

УДК 51.77

**ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ СМО В ЛІКАРНІ З
БАГАТЬМА ВІДДІЛЕННЯМИ**

Сташенко Вікторія, Гуртовий Юрій

**Науковий керівник: кандидат фізико математичних наук,
доцент Ю.В. Гуртовий**

*Центральноукраїнський державний університет імені Володимира
Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

Робота присвячена питанню моделюванню системи масового обслуговування (СМО) у лікарні з багатьма відділеннями. У дослідженні розглянута система масового обслуговування, яка включає в себе різні відділення лікарні, такі як екстрена допомога, поліклініка, хірургічне відділення, лабораторії, інтенсивна терапія та інші, а також потік пацієнтів, що постійно надходить до лікарні з різними медичними проблемами.

***Ключові слова:** система масового обслуговування, канал, потік пацієнтів, імітаційні моделі.*

Simulation modeling of the work of a multi-department hospital queueing system.

V. Stashenko, Yu. Hurtovyi

**Scientific supervisor: candidate of physical and mathematical sciences,
associate professor Hurtovyi Yu.V.**

*Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University,
Kropyvnytskyi, Ukraine*

The paper addresses the issue of efficiency in a queueing system in a multi-department hospital. The study examines a queueing system that encompasses various departments of the hospital, such as emergency care, outpatient clinic, surgical department, laboratories, intensive care, and others, along with the influx of patients with diverse medical problems.

***Key words:** queueing system, channel, patient flow, simulation models.*

Постановка проблеми. Діагностика та лікування багатьох хвороб вимагає госпіталізації пацієнта на один або більше днів. Таким чином, одним з головних обмежень на послуги, які лікарня може надати місцевій громаді, є кількість лікарняних ліжок. Часто трапляється, що людині, яка має медичну проблему, доводиться чекати кілька днів, щоб потрапити до лікарні, тому що всі лікарняні ліжка заповнені.

Коли подібні проблеми починають торкатися занадто великої кількості пацієнтів і занадто великої кількості лікарів, адміністрація лікарні може запланувати будівництво нових лікарняних приміщень, щоб забезпечити збільшення кількості ліжко-місць. Якщо лікарня вирішує розширити кількість ліжок, вона також повинна враховувати підвищені вимоги, які будуть пред'являтися до інших аспектів її діяльності. Необхідно визначити, чи достатньо наявної медичної та немедичної інфраструктури для обслуговування більшої кількості пацієнтів, які будуть перебувати в лікарні щодня. Наприклад, лікарня має вирішити, скільки нових медсестер найняти, скільки нового обладнання замовити, чи розширювати патологоанатомічне та аптечне відділення тощо. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування дозволяє знайти відповіді на дані питання.

Аналіз досліджень і публікацій. Ми часто стикаємося з системами, які розроблені для повторного використання для вирішення однотипних задач. Такі процеси називаються процесами обслуговування, або системи масового обслуговування [1]. Згідно з Д.С. Матусевич, система масового обслуговування - це об'єкт (підприємство, організація та інше), який займається повторним виконанням однотипних завдань та операцій [2]. Системи масового обслуговування - це системи, в які у випадкові моменти часу надходять заявки на обслуговування, і ці заявки обслуговуються за допомогою наявних каналів обслуговування.

Прикладами систем масового обслуговування можуть бути:

- станції технічного обслуговування автомобілів;
- персональні комп'ютери, які обслуговують вхідні заявки для вирішення різних завдань;
- відділи податкових інспекцій, які займаються прийманням і перевіркою поточної звітності підприємств;
- аудиторські фірми;
- телефонні станції тощо.

Під час імітаційного моделювання проводяться *послідовні етапи* [3]:

1. Постановка задачі дослідження та збирання емпіричної інформації про модельовану систему. На цьому етапі визначаються основні проблеми моделювання та вибираються параметри, які будуть досліджуватися.

2. Формування математичної моделі, включаючи вибір структури, принципів опису та спрощень. Також визначаються вимірювані параметри та критерії оцінки якості моделі.

3. Розробка програмного забезпечення для розв'язання моделі або імітаційного алгоритму. Це включає генерацію машинних програм, які відтворюють процеси в системі.

4. Оцінка адекватності математичної моделі та перевірка достовірності результатів експериментів з вхідними даними. На цьому етапі перевіряються результати контрольних експериментів та здійснюється аналіз адекватності моделі.

5. Планування багатоваріантних експериментів та вибір функціональних характеристик системи для дослідження. Також визначаються методи обробки результатів експериментів.

6. Робота з моделлю, проведення розрахунків та експериментів.

7. Аналіз результатів та формулювання висновків. Отримані результати можуть бути використані для практичного застосування.

Методи моделювання СМО можуть допомогти оцінити збільшення потреби в операційних та післяопераційних приміщеннях у зв'язку з розширенням ліжкового фонду. Цю проблему вивчали Гомер Шмітц (Hoerger H.Schmitz) з лікарні Діконесс в Сент-Луїсі, штат Міссурі, і Н. К. Квак (N. K. Kwak) з Університету Сент-Луїса [5].

Метою даної статті є створення імітаційної моделі лікарні з кількома відділеннями для визначення оптимальної кількості операційних та післяопераційних палат для заданого потоку пацієнтів з типовим розподілом діагнозів.

Імітаційне моделювання роботи лікарні з багатьма відділеннями. Були зібрані дані про тип проведеної операції, тривалість часу, проведеного в

операційній, і кількість днів перебування пацієнта в лікарні [5, с.470]. На основі цих вибірових даних було визначено відсоткове співвідношення різних типів операцій і середню тривалість перебування в лікарні для всієї популяції пацієнтів.

У табл. 1 наведено фактичні та відносні частоти тривалості перебування в операційній для 445 пацієнтів вибірки. У в усіх подальших обговореннях часові відрізки подано в сотих частках години, а не в хвилинах, оскільки це спрощує математичні розрахунки.

Таблиця 1. Тривалість перебування в операційній

Тривалість перебування в годинах	Частота	Відносна частота
0.01 - 0.50	181	40.7
0.51 - 1.00	103	23.2
1.01 - 1.50	64	14.4
1.51 - 2.00	42	9.4
2.01 - 2.50	22	4.9
2.51 - 3.00	13	2.9
3.01 - 3.50	8	1.8
3.51 - 4.00	5	1.1
Більше 4,00	7	1,6
Всього:	445	100.0

Дані таблиці 1 показують, що частота використання тривалості перебування має тенденцію до зменшення зі збільшенням тривалості перебування. Ця тенденція чіткіше простежується на рис. 1, де частота відкладена в залежності від тривалості перебування.

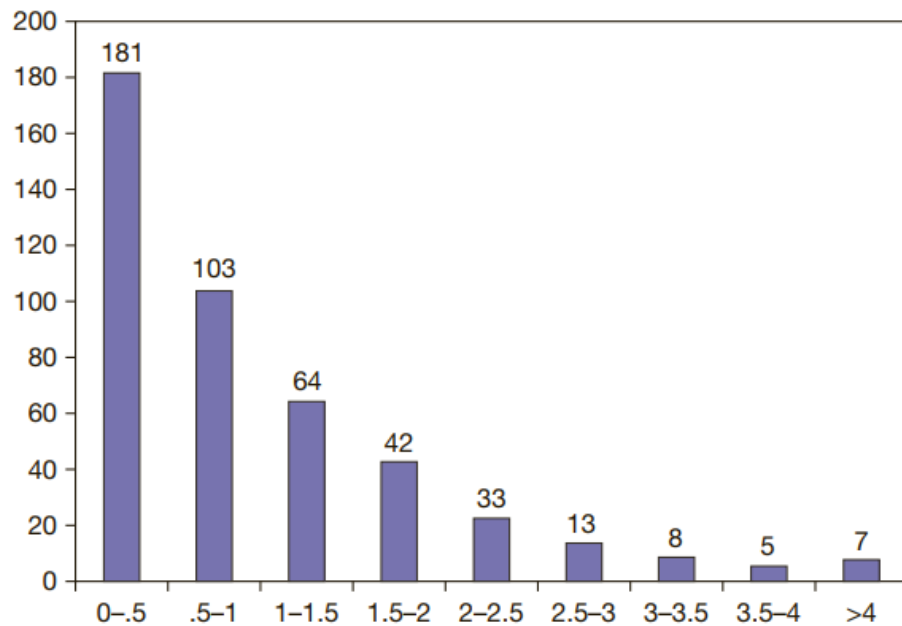


Рис.1. Тривалість перебування в операційній спостерігалася у вибірці з 445 пацієнтів

Ця крива має вигляд $y = \mu e^{-\mu t}$, де μ додатна константа, що є оберненою величиною до середньої тривалості перебування в операційній. Неперервна невід'ємна дійсна функція, інтеграл від якої по всій області визначення дорівнює 1, є неперервною щільністю розподілу ймовірностей.

Звернемо увагу на наступний інтеграл

$$\int_0^b \mu e^{-\mu t} dt = -e^{-\mu t} \Big|_{t=0}^b = -(e^{-\mu b} - e^{-\mu \cdot 0}) = (1 - e^{-\mu b}).$$

Можемо інтерпретувати значення цього інтегралу як ймовірність того, що операція триватиме не більше b годин. Для нашої експоненціальної функції щільності ймовірності того, що операція триватиме не більше t годин, має вигляді

$$\Pr(t) = 1 - e^{-\mu t}$$

для кожного $t \geq 0$. У більш загальному випадку, якщо f - неперервна функція щільності ймовірності на $[0, \infty)$ пов'язана з деякою випадковою величиною X , то ймовірність того, що X набуває значення, не більшого за b , дорівнює

$$\Pr(X \leq b) = \int_0^b f(t) dt$$

а ймовірність того, що X перевищує b , дорівнює

$$\Pr(X > b) = \int_b^{\infty} f(t)dt.$$

Таким чином, ймовірність того, що операція триватиме від a годин до b годин, можна обчислити як $\Pr(b) - \Pr(a)$.

Випадковий відбір пацієнтів. Виберемо випадковим чином "пацієнтів" і будемо стежити за тим, як довго триватиме операція пацієнта. Нашими пацієнтами будуть 1000 цілих чисел від 000 до 999 включно. Оскільки 2% пацієнтів потребують операції тривалістю більше 4 годин (це визначено з від'ємно-експоненціального розподілу), ми повинні зарезервувати блок з 20 цілих чисел для представлення цих випадків. Цілих чисел для представлення цих випадків. Скажімо, ми зарезервуємо блок від 980 до 999. Якщо число, яке ми вибираємо навмання, потрапляє між цими межами, то ми робимо вигляд, що виконуємо операцію, яка триває більше чотирьох годин. Якщо вибране число виходить за ці межі, то воно належить до блоку чисел, що представляють пацієнтів, які потребують операції іншої тривалості.

Таблиця 2. Тривалість перебування в операційній

Випадкове число	Модельований час в операційній (в годинах)
000 - 384	0,5
385 - 620	0,75
621 - 766	1,25
767 - 856	1,75
857 - 911	2,25
912 - 945	2,75
946 - 966	3,25
967 - 979	3,75
980 - 999	4,15

Дані показують, що середня тривалість операції, яка займає менше ніж півгодини, становить 0,47 години; для моделювання ми округлимо це число до 0,5. Для інших категорій ми візьмемо середню тривалість як середину часового інтервалу.

Кожне з 1 000 чисел від 000 до 999 має однакову ймовірність вибору. Багато комп'ютерних мов мають підпрограми, які генерують числа, достатньо

рівномірно розподілені та випадкові для використання в імітаційних експериментах; ці підпрограми, по суті, є імітаціями колеса рулетки.

Після хірургічної процедури, під час якої вводиться загальний наркоз, пацієнти потрапляють до палати відновлення, де постійно присутні медсестри, які спостерігають за їхніми життєвими показниками протягом певного періоду, перш ніж пацієнти повернуться до своїх лікарняних палат.

Результати моделювання. Проілюструємо результати однієї імітації з п'ятьма операційними. Таблиця 3 містить необхідну інформацію для одного змодельованого дня.

Таблиця 3. Приклад моделювання

№	Випадкове число	Тривалість операції	Час початку операції	Час закінчення операції	Номер операційної	Післяопераці йна палата	Час початку одужання	Час повного одужання	Ліжко №	Ліжко вільне
1	889	2,25	7,5	9,75	1	1	9,83	12,83	7	13,08
2	396	0,75	7,5	8,25	2	1	8,33	11,33	1	11,58
3	358	0,5	7,5	8,00	3	0	0,00	0	0	0
4	715	1,25	7,5	8,75	4	1	8,83	11,83	3	12,08
5	502	0,75	7,5	8,25	5	1	8,33	11,33	2	11,58
6	68	0,5	8,25	8,75	3	1	8,83	10,33	4	10,58
7	604	0,75	8,5	9,25	2	1	9,33	12,33	5	12,58
8	270	0,5	8,5	9,00	5	0	0,00	0	0	-
9	228	0,5	9	9,50	4	1	9,58	11,08	6	11,33
10	782	1,75	9	10,75	3	1	10,83	13,83	4	14,08
11	379	0,5	9,25	9,75	5	0	0,00	0	0	0
12	93	0,5	9,5	10,00	2	1	10,08	11,58	8	11,83
13	11	0,5	9,75	10,25	4	1	10,33	11,83	9	12,08
14	648	1,25	10	11,25	1	1	11,33	14,33	6	14,58
15	527	0,75	10	10,75	5	1	10,83	13,83	10	14,08
16	987	4,15	10,25	14,40	2	1	14,48	17,48	2	17,73
17	214	0,5	10,5	11,00	4	1	11,08	12,58	11	12,83
18	474	0,75	11	11,75	3	1	11,83	14,83	1	15,08
19	238	0,5	11	11,50	5	1	11,58	13,08	2	13,33
20	45	0,5	11,25	11,75	4	1	11,83	13,33	8	13,58
21	408	0,75	11,5	12,25	1	1	12,33	15,33	9	15,58
22	116	0,5	11,75	12,25	5	1	12,33	13,83	3	14,08
23	209	0,5	12	12,50	3	1	12,58	14,08	5	14,33
24	48	0,5	12	12,50	4	1	12,58	14,08	12	14,33
25	393	0,75	12,5	13,25	1	1	13,33	16,33	11	16,58
26	550	0,75	12,5	13,25	5	1	13,33	16,33	7	16,58
27	306	0,5	12,75	13,25	3	0	0,00	0	0	0

Простежимо перші кроки побудови таблиці 3.

1. Перше вибране випадкове число - 889. З таблиці 3 бачимо, що цьому пацієнту буде проведена операція тривалістю 2,25 години, оскільки 889 належить до блоку чисел 857-911.

2. Додавши змодельовану тривалість операції до часу початку операції (7.50), отримуємо, що операція закінчиться о 9.75. Тоді операційна 1 буде готова до прийому нового пацієнта о $9.75 + 0.25 = 10.00$ год.

3. Додаємо 0.08 до часу закінчення операції, щоб визначити, що пацієнт прибуває до післяопераційної палати о 9.83.

4. Оскільки цей пацієнт переніс важку операцію, він залишиться в післяопераційній палаті на три години, покинувши її о 12.83.

5. Ліжко, яке він займав, буде готове для іншого пацієнта о $12.83 + 0.25 = 13.08$.

6. Оскільки в цій імітації є п'ять операційних, перші п'ять пацієнтів почнуть операцію одночасно, о 7.50. Другий пацієнт у розкладі, представлений випадковим числом 396, є першим пацієнтом, який прибув до післяопераційної палати, тому йому призначено ліжко 1. Перший пацієнт дня у розкладі (випадкове число 889) насправді є сьомим пацієнтом, який прибув до післяопераційної палати. Це пояснює, чому йому призначено ліжко 7.

7. Зауважимо, що коли операційна 1 готова до другої процедури, вона отримує чотирнадцятого пацієнта (випадкове число 648) за розкладом. Операції для пацієнтів, які стоять вище в розкладі, проводяться в інших операційних. Третя запланована операція була проведена пацієнту з випадковим номером 358.

Випадкове число 214 означає сімнадцяту заплановану операцію на цей день. Таблиця 3 вказує на те, що цьому пацієнту буде проведена урологічна операція, яка потребує 1,5 години перебування у післяопераційній палаті (оскільки 214 належить до блоку 158-241).

Для цього змодельованого дня, використовуючи п'ять операційних, ми виявили, що хірургічний графік завершується о 14.40 (близько 14:24), останній

виїзд з післяопераційної палати відбувається о 17.73 (близько 17:44), і що потрібно 12 ліжок у післяопераційній палаті.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. У статті розглянута система масового обслуговування, яка включає в себе різні відділення лікарні, такі як екстрена допомога, поліклініка, хірургічне відділення, лабораторії, інтенсивна терапія та інші, а також потік пацієнтів, що постійно надходить до лікарні з різними медичними проблемами.

Було змодельовані результати чотирьох робочих днів. Протягом трьох з цих днів було потрібно 11 ліжок у післяопераційній палаті, а на четвертий - 12 ліжок. У всі чотири дні хірургічний графік завершувався до 17:30. Останній виїзд з післяопераційної палати був близько 20:36. Всі ці моделювання припускали, що в наявності було п'ять операційних залів.

Якщо є лише чотири операційні, то графік хірургічних операцій з 27 процедур не буде завершений до вечірніх годин, якщо ж збільшити кількість операційних до шести, деякі з них стоятимуть порожніми протягом більшої частини дня.

Проведено моделювання з використанням 3, 4, 5 і 6 операційних. Виходячи з 27 хірургічних процедур на день, було виявлено, що оптимальною кількістю операційних є 5, а в післяопераційній палаті постійно потрібно щонайменше 12 ліжок.

Список використаної літератури

1. Бобирь Д. В., Очкасов О. Б., Очеретнюк М. В. Математичні методи та моделі в спеціальних задачах. Моделювання систем масового обслуговування: метод. рекомендації до практ. занять та дипл. проект. Дніпро: Україн. держ. ун-т науки і технол. 2022. 21 с.
2. Мартинюк О.М. Попіна С.Ю. Елементи комбінаторики й класичне означення ймовірності. Тернопіль, 2003. 40 с.
3. Жерновий Ю.В. Імітаційне моделювання систем масового обслуговування: практикум. Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. 307 с.

4. Литвинов А.Л. Теорія систем масового обслуговування: навч. посібн. Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова. 2018. 141 с.
5. Olinick M. Mathematical modeling in the social and life sciences. Middlebury College, 2014, 572 p.