

КОМП'ЮТЕРНА МОДЕЛЬ SEIR-V ЗАСОБАМИ PYTHON

Щербаков Андрій

Науковий керівник: канд. тех. наук., доцент Ткачук А. І.

*Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка,
м. Кропивницький, Україна*

У статті розглядається актуальна задача розробки програмного інструментарію для моделювання та аналізу динаміки поширення інфекційних захворювань. Обґрунтовано вибір компартментної моделі типу SEIR-V, яка, на відміну від класичних аналогів, враховує процеси вакцинації, а також фактори втрати природного та вакцинного імунітету. Проведено формалізацію моделі у вигляді системи звичайних диференціальних рівнянь. Розроблено архітектуру програмного комплексу на основі об'єктно-орієнтованого підходу. Реалізацію здійснено мовою програмування Python із використанням наукових бібліотек NumPy та SciPy для чисельного розв'язання диференціальних рівнянь та бібліотеки PyQt для створення інтерактивного графічного інтерфейсу користувача. Проведено серію обчислювальних експериментів, які підтвердили коректність роботи програмного продукту та дозволили дослідити вплив різних стратегій вакцинації на перехід епідемії в ендемічний стан. Отримані результати демонструють ефективність застосування розробленого програмного забезпечення для підтримки прийняття рішень у сфері охорони здоров'я.

Ключові слова: математичне моделювання, SEIR-V, епідеміологія, Python, SciPy, чисельні методи, об'єктно-орієнтоване програмування.

Computer model SEIR-V using Python

A. Shcherbakov

Scientific supervisor: Candidate of Technical Sciences, associate professor Tkachuk A.I.

Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University, Kropyvnytsky, Ukraine

The article is devoted to the development of software tools for modeling and analyzing the dynamics of infectious disease spread. The choice of the SEIR-V compartmental model is justified, which, unlike classical analogues, takes into account vaccination processes as well as factors of waning natural and vaccine-induced immunity. The model is formalized as a system of ordinary differential equations. The architecture of the software complex is developed based on the object-oriented approach. The implementation is carried out in the Python programming language using the NumPy and SciPy scientific libraries for the numerical solution of differential equations and the PyQt library for creating an interactive graphical user interface. A series of computational experiments were conducted, which confirmed the correctness of the software product and allowed investigating

the impact of different vaccination strategies on the transition of the epidemic to an endemic state. The obtained results demonstrate the effectiveness of using the developed software for decision support in the healthcare sector.

Keywords: mathematical modeling, SEIR-V, epidemiology, Python, SciPy, numerical methods, object-oriented programming.

Постановка проблеми. Сучасні виклики у сфері глобальної безпеки охорони здоров'я, зокрема пандемія COVID-19, продемонстрували критичну необхідність у наявності ефективних інструментів прогнозування епідеміологічної ситуації. Математичне моделювання поширення інфекційних захворювань трансформувалося з суто теоретичної дисципліни на прикладний інструмент підтримки прийняття управлінських рішень. Особливої актуальності набуває задача моделювання процесів в умовах масової імунізації населення, оскільки стратегії вакцинації є ключовим фактором стримування пандемій.

Проте існує розрив між теоретичними математичними моделями та їх практичним застосуванням фахівцями, які не володіють глибокими знаннями в галузі диференціальних рівнянь чи програмування. Більшість існуючих рішень є або надмірно спрощеними, або реалізовані як складні скрипти, непридатні для швидкого сценарного аналізу. У зв'язку з цим виникає актуальна науково-практична задача розробки гнучкого програмного забезпечення, яке поєднує точність сучасних компартментних моделей (типу SEIR-V) із доступністю графічного інтерфейсу, що дозволяє проводити оперативний аналіз типу «what-if» для оцінки ефективності різних стратегій вакцинації.

Аналіз досліджень і публікацій. Фундаментальні засади математичного моделювання епідемій були закладені у класичних працях В. Кермака та А. МакКендріка, які у 1927 році запропонували детерміновану модель SIR [4]. Ця робота стала базисом для розуміння порогових умов виникнення епідемій. Подальший розвиток цього напрямку, систематизований у ґрунтовному огляді Х. Хеткота [3], призвів до появи моделей класу SEIR. Введення додаткового компартменту для інкубаційного періоду, як це було обґрунтовано Дж. Ароном та І. Шварцем [1], дозволило значно точніше описувати динаміку таких інфекцій, як

кір та грип, а також пояснювати феномени сезонності та хаотичної поведінки спалахів.

З початком пандемії COVID-19 науковий фокус змістився на моделювання специфічних аспектів поширення коронавірусної інфекції. У роботі групи дослідників на чолі з К. Лі [6] було продемонстровано ефективність застосування SEIR-подібних моделей для оцінки базового репродуктивного числа та інкубаційного періоду на основі реальних клінічних даних. Проте з початком масової імунізації виникла необхідність у врахуванні фактору вакцинації. Сучасні дослідження, зокрема праці Дж. Ву [10] та Д. Гао [2], активно розвивають моделі типу SEIR-V, які включають компартменти для вакцинованих осіб. Важливим аспектом, на якому наголошується у дослідженнях М. Тоди [9] та в оглядовій роботі С. Мура [7], є необхідність врахування недовговічності імунітету (як природного, так і вакцинного), що призводить до повернення індивідів у групу сприйнятливих та виникнення ендемічних хвиль.

Водночас аналіз інструментарію реалізації показує, що мова програмування Python завдяки екосистемі наукових бібліотек стала де-факто стандартом у цій галузі. Як показано у роботі Л. Леліса [5], використання бібліотек NumPy та SciPy дозволяє ефективно розв'язувати системи диференціальних рівнянь великої розмірності. Практичні аспекти застосування Python для епідеміологічного моделювання детально розглянуті у посібнику Р. Томпсона [8]. Однак більшість проаналізованих публікацій фокусуються або на математичних аспектах моделі, або на статистичному аналізі даних, приділяючи недостатню увагу архітектурним питанням створення повноцінних програмних систем з інтерактивним графічним інтерфейсом, здатних інтегрувати ці моделі у зручний для користувача продукт, що і зумовлює актуальність даного дослідження.

Метою статті є розробка та програмна реалізація комп'ютерної моделі SEIR-V засобами мови Python, що включає створення архітектури програмного комплексу, реалізацію чисельних методів розв'язання системи диференціальних рівнянь та розробку інтерактивного графічного інтерфейсу для дослідження

впливу стратегій вакцинації на динаміку епідеміологічного процесу в умовах недовговічного імунітету.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Основою розробленого програмного комплексу є детермінована компартментна модель типу SEIR-V, адаптована для довгострокового прогнозування динаміки інфекційних захворювань. На відміну від класичної моделі SIR [4], яка розглядає лише три стани популяції, запропонована модель поділяє загальну популяцію N на п'ять взаємовиключних груп (компартментів): сприйнятливі (S), вакциновані (V), контактні або особи в інкубаційному періоді (E), інфіковані (I) та одужалі (R). Динаміка переходів між цими станами описується системою звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, де враховуються процеси інфікування, латентного розвитку хвороби, одужання, вакцинації, а також втрати набутого імунітету.

Математична формалізація моделі має вигляд системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta \frac{SI}{N} - \nu S + \alpha_R R + \alpha_V V, \\ \frac{dV}{dt} &= \nu S - \alpha_V V, \\ \frac{dE}{dt} &= \beta \frac{SI}{N} - \sigma E, \\ \frac{dI}{dt} &= \sigma E - \gamma I, \\ \frac{dR}{dt} &= \gamma I - \alpha_R R.\end{aligned}$$

У наведеній системі параметр β визначає коефіцієнт передачі інфекції, що характеризує інтенсивність контактів між інфікованими та сприйнятливими особами. Параметр σ є оберненою величиною до середньої тривалості інкубаційного періоду, а γ — оберненою величиною до середньої тривалості інфекційного періоду. Ключовою особливістю даної моделі є введення параметрів α_R та α_V , які описують швидкості втрати природного та вакцинного імунітету відповідно, що дозволяє моделювати повернення осіб до групи сприйнятливих S. Параметр ν (ню) характеризує темп вакцинації. Аналітичне

дослідження даної системи дозволило вивести формулу для базового репродуктивного числа R_0 , яке є пороговим параметром стабільності безхворобного стану: $R_0 = \frac{\beta}{\gamma} \left(\frac{\alpha_V}{\alpha_V + \nu} \right)$. Ця залежність демонструє, що збільшення темпів вакцинації ν безпосередньо знижує ефективне значення репродуктивного числа.

Програмну реалізацію моделі виконано мовою програмування Python, вибір якої обґрунтовано наявністю потужного стеку наукових бібліотек [5, 8]. Архітектуру програмного комплексу побудовано на основі об'єктно-орієнтованого підходу, що забезпечує модульність та можливість подальшого розширення. Обчислювальне ядро базується на бібліотеці SciPy, зокрема для чисельного інтегрування системи рівнянь використано метод Рунге-Кутти 4-5 порядку (функція `solve_ivp`), що забезпечує високу точність та стабільність розв'язку жорстких систем. Для візуалізації результатів моделювання застосовано бібліотеку Matplotlib. Графічний інтерфейс користувача (GUI) реалізовано за допомогою бібліотеки PyQt, що дозволило створити інтерактивне середовище для введення параметрів моделі, запуску симуляції та динамічного відображення графіків зміни чисельності компартментів у часі.

Для верифікації розробленого програмного продукту та дослідження динаміки епідемічного процесу було проведено серію обчислювальних експериментів. На першому етапі здійснювалася валідація моделі шляхом порівняння її результатів з відомою поведінкою класичної моделі SEIR. Для цього параметри вакцинації та втрати імунітету були прирівняні до нуля. Результати моделювання продемонстрували типову криву епідемічного спалаху з одним піком та подальшим формуванням колективного імунітету, що підтвердило коректність програмної реалізації базових механізмів передачі інфекції.

Наступний етап досліджень був присвячений аналізу впливу недовговічності імунітету. Введення ненульових значень параметрів α_R та α_V (що відповідає середній тривалості імунітету 180 та 365 днів відповідно)

призвело до якісної зміни поведінки системи. Замість згасання епідемії спостерігався перехід у затяжний ендемічний стан, що характеризується періодичними загасаючими хвилями захворюваності. Це підтверджує, що ігнорування фактору втрати імунітету в довгострокових прогнозах може призводити до суттєвої недооцінки епідеміологічних ризиків.

Ключовим результатом роботи став порівняльний аналіз стратегій вакцинації в умовах ендемічного стану. Було змодельовано три сценарії з різними темпами вакцинації v : повільним (0.1% сприйнятливих на добу), помірним (0.5%) та агресивним (1.5%). Результати показали існування критичного порогу інтенсивності імунізації. У сценаріях з повільною та помірною вакцинацією розраховане значення R_0 залишалось вищим за одиницю ($R_0 > 1$), що призводило лише до зниження висоти піків, але не зупиняло циркуляцію вірусу в популяції. Натомість у сценарії агресивної вакцинації значення R_0 опустилося нижче одиниці ($R_0 \approx 0.76$). Це призвело до швидкого згасання захворюваності та повної елімінації інфекції в рамках моделі. Отримані дані дозволяють стверджувати, що для ефективного подолання епідемії необхідне досягнення темпів вакцинації, що перевищують критичний поріг, який визначається параметрами моделі, тоді як недостатньо інтенсивна вакцинація лише переводить епідемію у керовану, але хронічну фазу.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.

У роботі розв'язано актуальну науково-прикладну задачу розробки програмного інструментарію для моделювання та сценарного аналізу динаміки поширення інфекційних захворювань. Побудована та програмно реалізована математична модель типу SEIR-V, на відміну від класичних підходів, дозволяє комплексно досліджувати вплив кампаній з вакцинації з урахуванням фактору недовговічності імунного захисту. Застосування об'єктно-орієнтованого підходу та сучасних бібліотек мови Python дозволило створити гнучку архітектуру та інтуїтивно зрозумілий графічний інтерфейс, що робить розроблений продукт доступним для використання фахівцями у сфері охорони здоров'я, які не мають глибокої підготовки в галузі програмування.

Результати проведених чисельних експериментів підтвердили гіпотезу про те, що в умовах втрати імунітету епідемічний процес схильний до переходу в стійкий ендемічний стан із періодичними хвилями захворюваності. Ключовим висновком дослідження є встановлення існування критичного порогу інтенсивності вакцинації. Доведено, що стратегії з низькими та помірними темпами імунізації здатні лише пом'якшити пікові навантаження на медичну систему, тоді як повна елімінація інфекції можлива лише за умови агресивної вакцинації, що забезпечує зниження базового репродуктивного числа до значень, менших за одиницю. Отримані результати мають практичну цінність для планування протиепідемічних заходів та оцінки необхідних ресурсів.

Перспективи подальших наукових пошуків у даному напрямі пов'язані з модифікацією розробленої моделі шляхом введення вікової структури популяції. Це дозволить використовувати матриці контактів для моделювання передачі вірусу між різними демографічними групами та шукати оптимальні стратегії пріоритетизації вакцин. Іншим важливим вектором розвитку є інтеграція стохастичних методів моделювання, що дасть змогу досліджувати ймовірнісні аспекти виникнення спалахів у малих популяціях та аналізувати ризики появи нових штамів вірусу в умовах неповної вакцинації.

Список використаної літератури:

1. Aron J. L., Schwartz I. B. Seasonality and chaos in measles epidemics. *Journal of Theoretical Biology*. 1984. Vol. 110, № 4. P. 665–679.
2. Gao D. et al. A novel fractional-order SEIRV model with vaccination and waning immunity. *Chaos, Solitons & Fractals*. 2021. Vol. 152. Art. 111333.
3. Hethcote H. W. The Mathematics of Infectious Diseases. *SIAM Review*. 2000. Vol. 42, № 4. P. 599–653.
4. Kermack W. O., McKendrick A. G. A Contribution to the Mathematical Theory of Epidemics. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*. 1927. Vol. 115, № 772. P. 700–721.
5. Lelis L. P. A., Santos J. V. S., Costa W. P. A Python-based SEIR-V model for simulation and analysis of COVID-19 vaccination strategies. *Journal of Computational Science*. 2021. Vol. 55. Art. 101452.
6. Li Q. et al. Early Transmission Dynamics in Wuhan, China, of Novel Coronavirus–Infected Pneumonia. *The New England Journal of Medicine*. 2020. Vol. 382, № 13. P. 1199–1207.

7. Moore S., O'Malley G., O'Donnell D. A review of SEIR models with vaccination for COVID-19. *Infectious Disease Modelling*. 2022. Vol. 7, № 2. P. 209–224.
8. Thompson R. N. Python for Epidemiologists: A practical guide to data analysis and modeling. Boca Raton : Chapman and Hall/CRC, 2023. 230 p.
9. Toda M. SEIR-S model analysis of the COVID-19 pandemic: A case study of Japan. *Infectious Disease Modelling*. 2021. Vol. 6. P. 562–578.
10. Wu J., Wang Z., Liu J. An enhanced SEIR model for prediction of COVID-19 with vaccination effect. *Proceedings of the 2022 7th International Conference on Intelligent Computing and Signal Processing (ICSP)*. Xi'an, China, 2022. P. 1172–1176.

Відомості про автора:

Щербаков Андрій Олегович – студент II курсу магістратури факультету інформаційних технологій, математики та природничих наук Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка, тел. +380957114776, e-mail: 12072662@cuspu.edu.ua.