

**ПРО ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕГРАЦІЇ ЗАСОБІВ НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИКИ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ ТЕМИ «ПІРАМІДА»
В 11 КЛАСІ**

Ігнатенко Римма, Нічишина Вікторія

*Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка,
м. Кропивницький, Україна*

У статті представлено досвід інтеграції традиційних та інформаційно-комунікаційних засобів навчання математики під час вивчення теми «Піраміда» в 11 класі. Показано, що поєднання підручника, реальних моделей, мультимедійної презентації, динамічних 3D-моделей у GeoGebra, інтерактивних вправ Wordwall і тестових ігор Kahoot створює цілісне навчальне середовище, яке сприяє розвитку просторового мислення, пізнавальної активності та вміння застосовувати математичні знання на практиці. Інтегрований підхід забезпечує глибше розуміння властивостей і елементів піраміди, робить навчання наочним і дослідницьким та підсилює міжпредметні зв'язки з інформатикою, фізикою й технологіями. Зазначено, що використання авторських інтерактивних матеріалів і STEM-елементів позитивно впливає на мотивацію учнів та формує сучасні компетентності, необхідні для успішного вивчення стереометрії.

Ключові слова: інтеграція, засоби навчання, математика, вивчення, піраміда.

On the use of integrated mathematics teaching methods in the teaching of the topic

«Pyramid» in the 11th grade

R. Ihnatenko, V. Nichyshyna

Nichyshyna V.V.

*Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University,
Kropyvnytsky, Ukraine*

The article illustrates the experience of integrating traditional and information and communication technologies in teaching mathematics when studying the topic “Pyramid” in the 11th grade. It shows that combining textbooks, real models, multimedia presentations, dynamic 3D models in GeoGebra, interactive Wordwall exercises, and Kahoot test games creates a holistic learning environment that promotes the development of spatial thinking, cognitive activity, and the ability to apply mathematical knowledge in practice. The integrated approach provides a deeper understanding of the properties and elements of a pyramid, makes learning visual and exploratory, and strengthens interdisciplinary connections with computer science, physics, and technology. It is

noted that the use of author's interactive materials and STEM elements has a positive effect on student motivation and shapes the modern competencies necessary for the successful study of stereometry.

Keywords: integration, teaching aids, mathematics, learning, pyramid.

Постановка проблеми. Сучасна освітня парадигма характеризується переходом від традиційних методів викладання до інноваційних підходів, що передбачають інтеграцію різноманітних засобів навчання для підвищення ефективності освітнього процесу. Вивчення стереометрії, зокрема, теми «Піраміда» в 11 класі, потребує від учнів розвинутого просторового мислення, здатності до абстрагування та візуалізації геометричних об'єктів, що часто викликає значні труднощі в учнів старшої школи. Традиційні методи навчання, що базуються переважно на використанні підручника, дошки та статичних моделей, виявляються недостатньо ефективними для формування глибокого розуміння властивостей піраміди, її елементів та метричних співвідношень. Інтеграція сучасних цифрових технологій, динамічних математичних середовищ, STEM-елементів та інтерактивних методів навчання створює нові можливості для покращення якості математичної освіти та підвищення мотивації учнів. Особливої актуальності набуває питання доцільного поєднання традиційних та інноваційних засобів навчання в єдиній методичній системі, що забезпечить комплексний підхід до формування математичної компетентності старшокласників. Проблема інтеграції різних засобів навчання математики потребує ретельного дослідження з точки зору методичної доцільності, психолого-педагогічної обґрунтованості та практичної ефективності їх застосування у шкільній практиці.

Аналіз досліджень і публікацій. Питання використання цифрових технологій у навчанні математики активно досліджується сучасними науковцями, особливо в контексті розвитку просторового мислення та візуалізації геометричних понять. У методичних рекомендаціях О. Чемерис, А. Прус та О. Фонарюк «Майстерня GeoGebra: практичний підхід до візуалізації математики» подано системний огляд інструментів GeoGebra для побудови фігур на площині та у просторі, створення динамічних моделей і дослідження

математичних залежностей [6]. Автори підкреслюють, що використання інтерактивних моделей сприяє глибшому розумінню стереометричного матеріалу та формуванню навичок роботи з цифровими освітніми ресурсами, що є особливо важливим для теми «Піраміда».

У статті В. Нічишиної, Ю. Ботузової та Р. Ріжняка «Наступність методів навчання розв’язування математичних задач у школі та закладі вищої освіти: контекст інтегративного підходу» акцентовано увагу на важливості узгодженості методів та засобів навчання між різними освітніми рівнями [5]. Дослідники наголошують, що інтегративний підхід забезпечує цілісність математичної підготовки та сприяє розвитку в учнів умінь застосовувати знання у нових ситуаціях. Представлені ідеї підсилюють значущість використання сучасних цифрових ресурсів як інструментів інтеграції теоретичного матеріалу та практичної діяльності учнів у процесі вивчення стереометричних тем.

Особливо цінним для нашого дослідження є напрацювання М. Малої, які представлено у кваліфікаційній роботі «Методика вивчення теми «Піраміда» з використанням комп’ютерних 3D-моделей» [4]. Авторка доводить ефективність тривимірних моделей для формування просторових уявлень учнів, вивчення елементів піраміди, її властивостей та перерізів. У роботі проаналізовано можливості спеціалізованих програм і платформ 3D-моделювання та окреслено методичні прийоми їх інтеграції на уроках геометрії. Це дослідження підкреслює важливість використання цифрових моделей як засобу підвищення наочності та інтерактивності навчального процесу, що безпосередньо співвідноситься з метою нашого дослідження.

Мета статті – обґрунтувати особливості інтеграції традиційних та інформаційно-комунікаційних засобів навчання математики під час вивчення теми «Піраміда» в курсі геометрії старшої школи та визначити методичні умови їх ефективного використання для формування просторового й логічного мислення учнів.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Інтеграція засобів навчання математики під час вивчення теми «Піраміда» розглядається як

цілісний педагогічний процес, спрямований на поєднання традиційних та інформаційно-комунікаційних технологій задля підвищення ефективності навчання та розвитку просторового мислення учнів. Сучасні дослідження показують, що інтеграція створює синергетичний ефект: дидактичні можливості одного засобу суттєво посилюють можливості іншого, а учні отримують змогу розглядати математичні поняття не фрагментарно, а в єдиній цілісній системі. Особливо яскраво ці переваги проявляються у процесі навчання стереометрії, де візуалізація, моделювання, маніпулювання параметрами об'єктів та проведення перерізів суттєво впливають на результати навчання.

Традиційні засоби навчання, такі як підручник, креслярські інструменти, плакати та статичні моделі, відіграють базову роль у формуванні первинних уявлень про піраміду як просторову фігуру. Підручник забезпечує структуровану подачу теоретичного матеріалу: означення піраміди, її елементів (вершини, ребер, граней, висоти, апофеми), формул для обчислення площі та об'єму, властивостей зрізаних пірамід тощо. Креслення на дошці допомагають закріпити вміння зображувати просторові фігури у площині, працювати з паралельним проєктуванням, позначати видимі й невидимі ребра. Статичні моделі створюють основу для початкової просторової уяви: учні можуть потримати їх у руках, розглянути розгортки, визначити розміщення елементів фігури. Проте такі засоби мають обмежену динамічність, а для частини учнів, особливо з несформованим просторовим мисленням, робота лише зі статичними засобами є недостатньою.

В умовах Нової української школи дедалі більшого значення набувають цифрові та інтерактивні засоби, що забезпечують динамічну візуалізацію просторових об'єктів. Серед них особливе місце посідає GeoGebra 3D, що широко застосовується у вивченні стереометричних фігур і дозволяє створювати інтерактивні, параметричні та дослідницькі моделі.

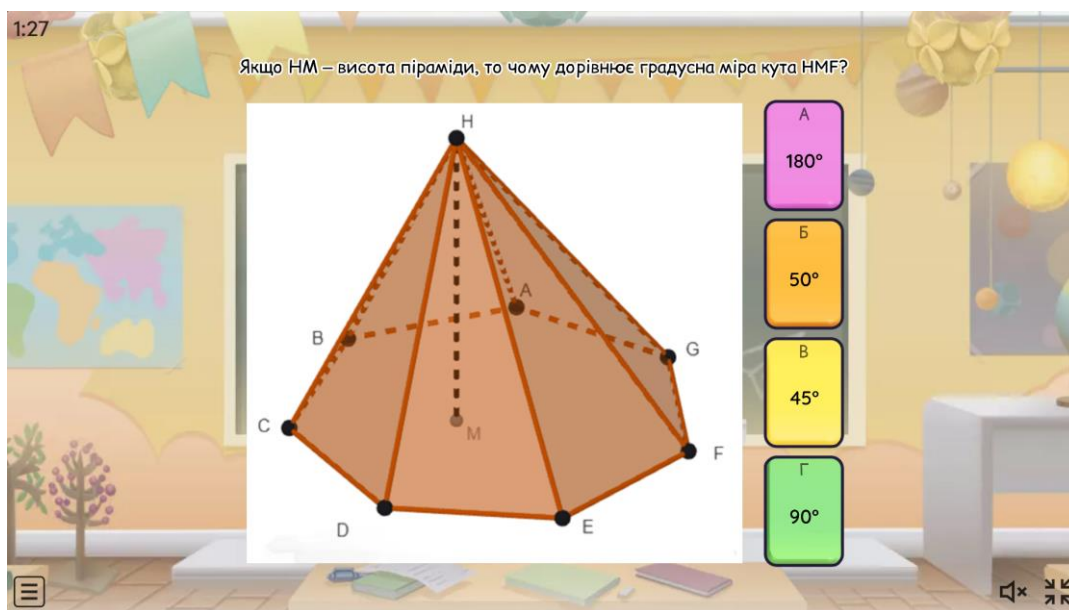
У ході дослідження було побудовано низку авторських динамічних моделей пірамід, які використовувалися для демонстрації та аналізу: побудови апофеми, визначення висоти, зміни довжин ребер, побудови перерізів,

обчислення площі поверхні та об'єму. Моделі давали змогу учням змінювати параметри фігури за допомогою повзунків, досліджувати залежності між величинами, спостерігати перетворення фігури в реальному часі. Така взаємодія активізувала дослідницькі процеси, підвищувала навчальну мотивацію й дозволяла глибше осмислити просторові властивості піраміди.

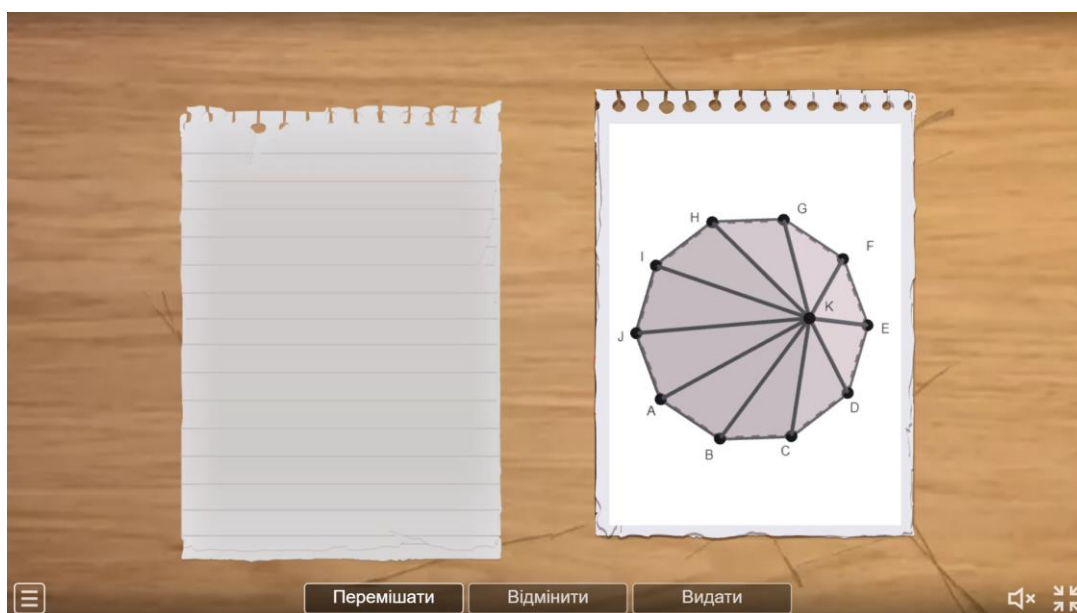
Особливу увагу в дослідженні приділено створенню та апробації авторських інтерактивних ігор і цифрових завдань.

На платформі Wordwall було розроблено *інтерактивні вправи* (Рис.1):

«Знайди елементи піраміди» [4]



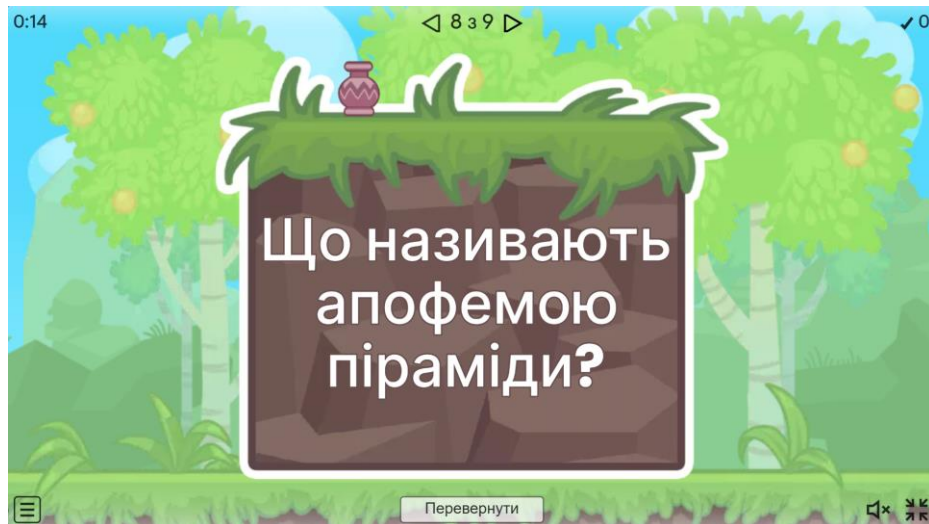
«Пірамідальний лабіринт» [6]



«Визначення, правила та теореми з теми «Піраміда», 11 клас» [3]



«Повторення вивченого матеріалу з теми «Піраміда»» [7]



«Підготовка до вивчення нового матеріалу теми «Піраміда»» [5]

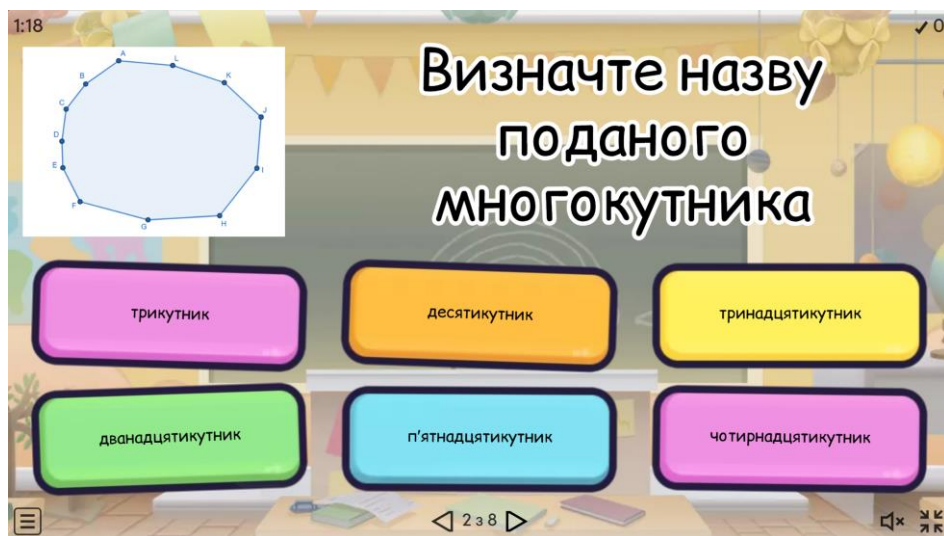


Рис.1. Інтерактивні вправи на платформі Wordwall

На платформі Kahoot! було розроблено інтерактивну вправу (рис.2):

«Апофема = ...» [2]

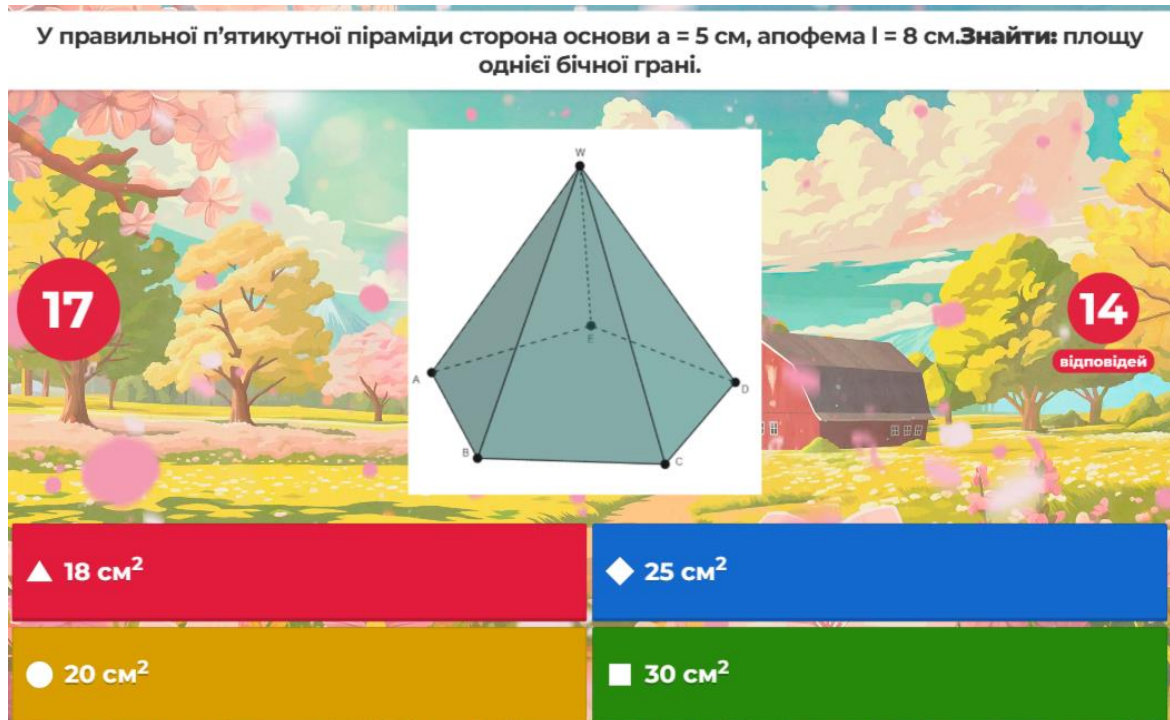


Рис.2. Інтерактивна вправа на платформі Kahoot!

Ці ресурси використовувалися на етапах актуалізації, первинного закріплення та узагальнення, що дозволяло забезпечити швидкий зворотний зв'язок і різномірну диференціацію навчальних завдань. На платформах Kahoot і Quizizz створено авторські інтерактивні тести, які сприяли розвитку обчислювальних навичок, перевірці умінь визначати елементи піраміди, застосовувати теорему Піфагора при знаходженні висоти та апофеми, виконувати задачі на обчислення площі бічної та повної поверхні. Формат змагання підвищував мотивацію учнів, а миттєвий зворотний зв'язок забезпечував оперативну корекцію помилок [2], [3].

Значним компонентом інтегрованої системи засобів навчання стала розроблена мультимедійна презентація з теми «Піраміда», що містила пояснення теоретичного матеріалу, інтерактивні приклади, алгоритми розв'язування задач та підсумковий блок з ігровими елементами. Така презентація відігравала роль мультимедійної дошки, дозволяючи переходити між етапами уроку, пов'язувати

традиційні засоби (креслення, підручник) з цифровими (3D-моделі, відео, анімації, тести).

Окреме методичне значення має створений та реалізований STEM-захід «Вігвам як піраміда». Захід було побудовано на дослідженні реального об'єкта – дитячого вігвама, форма якого є прикладом правильної піраміди. Учні здійснювали вимірювання елементів конструкції, визначали висоту, ребра та апофему, проводили порівняльний аналіз із математичною моделлю піраміди. Потім виконували побудову моделі у GeoGebra, порівнювали отримані параметри з реальною спорудою, досліджували вплив зміни висоти на стійкість конструкції. Захід об'єднав математику, фізику, робототехніку, технології та інформатику; сприяв розвитку інженерного мислення, командної роботи, уміння аналізувати й презентувати результати дослідження. Даний захід є прикладом високого рівня інтеграції засобів навчання, оскільки поєднав предметний зміст, цифрові технології, практичну діяльність і проєктну роботу учнів.

Апробовано та проведено урок на тему «Піраміда» в 11 класі (рис.3). У межах апробації був реалізований інтегрований підхід, що поєднав математичний зміст із цифровими технологіями, інформатикою та елементами просторового моделювання. Для уроку нами були створені авторські інтерактивні тести та навчальні ігри, подані у формі онлайн-вправ, які сприяли підвищенню зацікавленості та активності учнів. З метою візуалізації нового матеріалу розроблено серію тривимірних моделей пірамід у середовищі **GeoGebra**, що дало змогу демонструвати будову та елементи піраміди в динаміці. До уроку також була підготовлена мультимедійна презентація з яскравими ілюстраціями та короткими відеофрагментами, що забезпечило наочність і доступність сприйняття теми. Під час заняття учні працювали з 3D-моделями, виконували інтерактивні вправи, аналізували властивості пірамід та застосовували відповідні формули до розв'язування задач. Результати апробації підтвердили ефективність інтегрованого підходу й доцільність використання цифрових інструментів для розвитку просторового мислення та математичної компетентності старшокласників.

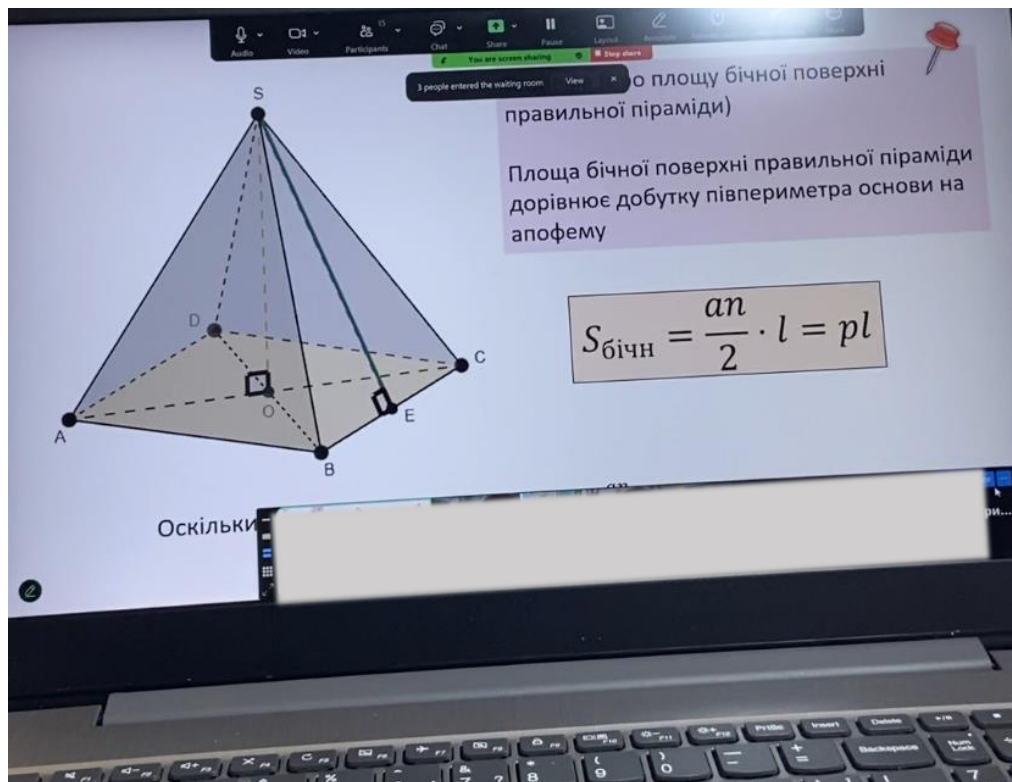


Рис.3. Фрагмент уроку на тему «Піраміда» в 11 класі

Узагальнюючи результати, можна стверджувати, що запропонована система інтеграції традиційних та інформаційно-комунікаційних засобів навчання, доповнена власними цифровими моделями, іграми та STEM-активностями, забезпечила якісно новий рівень засвоєння теми «Піраміда». Учні демонстрували значно вищу пізнавальну активність, швидше оволодівали просторовими уявленнями, краще виконували задачі на побудову та обчислення, активно працювали з цифровими моделями та з цікавістю брали участь у практичних дослідженнях.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Проведене дослідження засвідчило, що інтеграція традиційних та інформаційно-комунікаційних засобів навчання при вивченні теми «Піраміда» в 11 класі є ефективним педагогічним підходом, який забезпечує суттєве підвищення результативності математичної освіти старшокласників. Посаднання підручника, креслень, статичних моделей із сучасними цифровими технологіями, зокрема, динамічними моделями в GeoGebra та інтерактивними платформами, створює синергетичний освітній простір, де кожен засіб підсилює дидактичний потенціал інших. Використання динамічних моделей дає можливість учням візуалізувати

абстрактні стереометричні об'єкти, досліджувати їхні властивості, виконувати інтерактивні перерізи та змінювати параметри фігур у режимі реального часу. Це сприяє розвитку просторового мислення, формуванню дослідницьких компетентностей та глибокому розумінню математичних закономірностей.

Особливо важливим результатом дослідження є створення комплексу авторських інтегрованих засобів навчання, що охоплює всі етапи опрацювання теми «Піраміда». У межах роботи розроблено мультимедійну презентацію для пояснення нового матеріалу, набір інтерактивних вправ у Wordwall, динамічні 3D-моделі у GeoGebra, онлайн-тести в Kahoot та Quizizz, практичні дослідницькі завдання та ігрові квести для закріплення матеріалу. Реалізовані авторські ресурси забезпечують повноцінну інтеграцію традиційних і цифрових засобів навчання, підвищують інтерес та мотивацію учнів, сприяють активному залученню до пізнавальної й дослідницької діяльності. Учні мали можливість працювати з параметричними моделями пірамід, аналізувати апофему, висоту, площу поверхні, будувати перерізи та виконувати завдання з реальними контекстами, що забезпечило якісно новий рівень оволодіння стереометричним матеріалом.

У ході дослідження підтверджено, що ефективна інтеграція засобів навчання вимагає не механічного поєднання інструментів, а продуманої методичної системи. Традиційні засоби продовжують відігравати суттєву роль у формуванні базових геометричних уявлень, розвитку логічного мислення та навичок креслення. Цифрові технології розширюють дидактичні можливості, забезпечуючи динамічну візуалізацію, автоматизацію обчислень і можливість проведення віртуальних експериментів, недоступних у межах традиційних методик. STEM-елементи підсилюють міжпредметні зв'язки, формують інженерне мислення та демонструють практичне значення математичних знань. Інтегрований підхід дозволив перетворити вивчення теми «Піраміда» з репродуктивного засвоєння формул на цілісний процес дослідження, творчості та відкриття.

Перспективи подальших пошуків у досліджуваному напрямі пов'язані з розширенням банку авторських інтерактивних матеріалів та створенням методичних рекомендацій для учителів щодо впровадження інтегрованого підходу в шкільну практику. Доцільним є розроблення системи STEM-проектів з геометрії різного рівня складності, відео-уроків та цифрових посібників, які б сприяли поширенню інтерактивних методів у масовій освіті. Важливим є подальше вивчення підготовки майбутніх учителів математики до роботи з інтегрованими цифровими технологіями, включення до навчальних програм спеціальних курсів з GeoGebra, 3D-моделювання та STEM-освіти. Перспективним напрямом є також залучення інноваційних технологій – доповненої та віртуальної реальності, штучного інтелекту, що дозволить створити максимально імерсивні та ефективні умови для вивчення стереометрії.

Отже, інтеграція засобів навчання математики у поєднанні з авторськими цифровими ресурсами відповідає сучасним тенденціям розвитку освіти й забезпечує якісно новий рівень засвоєння теми «Піраміда». Такий підхід формує цілісні математичні знання, сприяє розвитку просторового мислення, логічних міркувань, дослідницьких умінь і забезпечує перехід до сучасного, наочного, інтерактивного та практико-орієнтованого навчального процесу.

Список використаної літератури:

1. Вольянська С. Є. STEM- освіта. Довідник сучасного педагога. Харків : Вид. група «Основа», 2016. С. 124–125.
2. Ігнатенко Р.Р., Нічишина В.В. Апофема = 2025. URL: <https://create.kahoot.it/details/4969a192-2050-4115-880d-6a5f163f4c7e> (дата звернення 10.11.2025)
3. Ігнатенко Р.Р., Нічишина В.В. Визначення, правила та теореми з теми "Піраміда" 11 клас. 2025. URL: <https://wordwall.net/uk/resource/96248118> (дата звернення 10.11.2025)
4. Ігнатенко Р.Р., Нічишина В.В. Знайди елементи піраміди. 2025. URL: <https://wordwall.net/uk/resource/101599532> (дата звернення 11.11.2025)
5. Ігнатенко Р.Р., Нічишина В.В. Підготовка до вивчення нового матеріалу теми «Піраміда». 2025. URL: <https://wordwall.net/play/95638/999/362> (дата звернення 11.11.2025)
6. Ігнатенко Р.Р., Нічишина В.В. Пірамідальний лабіринт. 2025. URL: <https://wordwall.net/uk/resource/101602625> (дата звернення 08.11.2025)

7. Ігнатенко Р.Р., Нічишина В.В. Повторення вивченого матеріалу з теми «Піраміда». 2025. URL: <https://wordwall.net/uk/resource/101634277> (дата звернення 10.11.2025)

8. Ігнатенко Р.Р., Нічишина В.В. Таємниці правильних многокутників. 2025. URL: <https://create.kahoot.it/details/b47b6af2-b779-4e4c-878a-734f186b23c7> (дата звернення 10.11.2025)

9. Мала О. Р. Методика вивчення теми «Піраміда» з використанням комп'ютерних 3D моделей : кваліфікаційна робота магістра. Криворізький державний педагогічний університет, 2022. 78 с.

10. Нічишина В.В., Ботузова Ю. В., Ріжняк Р. Я. Наступність методів навчання розв'язування математичних задач у школі та закладі вищої освіти: контекст інтегративного підходу // Фізико-математична освіта. 2022. Вип. 36(4). С. 16–25.

11. Чемерис О., Прус А., Фонарюк О. Майстерня GeoGebra: практичний підхід до візуалізації математики : методичні рекомендації. Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2024. - 46 с.

Відомості про авторів:

Ігнатенко Римма Романівна – студентка II курсу магістратури факультету інформаційних технологій, математики та природничих наук Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка, тел. +380993660255, e-mail: rimmatupchienko@gmail.com.

Нічишина Вікторія Вікторівна – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри математики, фізики та методик викладання Центральноукраїнського державного університету імені Володимира Винниченка, тел. +380501420962, e-mail: vika.nichishina@ukr.net.