

ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНІ АСПЕКТИ ТА СТРУКТУРА ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ В КУРСІ СТЕРЕОМЕТРІЇ

Яковенко Олександр, Гуртовий Юрій

*Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка,
м. Кропивницький, Україна*

У статті представлено аналіз психолого-педагогічних аспектів ефективного формування та розвитку просторового мислення в учнів середньої та старшої школи під час вивчення стереометрії. З психолого-педагогічної точки зору розглядаються особливості розвитку просторових уявлень, роль наочності та активної пізнавальної діяльності в цьому процесі, а також механізми інтеріоризації зовнішніх дій з просторовими об'єктами у внутрішні розумові операції. Здійснюється акцент на структуру просторового мислення, його компоненти та засоби формування в процесі вивчення стереометрії.

Ключові слова: просторове мислення, стереометрія, наочність, методика викладання, психолого-педагогічні аспекти.

Psychological and pedagogical aspects and structure of spatial thinking in the course of stereometry

O. Yakovenko, Yu. Gurtovyy

Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University, Kropyvnytsky, Ukraine

The article presents an analysis of the psychological and pedagogical aspects of the effective formation and development of spatial thinking in middle and high school students during the study of stereometry. From a psychological and pedagogical point of view, the features of the development of spatial ideas, the role of clarity and active cognitive activity in this process, as well as the mechanisms of internalization of external actions with spatial objects into internal mental operations are considered. The emphasis is on the structure of spatial thinking, its components and means of formation in the process of studying stereometry.

Keywords: spatial thinking, stereometry, visualization, teaching methods, psychological and pedagogical aspects.

Постановка проблеми. Актуальність дослідження психолого-педагогічних та методичних аспектів розвитку просторового мислення в курсі стереометрії зумовлена низкою чинників, які свідчать про існування значних розривів між теоретичною важливістю цього виду мислення та реальною ефективністю його формування у шкільній практиці.

Просторове мислення є ключовою інтелектуальною здатністю, необхідною не лише для успішного засвоєння стереометрії та інших природничо-математичних дисциплін (фізики, креслення, інженерної графіки), але й для успішної діяльності у багатьох сучасних професіях (ІТ, архітектура, дизайн, медицина, інженерія). Незважаючи на це, аналіз освітніх результатів та педагогічна практика показують, що значна частина учнів відчуває серйозні труднощі у:

- 1) сприйнятті та інтерпретації плоских зображень просторових фігур (креслень);
- 2) виконанні ментальних ротацій та трансформацій геометричних об'єктів;
- 3) уявленні та побудові перерізів складних тіл;
- 4) переході від наочно-образного мислення до абстрактно-логічного при розв'язанні стереометричних задач.

Традиційні методики викладання стереометрії часто базуються на репродуктивному підході та недостатньо враховують психолого-педагогічні закономірності розвитку просторових уявлень. Зокрема, існують такі проблеми:

- 1) недостатнє використання наочності та моделювання: незважаючи на визнання важливості геометричної наочності, її використання часто обмежується демонстрацією готових моделей без залучення учнів до активного технічного моделювання чи побудови;

- 2) недосконала система задач: переважання задач, що вимагають застосування формул, над задачами, які стимулюють творче просторове мислення та вимагають маніпуляції образами;

- 3) слабка інтеграція інноваційних технологій: потенціал цифрових інструментів (зокрема 3D-моделювання) для візуалізації просторових об'єктів та динамічних процесів використовується фрагментарно або не використовується взагалі.

Хоча в психології існують ґрунтовні дослідження просторового мислення (праці П.Я. Гальперіна, Б.Г. Ананьєва, І.С. Якиманської [2, с.123]), необхідна їх систематизація та адаптація до конкретних умов викладання шкільного курсу

стереометрії. Потрібно чітко визначити етапи та умови для поетапного формування складних просторових дій, що дозволить педагогам цілеспрямовано керувати цим процесом.

Таким чином, виникає проблема пошуку та наукового обґрунтування ефективного комплексу психолого-педагогічних умов, методичних прийомів та дидактичних засобів, які забезпечать інтенсивний та якісний розвиток просторового мислення учнів під час вивчення курсу стереометрії в умовах сучасної школи.

Аналіз досліджень і публікацій. Аналіз наукової літератури, присвяченої проблемі розвитку просторового мислення в курсі стереометрії, демонструє її багатоаспектність та значну увагу з боку педагогів, психологів та методистів.

А. Пуанкаре зазначає, що математика вивчає не предмети, а лише зв'язки між ними. Математичне мислення – це гранично абстрактне, теоретичне мислення, об'єкти якого позбавлені будь-якої матеріальності і можуть інтерпретуватися довільним чином, аби при цьому зберігалися задані між ними відношення [6, с.134].

Просторове мислення завжди розглядалося вченими – математиками, педагогами та психологами – як одна з найважливіших складових математичного мислення, математичних здібностей.

Один із перших, хто системно дослідив формування просторових уявлень у дітей був швейцарський психолог Жан Піаже [8, с.97]. Відповідно до його наукових досліджень становлення просторового мислення в дітей відбувається за наступних етапів когнітивного розвитку: сенсомоторний, доопераційний та етап конкретних операцій. Ж. Піаже відзначав, що здатність до ментальних трансформацій формується поступово через діяльність і взаємодію з предметним світом.

Л.С. Виготський [3, с.58] зазначав, що просторове мислення розвивається у соціальному контексті, через взаємодію з дорослими, більш того мова є важливим інструментом, що структурує просторові образи.

Ж. Брунер [7, с.145] створив теорію трьох способів репрезентації знань: дія, образ, символ; довів, що розвиток просторового мислення проходить через поєднання маніпулятивного, образного та символічного досвіду.

Г. Гарднер [7, с.153] ввів поняття просторового інтелекту в межах теорії множинних інтелектів та показав, що здатність працювати з простором є окремою когнітивною системою, пов'язаною з мистецтвом, конструюванням, архітектурою, технікою.

Роджер Шепард і Жаклін Метцлер [6, с.147] першими експериментально довели існування ментального обертання об'єктів; розробили методики вимірювання швидкості та точності просторових трансформацій; заклали основу сучасних тестів на просторове мислення.

І.С. Якиманська [3, с.94] досліджувала специфіку розвитку просторових уявлень у шкільному віці, розглядаючи їх як основу для формування геометричних понять. Вона виділяла важливість формування вмінь «читати» креслення та оперувати ними.

В.А. Гусєв, В.І. Крупіч, Н.О. Тарасенкова [1, с.75] приділяли значну увагу ролі задач на побудову перерізів та графічних робіт як основного інструменту розвитку просторового мислення. Вони обґрунтовували необхідність спеціальної системи вправ, що забезпечують поступове ускладнення просторових операцій.

Значна частина сучасних публікацій [1;3-5] (зокрема роботи М.І. Бурди, Л.О. Овечко, І.О. Теплицький) присвячена методиці використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), програм 3D-моделювання (GeoGebra, SketchUp) для підвищення наочності та інтерактивності навчання.

Розвиток просторового мислення учнів під час вивчення стереометрії є критично важливим завданням української методики навчання математики. Хоча над цією проблемою працювали такі видатні українські педагоги-математики та методисти, як З.І. Слєпкань [4] (у контексті формування узагальнених математичних вмінь) та О.М. Астряб [2, с.79] (щодо наочності та активізації

пізнання), імена яких традиційно асоціюються з розвитком геометричних здібностей, ця тема все ще потребує глибокого та системного дослідження.

Об'єкт дослідження – просторове мислення в процесі навчання стереометрії в закладах загальної середньої освіти.

Предмет дослідження – психолого-педагогічні умови формування та структура просторового мислення учнів під час вивчення курсу стереометрії.

Мета статті: здійснити аналіз поняття «просторове мислення» з точки зору психолого-педагогічної теорії.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Ж. Брунер [7, с.82], використовуючи метод кореляційного аналізу, з'ясував, що коефіцієнт кореляції між успішною навчальною діяльністю в різних областях математики становив: між алгеброю та арифметикою – 0,79, між алгеброю та геометрією – 0,66, між арифметикою та геометрією – 0,58. На підставі цих результатів автор робить висновок, що арифметичні, алгебраїчні та геометричні здібності являють собою різні самостійні групи здібностей. Дослідження В. Брунера стало відправним для цілого ряду подібних досліджень. А. Роджерс, Л. Менденкамп, А. Кеймерон, Х. Олдхем [7, с.83] різними шляхами з використанням розроблених ними методів також дійшли висновку про різну природу здібностей до різних галузей математики.

На основі досліджень відповідних вчених можливо виділити такі фактори, що визначають математичні здібності:

- Загальний (генеральний) фактор. Результати математичних тестів, спрямованих на вивчення цього фактора, мали досить високу кореляцію з результатами тестів на загальний інтелектуальний розвиток.
- Обчислювальний фактор. Він має значення як для швидкості обчислення, так і для розв'язання арифметичних задач.
- Вербальний фактор. Багато вчених [1;3-5] виявили, що математичні тести високо корелюють із вербальними, і з цього відповідно роблять висновок про важливе значення здатності висловлювати усно математичні зв'язки та відношення.

– Просторовий фактор. Недостатньо вивчений, але є припущення про зв'язок зорових та геометричних тестів.

– Фактор міркування. Багато дослідників поділяють його на кілька факторів, у тому числі на дедуктивний та індуктивний. Деякі вчені трактують його як процес мислення взагалі, і як процес розв'язання задач, пов'язаний із маніпулюванням символами та абстракціями.

Зокрема, одне з найбільш цікавих досліджень структури математичного мислення провели В. Хаєкер та Т. Циген [6, с.175]. Автори насамперед виділили чотири основні суміжні компоненти, що становлять «ядро» математичного мислення: просторовий, логічний, числовий та символічний. Кожен із цих компонентів вони спробували розкласти на простіші складові. Зокрема, просторовий компонент, який нас цікавить, представлений (найбільш цікаво та повно порівняно з іншими) такою структурою:

1. Розуміння просторових фігур, образів та їх комплексів.
2. Пам'ять на просторові образи (просторові уявлення).
3. Просторові абстракції (уміння бачити у просторових об'єктах спільні ознаки).
4. Просторове комбінування (розуміння та самостійне знаходження зв'язків і відношень просторових об'єктів).

Великий інтерес для нашого дослідження становить робота З.І. Слєпкань [4], у якій робиться спроба розробити структуру розумової діяльності учнів у галузі геометрії та виокремити в цій структурі так званий «просторовий компонент». У структурі розумової діяльності в галузі геометрії З.І. Слєпкань виділяє 6 компонентів: інтуїтивний, просторовий, метричний, логічний, конструктивний та символічний. Зокрема, просторовий компонент, який нас цікавить, включає, на думку автора, серед найважливіших, такі підкомпоненти: одномірні, двомірні та тривимірні евклідові уявлення та просторові абстракції; рухливість уявлень; узагальненість уявлень; орієнтація у просторі; стійкість уявлень, просторова пам'ять; упізнавання образів; уміння аналізувати та синтезувати геометричні образи; просторова уява.

У формуванні кожної з цих властивостей просторового компонента в учнів середньої школи умовно виділяють п'ять рівнів: елементарний, фрагментарний, статистично-динамічний, динамічний, творчий.

Говорячи про дослідження українських учених, слід також відзначити роботу Л.О. Овечко, у якій він приділяє особливу увагу проблемі розвитку просторової уяви школярів. Він зазначає, що «задачі розвитку просторової уяви повинні вирішуватися більш ефективно як на уроках стереометрії, так і при вивченні планіметрії» [3].

Він зазначає, що «завдання розвитку просторової уяви повинні вирішуватись ефективніше як на уроках стереометрії, так і при вивченні планіметрії» [3]. У цьому напрямі автор виділяє такі завдання:

1. Формування геометричної уяви щодо об'єктів, що розглядаються на площині.
2. Вивчення площинних образів у різних положеннях у тривимірному просторі та їх взаємного розташування.
3. Формування понять планіметрії не лише за допомогою традиційних планіметричних засобів (креслення, таблиці тощо), а й за допомогою стереометричних тіл та їх перерізів.
4. Узагальнення деяких основних планіметричних понять відносно тривимірного простору.

Як зазначає З.І. Слєпкань, просторове мислення «є складний ... процес, у якому представлені результати безпосереднього чуттєвого сприйняття реального світу, ... їх понятійної обробки та уявного перетворення цих результатів під впливом вимог завдання, суб'єктивних установок особистості, особливостей минулого досвіду, професійних інтересів та намірів» [4]. Таким чином, просторове мислення розуміється як вид розумової діяльності, що забезпечує створення просторових образів і оперування ними в процесі розв'язання різних практичних і теоретичних завдань.

Довільне оперування образами особливо чітко спостерігається у шкільному віці, коли йде інтенсивний психічний розвиток. Учень опановує

відповідні засоби інтелектуальної діяльності, що забезпечують створення образів та їх перетворення, яке ґрунтується на довільній зміні системи відліку, використанні різнотипної наочної основи.

Просторове мислення це такий вид розумової діяльності, який формується та розвивається у різних видах діяльності (як практичної, так і теоретичної). Для його розвитку велике значення мають продуктивні форми діяльності: конструювання, образотворча (графічна) творчість, науково-технічна діяльність. Наприклад, розв'язання багатьох конструктивно-технічних завдань, створення та експлуатація сучасної техніки тісно пов'язане з необхідністю читати та використовувати різноманітні технічні документації, вираженої в наочно-графічній формі. Адекватне читання розрахунково-графічної схеми передбачає створення образу, в якому узагальнені та злиті воедино такі фактори, як:

- 1) особливості всієї конструкції;
- 2) функціональне призначення окремих її частин;
- 3) їхнє просторове розміщення тощо.

В ході оволодіння такими продуктивними видами діяльності цілеспрямовано формуються вміння представляти в просторі результати своїх дій і втілювати їх у малюнках, кресленнях; подумки створювати образи об'єктів; видозмінювати їх і створювати нові образи відповідно до вже створених.

У своїх найрозвиненіших формах просторове мислення виявляється у процесі розв'язання графічних завдань, де обчислення просторових співвідношень, їх перетворення, здійснюється вже з урахуванням розумово-знакових зображень (малюнок, креслень, схем тощо.). У ході розв'язання таких завдань виникає об'єктивна необхідність створення та оперування просторовими образами, у структурі яких відображені форма, величина, співвідношення між об'єктами геометричного простору, а також кількісні характеристики об'єктів і проєкційні ознаки їх просторового розміщення.

На основі досліджень, проведених групою вчених, зокрема З.І.Слепкань [4] робить висновок, що просторове мислення формується в процесі розв'язання завдань з використанням різнотипного наочного матеріалу, що вимагають:

- 1) уявного перетворення наочної основи, що сприймається;
- 2) довільного відтворення образів по пам'яті (без опори на наочну основу) та утримання їх в умі;
- 3) видозміна образів відповідно до необхідності за заданими або довільно обраними ознаками.

Як було зазначено, розв'язання завдання у образах здійснюється найчастіше з опорою на наочний матеріал. Наочні образи створюються на основі використання різних предметних, умовно-графічних, знаково-символічних зображень. Часто потрібно як створити образ на основі наочної опори, так і перейти від однієї опори до іншої, тобто. поєднати в одному образі змісту, отриманого на основі різного наочного матеріалу.

При цьому слід зазначити, що на одній і тій самій наочній основі в однієї людини можуть виникнути різні образи, залежно від умов завдання. Тобто образ є динамічною оперативною характеристикою, на відміну від наочної основи.

У практиці роботи сучасної школи принцип наочності у навчанні іноді розуміють надто вузько, зводячи його практичну реалізацію лише до використання різних наочних посібників. Однак саме в математиці, зокрема в стереометрії, наочність слід розуміти в дуже широкому значенні. Вимога наочності має значною мірою визначатися сутністю проблеми: іноді гарний і наочний на перший погляд прийом має надто спеціальний, приватний характер, що не веде до створення цільного образу, необхідного при розв'язанні цієї проблеми. Наочна основа має створювати в учнів односторонніх звужених образів. Основною вимогою, що пред'являються до наочної основи, є всебічне освітлення властивостей представленого об'єкта з метою створення повноцінного адекватного образу.

Як наочний матеріал можуть виступати:

1. Натуральні (речові) моделі (предмети, геометричні тіла, макети, муляжі тощо).
2. Умовно-графічні зображення (креслення, проекції, перерізи, схеми і т.д.).

3. Знакові моделі (графіки, графічні карти, діаграми, математичні та хімічні формули та символи та інші інтерпретовані знакові системи).

4. Комп'ютерні моделі (переданий по мережі текст або зображення, способи представлення інформації на екрані комп'ютера, графіка та звук).

Всі ці види навчальної наочності чуттєво сприймаються, але їх зміст принциповий і сприймається по-різному, що визначає характер просторових образів, що виникають на їх основі, з різним ступенем узагальненості, умовності, динамічності. Це зумовлює особливості оперування образами, перекодування в ході розв'язання завдання.

Основу просторового мислення становить діяльність про уявлення, про яку йшлося раніше, що протікає у різноманітних формах на рівнях: 1) створення образу; 2) оперування ним.

Структура цієї діяльності, умови її здійснення в обох випадках різні: у першому випадку вона спрямована на формування просторового образу на основі якого-небудь об'єкта; у другому – з його переробки, перетворення. І в тому і в іншому випадку діяльність уявлення носить перетворювальний характер, але здійснюється в різних умовах і на різному матеріалі. При створенні способу розумового перетворення виникає наочна основа, на основі якої образ виникає. При оперуванні належним чином уявно видозмінюється вже створений образ, нерідко в умовах повного абстрагування від основи.

Звісно, таке розмежування не можна розглядати як абсолютне. Елементи перетворення просторового образу мають місце і в ході його створення, так само і саме оперування образом в кінцевому рахунку спрямоване на створення нового образу. Однак, розрізняючи процеси створення образу і оперування ним, ми аналізуємо їх з погляду тієї діяльності уявлення, якою вони забезпечуються. Таке їхнє розрізнення дає можливість розмежувати ці процеси та визначити їх взаємозалежності.

У педагогічній літературі [1-4] визначено послідовність етапів формування просторових образів тривимірних об'єктів:

1) сприйняття та аналіз наочної моделі об'єкта;

- 2) створення просторових уявлень про об'єкт;
- 3) оперування створених об'єктів;
- 4) встановлення взаємозв'язку між об'єктом та його графічним зображенням;
- 5) встановлення взаємозв'язку між двовимірним уявленням про об'єкт та його реальним графічним зображенням.

Ми пропонуємо виділити у структурі просторового мислення такі компоненти:

- 1) створення просторового образу на наочній або абстрактній основі;
- 2) видозміна вихідного образу в нових умовах відповідно до вимог нового завдання;
- 3) відтворення образу у змінених умовах та оперування ним;
- 4) створення нових образів на основі узагальнених образів, створених раніше.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.

Просторове мислення – це вид розумової діяльності людини, який забезпечує створення просторових образів та оперування ними у процесі розв'язання будь-яких задач. З погляду психології, це складний психічний процес, що включає ідентифікацію об'єктів, побудову на цій основі адекватних образів та оперування ними. Просторове мислення є різновидом образного мислення, в якому основні його складові (динамічне перекодування образів, оперування ними) проявляються у своїй найвищій формі. Відсутність єдиної точки зору з багатьох питань формування просторового мислення, зокрема в курсі стереометрії, передбачає необхідність продовження та поглиблення досліджень у відповідному напрямку.

Список використаної літератури:

1. Бурда, М. І., Тадєєв, В. О. Теорія і методика навчання математики: розвиток просторового мислення, стереометрія. Житомир : Житомирський державний університет імені Івана Франка, 2017. 228 с.
2. Волкова Н. П. Педагогіка: посібник. Київ : Академія, 2019. 576 с.

3. Овечко Л. О. Формування просторових компонент мислення на уроках геометрії: дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Київ, 2020. 238 с.
4. Слєпкань З. І. Дидактичні основи розвитку просторового уявлення учнів засобами проблемного навчання в курсі стереометрії. Наукові записки НПУ ім. М. П. Драгоманова. Серія: Педагогічні науки. 2008. № 7 (68). С. 110-118.
5. Теплицький І. О., Акуленко О. В. STEM-освіта як засіб розвитку пізнавального інтересу учнів до математики. Науковий вісник Ужгородського національного університету. Серія: Педагогіка, соціальна робота. 2021. Вип. 1 (48). С. 136-140.
6. Boyer, C. B., Merzbach, U. C. A History of Mathematics. 3rd ed. New York : Wiley, 2019. 640 p.
7. Bruner J. S. The Process of Education. – Cambridge : Harvard University Press, 2006. 192 p.
8. Matthews M. R. Science Teaching: The Contribution of History and Philosophy of Science. 20th Anniversary Revised and Expanded Edition. New York : Routledge, 2015. 416 p.

Відомості про авторів:

Яковенко Олександр Вікторович – студент II курсу магістратури факультету інформаційних технологій, математики та природничих наук Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка, тел. +380687948302, email:12072650@cuspu.edu.ua@gmail.com.

Гуртовий Юрій Валерійович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики, фізики та методик викладання Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка, тел. 0673055210, e-mail: y.v.hurtovyi@cuspu.edu.ua.