

**РОЗВИТОК ПІЗНАВАЛЬНОЇ АКТИВНОСТІ  
СТАРШОКЛАСНИКІВ ЗАСОБАМИ ГРАФІЧНОГО  
КАЛЬКУЛЯТОРА DESMOS**

**Шеремет Ліна**

**Науковий керівник: доктор іст. наук, професор Ріжняк Р.Я.**

*Центральноукраїнський державний університет імені Володимира  
Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

*У статті реалізується ідея розкриття методичних особливостей активізації пізнавальної діяльності на уроках математики учнів старших класів через застосування графічного редактора. На основі розв'язування рівнянь і нерівностей наведені прийоми побудови більш складних завдань із застосуванням графічного калькулятора DESMOS.*

**Ключові слова:** *пізнавальна активність, рівняння, нерівність, розв'язання рівняння, параметр, рівняння з параметром, графічний калькулятор DESMOS.*

**Development of cognitive activity of high school students using the  
DESMOS graphic calculator**

**L. Sheremet**

**Scientific supervisor: doctor of historical sciences, professor Rizhniak R.Ya.**

*Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University,  
Kropyvnytsky, Ukraine*

*The article implements the idea of revealing methodological peculiarities in activating cognitive activity during mathematics classes for senior pupils through the use of a graphic editor. Based on solving equations and inequalities, methods for constructing more complex tasks using the DESMOS graphic calculator are presented.*

**Key words:** *cognitive activity, equation, inequality, equation solving, parameter, parametric equation, DESMOS graphic calculator.*

**Постановка проблеми.** Сучасний підхід до викладання математики включає в себе необхідність оптимізації використання комп'ютерних технологій у навчальному процесі, оскільки вони відіграють важливу роль у сучасному інформаційному суспільстві. Впровадження ІКТ, онлайн-ресурсів та математичних пакетів в учбовий процес стимулює інтерес до навчальної діяльності, сприяє формуванню логічного та творчого мислення, сприяє

розвитку учнів та формуванню інформаційної культури. При вивченні математики доречно знайомити учнів з інтерактивними графічними калькуляторами, які сприяють кращому розумінню математики та вирішенню різноманітних завдань. Тому постає проблема, яка полягає у пошуку способів розвитку пізнавальної активності учнів шляхом використання графічних редакторів. Необхідно дослідити, як за допомогою засобів комп'ютерного моделювання можна перейти від розв'язування простих до побудови і розв'язування більш складних завдань. У цьому нам допоможе графічний калькулятор DESMOS, який з'явився у 2011 році завдяки зусиллям Дені Дізлі та Еліота Сентіпаля.

**Аналіз досліджень і публікацій.** До цієї ж проблеми зверталися В. Кушнір, Р. Ріжняк та Я. Левицький у працях [1–8], де автори досліджували проблеми використання інтегрованих образів у математиці – інтегрованого образу задачі, інтегрованого образу способу розв'язання задачі та інтегрованого образу задачної серії. Збірник задач Г. Апостолової та В. Ясінського [7] містять задачі з параметром, частину з яких ми використовували у своїй практичній діяльності.

Але, незважаючи на це, сьогодні існує потреба у дослідженні, яке б узагальнило й систематизувало існуючі відомості з даної проблеми у контексті створення мотиваційних компонентів для розвитку пізнавальної активності учнів.

**Метою статті** є розкрити можливості графічного калькулятора DESMOS як засобу розвитку пізнавальної активності старшокласників.

**Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження.** Для розкриття методичних особливостей активізації пізнавальної діяльності на уроках математики учнів старших класів через впровадження графічних калькуляторів розглянемо розв'язування такої задачі:

Розв'язати рівняння для всіх значень параметра:

$$|x + a| + |x - a| = 2 \quad (1)$$

Для розв'язування цієї задачі побудуємо графік рівняння (1).

Зрозуміло, що маємо розглянути 4 варіанти, так як лінії

$$x = -a$$

$$x = a$$

ділять координатну площину на 4 області:  $D_1, D_2, D_3, D_4$ . Тепер розв'яжемо рівняння для кожної області, визначивши знаки виразів під знаком модуля у кожній з них:

$$D_1: \quad x + a - x + a = 2 \quad \Rightarrow a = 1$$

$$D_2: \quad x + a + x - a = 2 \quad \Rightarrow x = 1$$

$$D_3: \quad -x - a + x - a = 2 \quad \Rightarrow a = -1$$

$$D_4: \quad -x - a - x + a = 2 \quad \Rightarrow x = -1$$

Побудувавши в кожній області відповідну лінію, отримаємо (рис.1) графічний розв'язок рівняння (1).

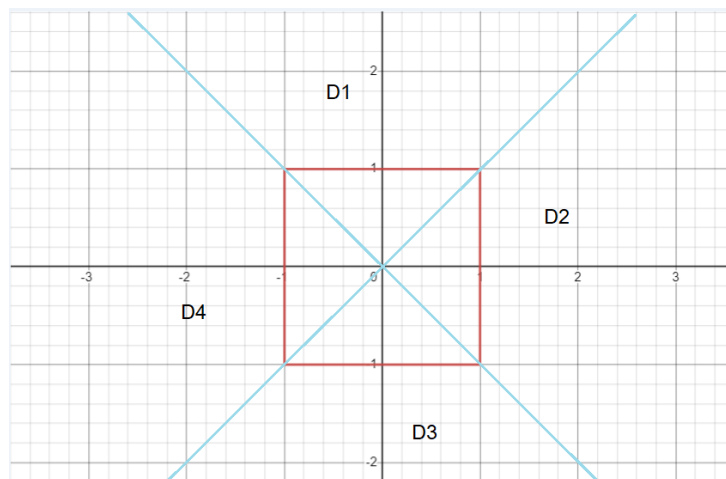


Рисунок 1

Його аналітична інтерпретація виглядає так:

$$\text{при } a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \quad x \in \emptyset$$

$$\text{при } a = -1 \cup a = 1 \quad x \in [-1; 1]$$

$$\text{при } a \in (-1; 1) \quad x = -1 \cup x = 1$$

Застосуємо для розв'язання цієї задачі графічний редактор DESMOS. Звертаємо увагу, що враховуючи внутрішню особливість пакету, параметр  $a$  замінено на  $y$ . Проаналізувавши графік (рис.2), бачимо, що отримали той самий результат.

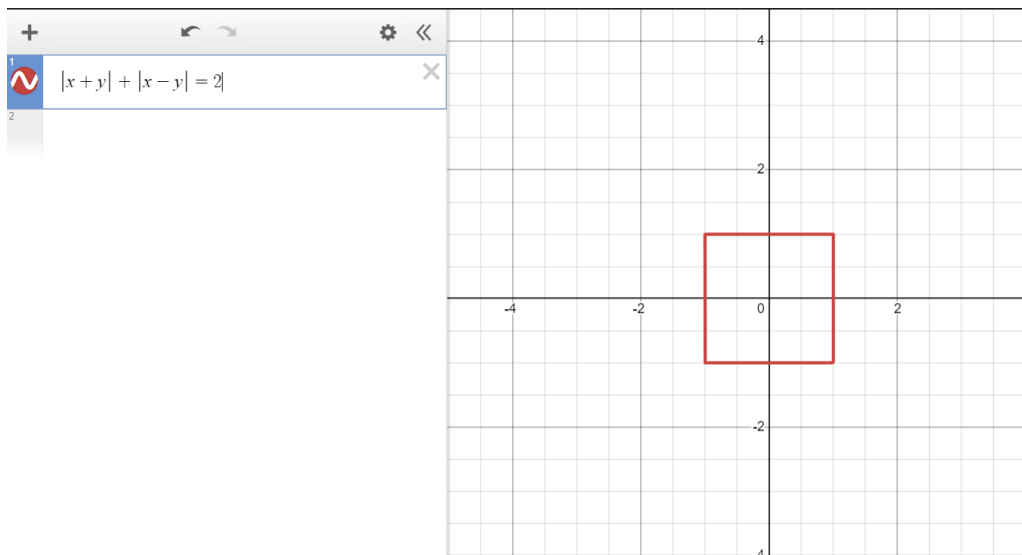


Рисунок 2

Ускладнимо задачу. Запишемо задане рівняння у вигляді нерівності і проаналізуємо розв'язки.

$$|x + a| + |x - a| \leq 2 \quad (2)$$

Очевидно, що для інтерпретації розв'язку треба буде описувати внутрішню частину квадрата:

$$\text{при } a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \quad x \in \emptyset$$

$$\text{при } a \in [-1; 1] \quad x \in [-1; 1]$$

Але більш цікавим за розв'язування задач (1) та (2) є варіант моделювання розв'язування різних варіантів рівняння (1) (або нерівності (2)) з використанням графічного калькулятора DESMOS. Для цього запишемо умову для рівняння (1) у вигляді:

$$d|x + a| + b|x - a| = c \quad (3)$$

Дослідимо, як впливає кожен з коефіцієнтів  $b$ ,  $c$  і  $d$  на зміну розв'язків рівняння (3).

Почнемо зі значення коефіцієнта  $c$ . При значеннях  $b = d = 1$  графічний розв'язок рівняння (3) при  $c > 0$  завжди буде квадратом, сторона якого буде дорівнювати  $c$ . Наприклад, рівняння:

$$|x + a| + |x - a| = 4 \quad (4)$$

буде мати графічний розв'язок, зображений на рис.3,

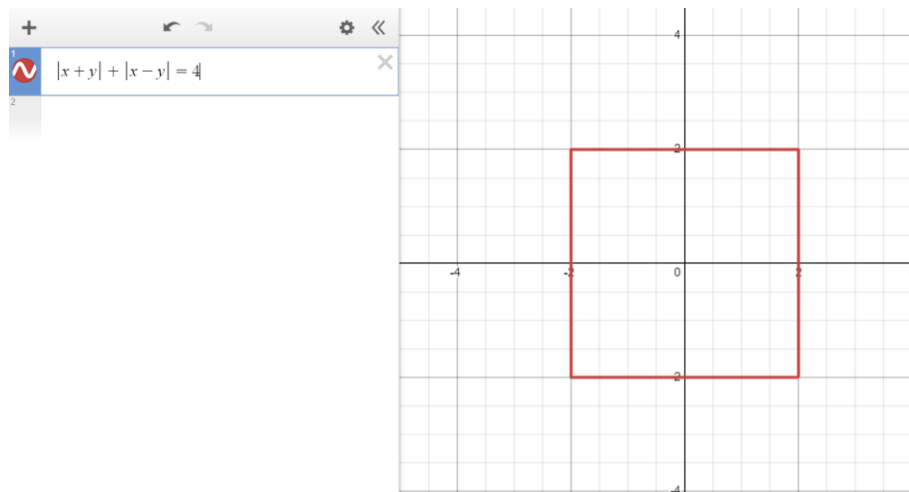


Рисунок 3

а аналітичний виглядатиме так:

при $a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$	$x \in \emptyset$
при $a = -2 \cup a = 2$	$x \in [-2; 2]$
при $a \in (-2; 2)$	$x = -2 \cup x = 2$

Розглянемо тепер, як впливають на розв'язок рівняння (3) коефіцієнти  $d$  і  $b$ . Це повністю можна змоделювати з використанням графічного калькулятора DESMOS. Для цього використаємо можливості пакета, а саме задамо значення коефіцієнтів  $d$  і  $b$  повзунками. Розглянемо різні варіанти вправ, наприклад, при

$$d = 0.5; d = 0; d = -1; d = -2 \quad ;$$

при цьому нехай

$$c = 2; b = 1 \quad .$$

Отримаємо такі вправи: при  $d = 0.5$

$$0,5|x + a| + |x - a| = 2 \quad (5)$$

Графічний розв'язок цієї вправи зображений на рис.4:

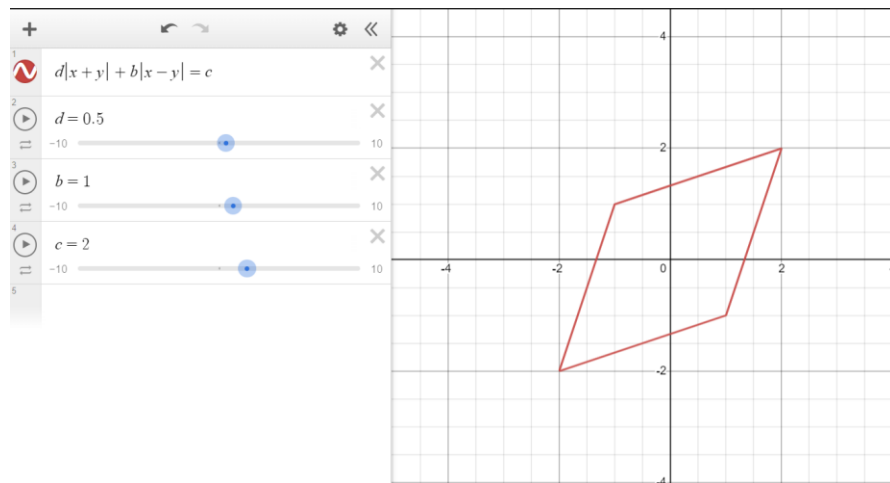


Рисунок 4

а аналітичний розв'язок буде виглядати так:

при  $a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$   $x \in \emptyset$

при  $a \in [-2; -1)$   $x = \frac{a}{3} - \frac{4}{3} \cup x = 3a + 4$

при  $a \in [-1; 1]$   $x = \frac{a}{3} + \frac{4}{3} \cup x = \frac{a}{3} - \frac{4}{3}$

при  $a \in (1; 2]$   $x = 3a - 4 \cup x = \frac{a}{3} + \frac{4}{3}$

При  $d = 0$ :  $|x - a| = 2$  (6)

Графічний розв'язок у цьому випадку показаний на рис.5:

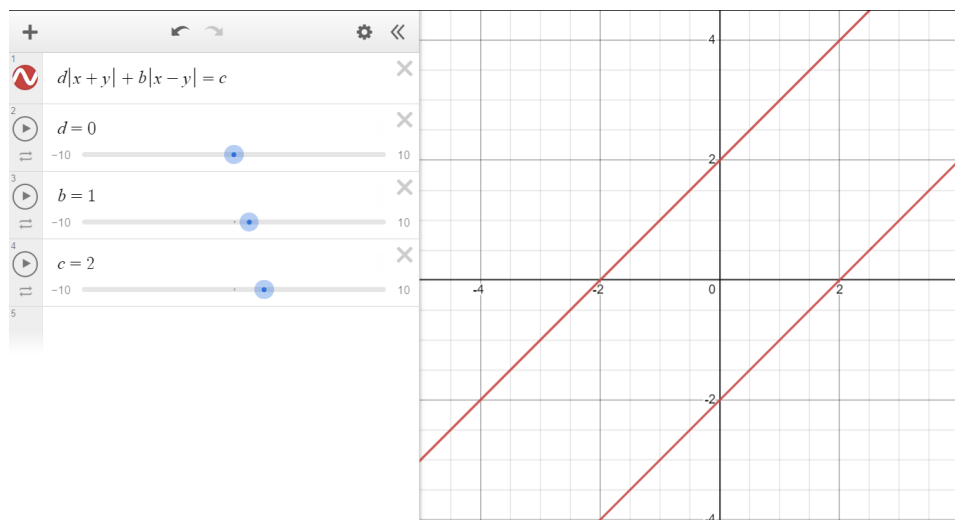


Рисунок 5

а аналітичний буде таким:

при  $a \in (-\infty; +\infty)$   $x = 2 + a \cup x = -2 + a$

При  $d = -1$  маємо:

$$|x - a| - |x + a| = 2 \quad (7)$$

Графічний розв'язок – на рис.6:

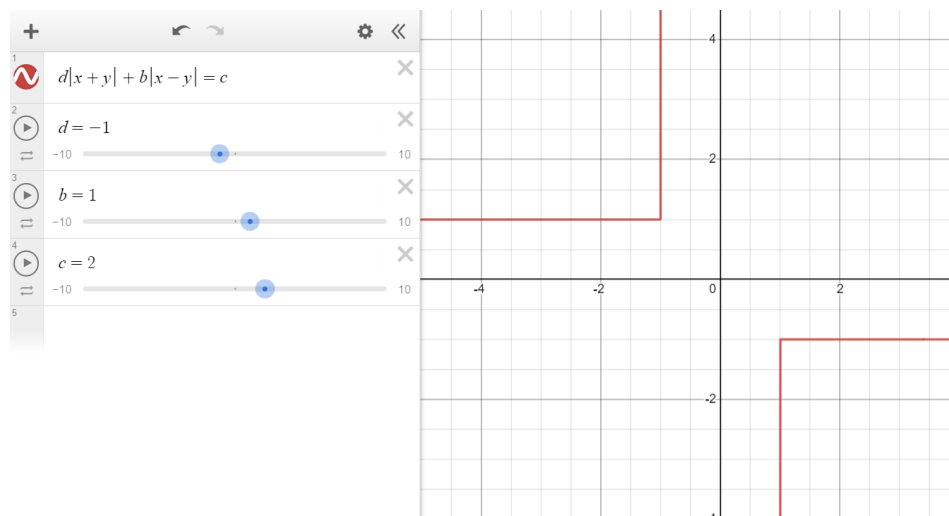


Рисунок 6

а аналітичний записується так:

при $a \in (-\infty; -1)$	$x = 1$
при $a = -1$	$x \in [1; +\infty)$
при $a \in (-1; 1)$	$x \in \emptyset$
при $a = 1$	$x \in (-\infty; -1]$
при $a \in (1; +\infty)$	$x = -1$

Нарешті, при  $d = -2$  маємо:

$$|x - a| - 2|x + a| = 2 \quad (8)$$

У цьому випадку графічний розв'язок зображений на рис.7:

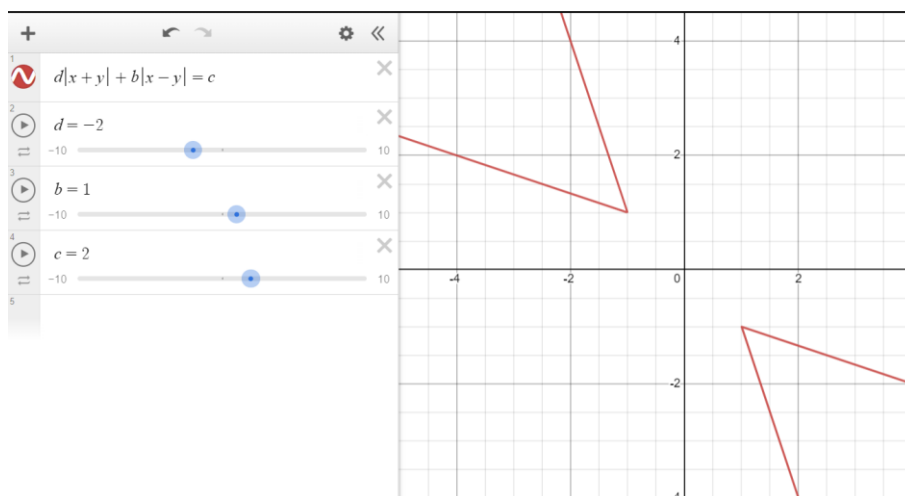


Рисунок 7

а аналітичний описується так:

$$\text{при } a \in (-\infty; -1] \quad x = -3a - 2 \cup x = -\frac{a}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\text{при } a \in (-1; 1) \quad x \in \emptyset$$

$$\text{при } a \in [1; +\infty) \quad x = -\frac{a}{3} - \frac{2}{3} \cup x = -3a + 2$$

Змінюючи коефіцієнт  $b$  ми отримуємо потрібні графічні й аналітичні розв'язки. Звертаємо увагу, що при необмеженому збільшенні, наприклад, коефіцієнта  $b$  ми ніколи не отримуємо у графічному розв'язку відрізків. Наприклад, при  $b = 50$  отримуємо рівняння (нехай  $d = 2, c = 4$ ):

$$2|x + a| + 50|x - y| = 4 \quad (9)$$

Графічним розв'язком буде ромб (рис.8). Причому, чим більшим буде значення  $b$ , тим меншою буде його менша діагональ.

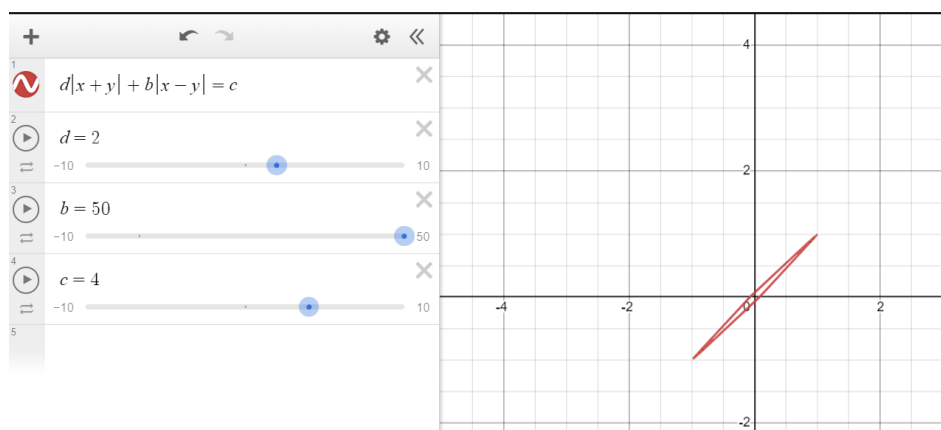


Рисунок 8

Таким чином за допомогою графічного калькулятора DESMOS досліджується як впливає зміна кожного коефіцієнта на вигляд графіка.

**Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.** Розв'язування задач та складання задач є взаємодоповнюючими обов'язковими компонентами. Застосування графічного калькулятора дозволяє перейти від розв'язування легких до побудови і розв'язування більш складніших вправ. Він надає можливість створювати графіки та експериментувати з різними функціями, що спонукає до творчості та дослідження. Графічний калькулятор DESMOS позитивно впливає на розвиток активності учнів у контексті сучасних інформаційних технологій.

**Список використаної літератури**



1. Кушнір В., Ріжняк Р. Формування в учнів складних умінь використовувати моделювання у процесі розв'язування математичних задач інтегративного змісту. *Математика в школі*. 2009. 5. 13–17.
2. Кушнір В., Ріжняк Р. Розв'язування математичних задач інтегративного змісту засобами комп'ютерного моделювання. *Математика в школі*. 2009. № 10. 34–39.
3. Левицький Я.В. Розв'язування рівнянь та нерівностей з параметром. *Наукові записки молодих учених*. 2019. 3. Електронний ресурс: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1622>
4. Левицький Я.В. Складання задач з параметром з використанням графічного калькулятора DESMOS. *Наукові записки молодих учених*. 2021. 8. Електронний ресурс: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1902>
5. Кушнір В., Кушнір Г., Ріжняк Р. Системне моделювання процесу розв'язування текстових математичних задач: кібернетичний підхід. *Постметодика*. 2009. 4 (88). 22–27.
6. Кушнір В. Системний аналіз педагогічного процесу: методологічний аспект. Кіровоград, КДПУ, 2001. 340 с.
7. Кушнір В., Ріжняк Р. Формування в учнів умінь інтегративної діяльності з використанням наборів математичних задач, утворених задачною темою. *Наукові записки КДПУ ім. В. Винниченка*. Випуск 90. Серія: Педагогічні науки. Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010. 156–161.
8. Ясінський В.В. Математика. Навчальний посібник для слухачів ФДП НТУУ «КПІ». За ред чл.-кор. НАН України В.С. Мельника. Київ, НТУУ «КПІ», 2005. 372 с.