

УДК 378.016:517

## ГЕОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ДЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ» УЧНЯМИ ЛІЦЕЇВ

Лаговська Єлизавета

**Науковий керівник: канд. техн. наук, професор Корольський В. В.**

*Криворізький державний педагогічний університет,*

*м. Кривий Ріг, Україна*

*У статті представлена геометрична модель, за допомогою елементів якої, шляхом їх декомпозиції, створені задачі, пов'язані з темою «Числова послідовність». Алгоритм одержання представлених числових послідовностей і одержані задачі можуть бути використані учні 9-их та 10-их класів, що навчаються в ліцеях. Представлені задачі можуть бути використані також за межами поточного навчального процесу: факультативах та під час проведення шкільних математичних олімпіад.*

**Ключові слова:** *числова послідовність, геометрична інтерпретація, алгоритм, задачі, учні ліцеїв.*

### **Geometric modeling of problems for application in studying the topic «number sequences» by lyceum students**

**Ye. Lahovska**

**Scientific supervisor: candidate of technical of Sciences, Professor Korolskyi V.V.**

*Kryvyi Rih State Pedagogical University,*

*Kryvyi Rih, Ukraine*

*The article presents a geometric model, with the help of its elements, through their decomposition, problems related to the topic "Numerical sequence" were created. The algorithm for obtaining the presented numerical sequences and the obtained problems can be used by students of the 9th and 10th grades studying in lyceums. The presented problems can be used also outside the current educational process: electives and during school mathematical Olympiads.*

**Keywords:** *numerical sequence, geometric interpretation, algorithm, problems, lyceum students.*

**Постановка проблеми.** Числові послідовності вивчаються в шкільному курсі математики за програмою учнів 10-класів. Усі задачі з даної теми пов'язані з числовими послідовностями арифметичної та геометричної прогресії.

За нашою думкою коло задач на послідовності можна поширити з метою їх використання не тільки в поточному вивченні теми «Числові послідовності», але і для факультативів проведення олімпіад з математики.

При цьому концептуально ми виходимо з того, що одержання нових задач учнями повинно передбачити дослідницьку складову і поширювати їх знання з важливого сучасного дидактичного поняття, яким стає «модель».

З поняттям моделі учні знайомляться на уроках геометрії, які мають демонстраційне призначення при вивченні геометричних фігур та геометричних тіл. Але в умовах сучасних вимог до розвитку освіти України навчання повинно мати інноваційну складову, тобто учні повинні мати можливість що до самостійного оволодіння знаннями. Важливим компонентом сучасної освіти є залучення учнів до проведення дослідницької роботи.

**Мета статті.** Наші дослідження за планом роботи студентської проблемної групи «геометрична інтерпретація числових послідовностей і рядів» дозволяють стверджувати, що запропоновані методи створення геометричних моделей і їх використання для генерації задач, пов'язаних з вивченням «Числових послідовностей», відповідають сучасним вимогам інноваційного навчального процесу.

**Аналіз досліджень і публікацій.** В даній доповіді ми розглядаємо приклад розроблений геометричною моделлю і процес генерації задач, які рекомендовано для використання як в поточному навчанні учнів, так і на допомогу вчителям для факультативного навчання та для проведення шкільних математичних олімпіад.

Зміст доповіді в певній мірі пов'язаний з результатами досліджень, представлених у списку публікацій [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7].

**Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження.** Для одержання задач, пов'язаних з темою «Числові послідовності», нами пропонується геометрична модель, представлена на рисунку 1. Модель містить квадрат зі стороною рівною одиниці. Візуально спостерігаємо на сторонах квадрата  $OA$ ,  $BA$ ,  $BC$ ,  $CO$  послідовності точок послідовності точок  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ ,



3. Знайти третій та п'ятий член послідовності абсцис  $e_n$ .
4. Знайти дев'ятий та десятий член послідовності абсцис  $m_n$ .
5. Знайти четвертий та п'ятий член послідовності абсцис  $e_n$ .
6. Знайти третій, четвертий та п'ятий член послідовності ординат  $k_n$ .
7. Знайти другий, перший та шостий член послідовності абсцис  $k_n$ .
8. Знайти третій та п'ятий член послідовності абсцис  $e_n$ .
9. Знайти дев'ятий та десятий член послідовності абсцис  $m_n$ .
10. Знайти четвертий та п'ятий член послідовності абсцис  $e_n$ .
11. Знайти п'ятий член послідовності абсцис та ординат  $l_n$ .
12. Знайти третій член послідовності абсцис та ординат  $l_n$ .
13. Знайти перший член послідовності абсцис та ординат  $m_n$ .
14. Знайти другий член послідовності абсцис та ординат  $l_n$ .
15. Знайти п'ятий член послідовності абсцис та ординат  $k_n$ .

Також за допомогою точок і послідовностей їх координат одержуються задачі з послідовностей довжин відрізків:  $\{\overline{l_n; e_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{l_n; l_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{e_n; e_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{k_{n+1}; C_n}\}$ ,  $\{\overline{b_n; e_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{d_{n+1}; a_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{l_{n+1}; e_{n+2}}\}$ ,  $\{\overline{l_n; l_{n+3}}\}$ ,  $\{\overline{e_{n+1}; e_{n+2}}\}$ ,  $\{\overline{k_n; C_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{b_{n+2}; e_{n+2}}\}$ ,  $\{\overline{d_n; a_{n+2}}\}$ ,  $\{\overline{l_n; l_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{e_n; e_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{k_n; k_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{C_{n+1}; C_{n+2}}\}$ ,  $\{\overline{b_n; b_{n+2}}\}$ ,  $\{\overline{d_{n+1}; d_{n+2}}\}$ ,  $\{\overline{b_{n+4}; b_{n+1}}\}$ ,  $\{\overline{d_{n+3}; d_n}\}$ .

Представлені задачі розв'язуються за допомогою лінійної інтерпретації.

Приклад формулювання задачі:

- Знайти значення членів послідовності довжин відрізків  $\{\overline{l_n; e_{n+1}}\}$ , для  $n=1, n=2, n=3, n=4$ .

За допомогою розглядаємих алгоритмів можна пропонувати більш складні задачі, які пов'язані зі знаходженням числових послідовностей, значеннями яких є площі трикутників. Наприклад:

1. Знайти числову послідовність, значенням якої є площі трикутників  $\{\Delta l_n l_{n+1} e_{n+1}\}$ .
2. Знайти числову послідовність, значенням якої є площі трикутників  $\{\Delta d_2 a_{n+1} a_{n+2}\}$ .

3. Знайти числову послідовність, значенням якої є площі трикутників  $\{\Delta b_n e_{n+1} e_{n+2}\}$ .
4. Знайти числову послідовність, значенням якої є площі трикутників  $\{\Delta e_{n+1} e_{n+2} l_{n+2}\}$ .
5. Знайти числову послідовність, значенням якої є площі трикутників  $\{\Delta e_{n+1} l_{n+1} l_{n+2}\}$ .
6. Знайти числову послідовність, значенням якої є площі трикутників  $\{\Delta d_2 a_n l_{n+1}\}$ .
7. Знайти числову послідовність, значенням якої є площі трикутників  $\{\Delta l_{n+2} l_{n+1} e_{n+2}\}$ .

Розв'яжемо задачу з точковою інтерпретацією числової послідовності.

**Задача:** Знайти третій та четвертий члени числової послідовності абсцис точки  $k_n \left( \frac{1}{n+3}; \frac{1}{n} \right)$ .

Розв'язання:

$$n=3$$

$$\frac{1}{n+3} = \frac{1}{3+3} = \frac{1}{6}$$

$$n=4$$

$$\frac{1}{n+3} = \frac{1}{4+3} = \frac{1}{7}$$

Відповідь:  $\frac{1}{6}; \frac{1}{7}$ .

**Задача:** Побудувати графік залежності суми числової послідовності від значення  $n=2, n=4, n=6$  із загальним членом:

$$a_n = \frac{1}{n+1}$$

Розв'язання:

$$S_n = a_1 + a_n$$

- Знайдемо суму перших 2 членів числової послідовності.

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{1+2} = \frac{1}{3}.$$

$$S_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6} = 0.83$$

- Знайдемо суму перших 4 членів числової послідовності.

$$S_4 = S_2 + a_3 + a_4$$

$$a_3 = \frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}.$$

$$a_4 = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}.$$

$$S_4 = \frac{5}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{77}{60} = 1.283$$

- Знайдемо суму перших 6 членів числової послідовності.

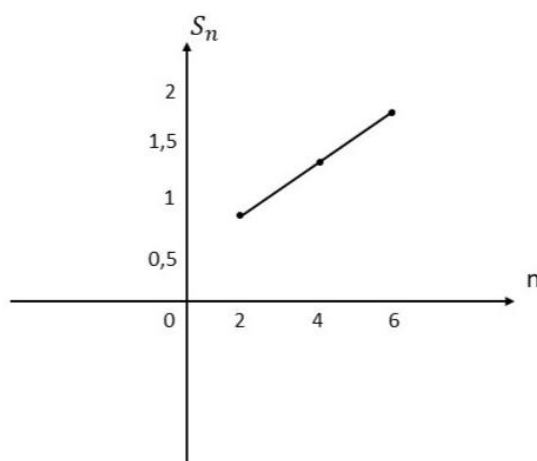
$$S_6 = S_4 + a_5 + a_6$$

$$a_5 = \frac{1}{1+5} = \frac{1}{6}.$$

$$a_6 = \frac{1}{1+6} = \frac{1}{7}.$$

$$S_6 = \frac{77}{60} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} = \frac{223}{140} = 1.59$$

На основі визначених сум побудуємо графік:



**Рис. 2.** Графік залежності числової послідовності за її загальним членом:

$$a_n = \frac{1}{n+1}$$

**Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.** За використанням геометричної інтерпретації було представлено 15 задач з точковою інтерпретацією, 20 задач з лінійно і 7 з квадратурною. Частково результати нашого дослідження використані серед учнів ліцею, але

дослідження будуть продовжені для більш ефективного використання задач, які можна сформулювати за допомогою геометричної послідовності, для учнів 9 класів.

### Список використаної літератури

1. Комарова А. А. Побудова і дослідження числових рядів, пов'язаних з елементами квадрата «танграм». Кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр, спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) / А. А. Комарова: наук. керівник В. В. Корольський. – Кривий Ріг, 2018. – 100 с.
2. Корольський В. В. Геометрична інтерпретація числових рядів / В. В. Корольський // Новітні комп'ютерні технології: наук.-метод. зб. / редкол.: С. О. Семеріков [та ін.] – Кривий Ріг, 2017. – том □□. – С. 57–63.
3. Корольський В. В. Геометрична інтерпретація числового ряду арифметичної прогресії / В. В. Корольський // Новітні комп'ютерні технології: наук.-метод. зб. / редкол.: С. О. Семеріков [та ін.] – Кривий Ріг, 2018. – том □□. – С. 59–66.
4. Корольський В. В. Числові ряди, які пов'язані з параметрами додекаедра / В. В. Корольський. С. С. Габ // Вісник міжнародного дослідницького центру «Людина: мова, культура, пізнання»: Науковий журнал / за ред. В. В. Корольського. – Кривий Ріг, 2018. – том 42 – С.39–45.
5. Няньчук В. В. Генерація числових рядів за допомогою функції  $y = \frac{1}{2^{n-1}}x$  і квадрата зі стороною  $a = 1$ : кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр, спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) / В. В. Няньчук: наук. керівник В. В. Корольський. – Кривий Ріг, 2021. – 97 с.
6. Примакова О. Ю. Генерація числових рядів за допомогою функції  $y = \frac{1}{n}x$  і квадрата зі стороною  $a = 1$ : кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр, спеціальності 014.04 Середня освіта (Математика) / О. Ю. Примакова: наук. керівник В. В. Корольський. – Кривий Ріг, 2021. – 84 с.

7. Римар А. І. Геометрична інтерпретація числових рядів, пов'язаних з об'єктами флори. Наукові записки молодих учених, випуск 10. Кропивницький: РВВ ЦДПУ ім. В. Винниченка, 2022.