моделювання та відображення результатів. Особливістю реалізації є інтеграція бібліотеки візуалізації Matplotlib безпосередньо у вікно додатка, що дозволило створити інтерактивні графіки профілів прибутковості та поверхонь волатильності. Розроблена система дозволяє досліднику проводити комплексний аналіз чутливості опціону, візуально оцінювати зони прибутковості та порівнювати результати роботи аналітичних та чисельних методів в режимі реального часу.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.

У результаті проведеного дослідження вирішено актуальну науково-прикладну задачу розробки спеціалізованого програмного забезпечення для моделювання процесів ціноутворення фінансових деривативів. Отримані результати підтвердили ефективність поєднання класичних аналітичних підходів із сучасними чисельними методами в межах єдиної програмної архітектури. Порівняльний аналіз реалізованих алгоритмів засвідчив, що модель Блека-Шоулза-Мертонна забезпечує миттєву оцінку вартості європейських опціонів і може слугувати еталоном для верифікації складніших стохастичних моделей. Водночас програмна реалізація методу Монте-Карло продемонструвала свою незамінність при аналізі сценаріїв, що виходять за межі стандартних припущень про нормальність розподілу ринкових змін.

Важливим практичним здобутком роботи стало експериментальне підтвердження доцільності використання мови програмування Python для вирішення ресурсоемних фінансових задач. Доведено, що застосування техніки векторизації обчислень на базі бібліотеки NumPy дозволяє нівелювати недоліки швидкодії інтерпретованого середовища, забезпечуючи виконання мільйонів стохастичних симуляцій за прийнятний для інтерактивної роботи час. Розроблена

об'єктно-орієнтована архітектура системи, побудована на принципах модульності та поліморфізму, довела свою гнучкість, дозволяючи легко інтегрувати нові математичні моделі без необхідності рефакторингу існуючого коду інтерфейсу користувача. Створений графічний інтерфейс із вбудованими засобами візуалізації профілів ризику перетворює розроблений програмний продукт на повноцінний інструмент підтримки прийняття рішень для фінансових аналітиків.

Перспективи подальших досліджень у цьому напрямі пов'язані з розширенням функціональних можливостей системи шляхом імплементації більш складних математичних моделей, що враховують реальні ринкові феномени. Зокрема, пріоритетним напрямком є інтеграція моделей зі стохастичною волатильністю (наприклад, моделі Хестона) та моделей зі стрибкоподібною дифузією, які краще описують поведінку активів у періоди криз. Технічний розвиток системи передбачає реалізацію алгоритму Least Squares Monte Carlo (LSM) для оцінки американських опціонів, що дозволить працювати з інструментами, які передбачають можливість дострокового виконання. Крім того, перспективним вбачається перенесення обчислювального ядра на графічні процесори (GPU) з використанням бібліотек CUDA для подальшого підвищення швидкодії, а також розробка веб-інтерфейсу для забезпечення віддаленого доступу до системи як хмарного сервісу. Окремої уваги заслуговує напрямок інтеграції методів машинного навчання для калібрування моделей волатильності на основі історичних ринкових даних.

Список використаної літератури:

1. Вітлінський В. В., Великоіваненко Г. І. Ризикологія в економіці та підприємстві : монографія. Київ : КНЕУ, 2004. 480 с.
2. Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*. 1973. Vol. 81, No. 3. P. 637–654.
3. Boyle P. P. Options: A Monte Carlo Approach. *Journal of Financial Economics*. 1977. Vol. 4, No. 3. P. 323–338.
4. Cox J. C., Ross S. A., Rubinstein M. Option Pricing: A Simplified Approach. *Journal of Financial Economics*. 1979. Vol. 7, No. 3. P. 229–263.

5. Glasserman P. Monte Carlo Methods in Financial Engineering. New York : Springer, 2004. 596 p.
6. Hilpisch Y. Python for Finance: Mastering Data-Driven Finance. 2nd ed. Sebastopol : O'Reilly Media, 2018. 720 p.
7. Longstaff F. A., Schwartz E. S. Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach. The Review of Financial Studies. 2001. Vol. 14, No. 1. P. 113–147.
8. McKinney W. Data Structures for Statistical Computing in Python. Proceedings of the 9th Python in Science Conference / ed. by S. van der Walt, J. Millman. Austin, Texas, 2010. P. 51–56.
9. Merton R. C. Theory of Rational Option Pricing. The Bell Journal of Economics and Management Science. 1973. Vol. 4, No. 1. P. 141–183.
10. Virtanen P. et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. Nature Methods. 2020. Vol. 17, No. 3. P. 261–272.

Відомості про автора:

Кравчук Сергій Васильович – студент II курсу магістратури факультету інформаційних технологій, математики та природничих наук Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка, тел. +380992218945, e-mail: 12072687@cuspu.edu.ua.