УДК 374.951

ФОРМУВАННЯ В УЧНІВ СТАРШИХ КЛАСІВ ІНТЕГРАТИВНИХ ЗДАТНОСТЕЙ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ ТА НЕРІВНОСТІ

Левицький Ярослав

Науковий керівник: доктор іст. наук, професор Ріжняк Р.Я.

Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті розглядається інтегративний образ як форма реалізації інтегративного підходу при навчанні математики (зокрема навчанні розв'язувати тригонометричні рівняння та нерівності графічним способом). Складено й розв'язано низку задач різного типу, а саме: завдання на побудову графіків тригонометричних функцій, завдання на розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь та нерівностей графічним способом. Наведено деформовані вправи до вже складених завдань. Стаття супроводжується малюнками до задач.

Ключові слова: *тригонометричне рівняння, тригонометрична нерівність, інтегративний підхід, інтегрований образ, серія задач, задачна тема, графік тригонометричної функції, деформовані задачі.*

Development of integrative skills to solve trigonometrical equations and inequalities in senior class students

Y. Levickiy

Scientific adviser: doctor of historical sciences, professor Rizhniak R. Ya.

Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University, Kropyvnytsky, Ukraine

The article considers the integrative image as a form of implementation of the integrative approach in teaching mathematics (in particular, teaching how to solve trigonometric equations and inequalities graphically). A number of problems of various types were composed and solved, namely: tasks for constructing graphs of trigonometric functions, tasks for solving the simplest trigonometric equations and inequalities graphically. Deformed exercises for already completed tasks are provided. The article is accompanied by pictures for problems.

Key words: *trigonometric equation, trigonometric inequality, integrative approach, integrated image, series of problems, problem topic, graph of trigonometric function, deformed problems.*

Постановка проблеми. Освітній математичний рівень учня залежить від уміння оперувати числами, виразами, умінням розв'язувати рівняння(лінійні, квадратні, біквадратні, тригонометричні, показникові, логарифмічні і т.д), а також нерівності. Важливо розуміти, що кожне рівняння або ж нерівність завжди має свою геометричну інтерпретацію. Часто, нам трапляються завдання, які складно розв’язати аналітично, проте легко графічно. Такі завдання сприяють розвитку критичного мислення в учнів. «Традиційні» методи навчання математики, більшість із яких базувалися на опановуванні формул(заучуванні), поступово витісняються більш інноваційними підходами. Нині, вже не так складно продемонструвати учням ці геометричні інтерпретації(це можна зробити за допомогою програм навчального призначення) – це значно розширює їх математичний «кругозір». Сучасні методи навчання математики сприяють розвитку критичного мислення й творчого підходу до завдань. В математиці творчо можна підійти до вивчення будь-якої теми, зокрема, творчий підхід можна застосувати до вивчення тригонометричних рівнянь та нерівностей при вивченні тригонометрії в 10-му класі профільного(або поглибленого) рівня. Це дасть змогу зосередити увагу учнів на цій темі, вони самостійно зможуть аналізувати й моделювати різні ситуації з використанням якомога більше математичних понять. Створюється проблемна ситуація, що є складовою інтегрованого підходу до навчання математики. Однією із форм цього інтегрованого підходу – використання інтегрованих образів у процесі навчання математики. Цей інтегрований образ дає змогу учням вивчати математику через призму конкретних проблемних математичних ситуацій у вигляді цілісного навчального досвіду для них. На допомогу учням приходить графіки тригонометричних функцій. Цей підхід у навчанні сприяє створенню стимулюючого середовище для учнів та підготовки учнів до застосування отриманих знань. У даній роботі ми детально розглянемо, як графік тригонометричної функції може допомогти при розв’язуванні тригонометричних рівнянь та нерівностей, складемо серію задач й запропонуємо таблиці розв'язків для наступних тригонометричних функцій:

$$y = \ sinx; y = cosx; y = tgx; y = ctgx \qquad (1)$$

Ці таблиці буде зручно використовувати учням й вчителям на уроках математики при вивченні теми: «Розв'язування тригонометричних рівнянь та нерівностей».

Аналіз досліджень і публікацій. До цієї проблеми зверталися В.А. Кушнір і Р.Я. Ріжняк в [2; 3; 4; 5; 6], де автори досліджували проблеми використання обраного способу для розв'язування різних математичних задач з метою організації інтегративної навчальної діяльності учнів. Інтегративний підхід у навчанні дає можливість розглядати зміст навчання окремої дисципліни саме у процесі взаємодії з іншими навчальними дисциплінами, співставляти закономірності та закони навчальної дисципліни, яка вивчається, із закономірностями та законами природи. Так, наприклад, у задачі «Знайти значення $sin\,18^{o}$», автори проілюстрували, що дана задача породжує серію задач на знаходження синусів, косинусів, тангенсів чи котангенсів різних гострих кутів. Кінцевий результат формування інтегрованого образу способу розв'язування залежать від мети, поставленої вчителем чи викладачем. При формуванні інтегрованого образу наперед обраного способу розв'язання серії задач вчитель організовує процес мисленого об'єднання компонентів інтегрованого образу за їх істотними ознаками. Дослідження, проведене у статті В.А. Кушніра і Р.Я. Ріжняка, підтверджує доцільність використання наперед обраного способу розв'язання серії задач з метою формування стійкого інтегрованого образу.

Метою статті є дослідження найбільш вдалих підходів, а також теоретичних аспектів до розгляду теми «Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь і нерівностей» графічним способом. Підібрати задачі для виявлення завдань інтегративного змісту у контексті використання їх у даній статті, побудувати на базі підібраних задач задачну тему. Створити методичні рекомендації щодо розв’язування тригонометричних рівнянь та нерівностей в шкільному курсі математики. Показати у роботі можливість використання інтегрованого образу задачної теми за для реалізації інтегрованого підходу до навчання розв’язування учнів тригонометричних рівнянь та нерівностей в шкільному курсі математики.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Проблему дослідження почнемо розглядати з *побудов тригонометричних графіків функцій:*

Таблиця 1. Табличне представлення синусоїди

x	-60°	-45°	-30°	0°	30°	45°	60°
y	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

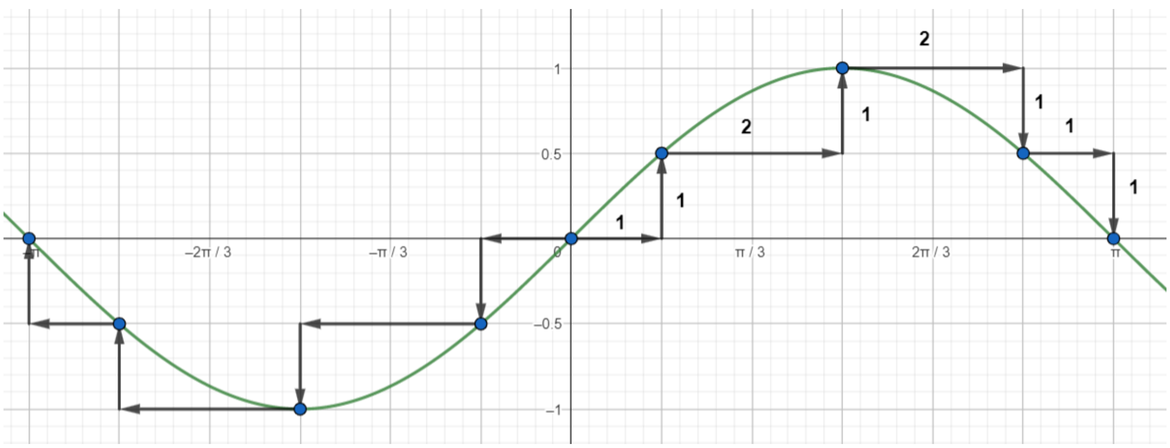

Рисунок 1. Синусоїда

Важливо акцентувати увагу учнів на <u>закономірності</u>, аби ті завжди могли(за потреби) продовжити графік функції вправо або вліво. *<u>Закономірність така:</u> 1-1-2-1-2-1-1-1*

Таблиця 2. Табличне представлення косинусоїди

x	-60°	-45°	-30°	0°	30°	45°	60°
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

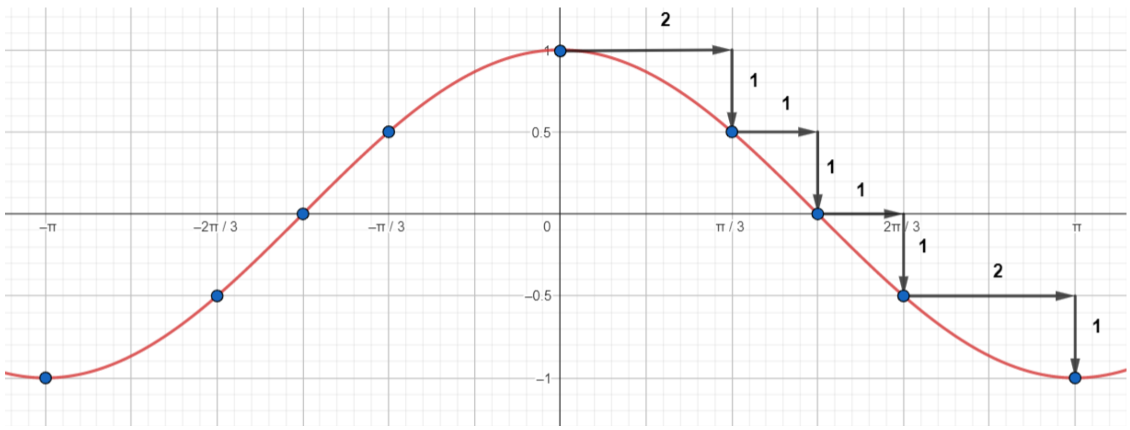

Рисунок 2. Косинусоїда

Закономірність така: *2-1-1-1-1-1-2-1*

Таблиця 3. Табличне представлення графіка функції $y = tgx$

x	-60°	-45°	-30°	0°	30°	45°	60°
y	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

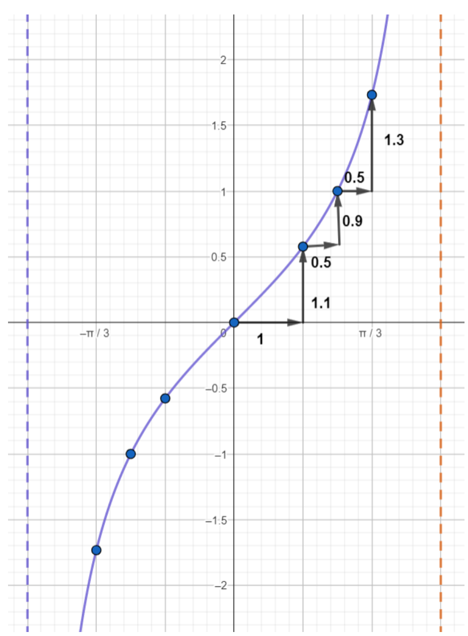

Рисунок 3. Графік функції $y = tgx$

Закономірність така: *1-1.1-0.5-0.9-0.5-1.3*

Таблиця 4. Табличне представлення графіка функції $y = ctgx$

x	-60°	-45°	-30°	0°	30°	45°	60°
y	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

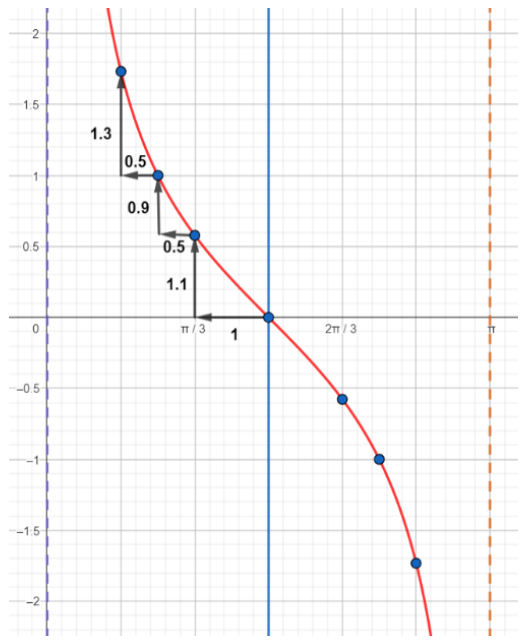

Рисунок 4. Графік функції $y = \mathrm{c}tgx$

<u>*Закономірність така:*</u> *1-1.1-0.5-0.9-0.5-1.3*

Розглянемо, тепер, як графіки тригонометричних функцій можуть допомогти у вирішенні найпростіших тригонометричних рівнянь(зокрема окремих випадків для синуса та косинуса):

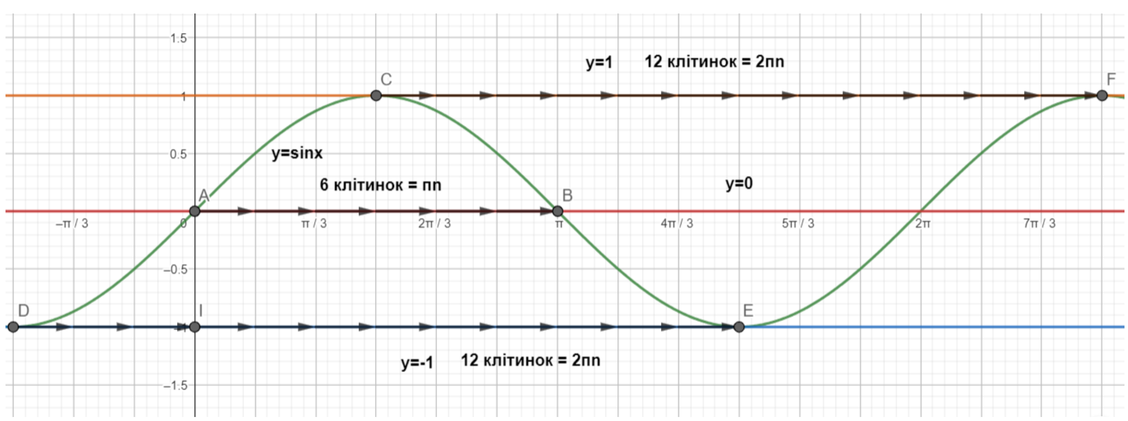

Рисунок 5. Розв’язування найпростіших тригонометричних рівнянь графічним способом(синус)

Таблиця 5. Окремі випадки найпростіших тригонометричних рівнянь(синус)

Рівняння	**Множина розв’язків**
$sinx = 1$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
$sinx = 0$	$x = 0 + \pi n, n \in Z$
$sinx = -1$	$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$

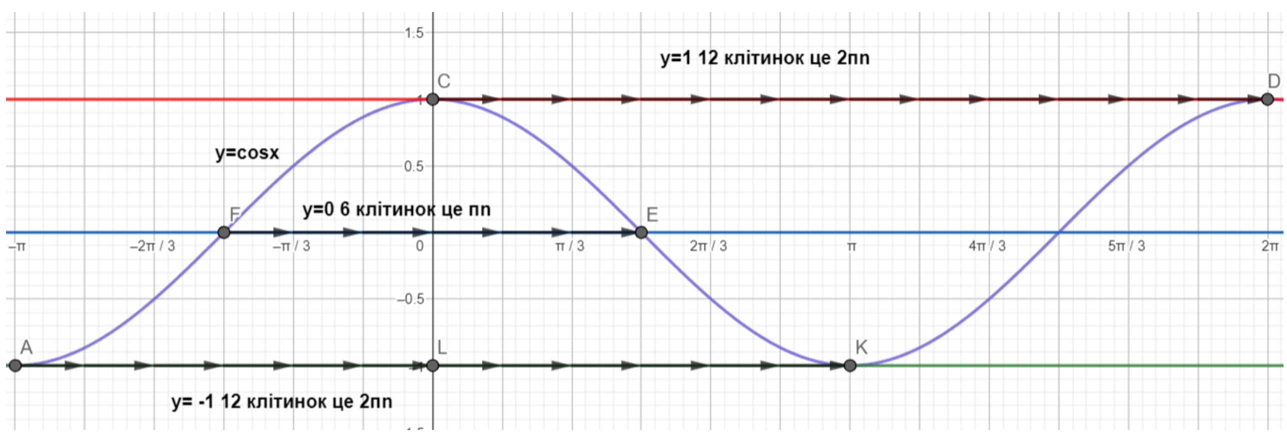

Рисунок 6. Розв’язування найпростіших тригонометричних рівнянь графічним способом(косинус)

Таблиця 6. Окремі випадки найпростіших тригонометричних рівнянь(косинус)

Рівняння	**Множина розв’язків**
$cosx = 1$	$x = 0 + 2\pi n, n \in Z$
$cosx = 0$	$x = -\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$
$cosx = -1$	$x = -\pi + 2\pi n, n \in Z$

Аналогічно до найпростіших тригонометричних рівнянь(окремі випадки) можна скласти серію задач, які розв'язуватимуться аналогічно, корисно розглянути й завдання таке: $sinx = cosx$. Перейдемо до найпростіших тригонометричних нерівностей. Важливим є той аспект, що роботу над тригонометричними нерівностями слід виконувати тоді, коли учні вміють будувати графіки тригонометричний спосіб. Мета – розглянути всі можливі найпростіші тригонометричні нерівності й зробити для них табличку з подальшим її використанням на уроках алгебри. Усі найпростіші тригонометричні, які наведені в таблиці розв'язуються графічним способом:

Таблиця 7. Розв'язки найпростіших тригонометричних нерівностей(синус)

	$\boldsymbol{sinx \geq a}$	$\boldsymbol{sinx \leq a}$	$\boldsymbol{sinx > a}$	$\boldsymbol{sinx < a}$
$\boldsymbol{a = \frac{1}{2}}$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	$-\frac{7\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = \frac{\sqrt{2}}{2}}$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{5\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{4} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{5\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{4} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = \frac{\sqrt{3}}{2}}$	$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{-4\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{-4\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = -\frac{\sqrt{3}}{2}}$	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{4\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n < x < -\frac{\pi}{3} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = -\frac{\sqrt{2}}{2}}$	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n < x < -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = -\frac{1}{2}}$	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n < x < -\frac{\pi}{6} + 2\pi n$

$\boldsymbol{a = 1}$	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	R	$\emptyset$	$-\frac{3\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{2} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = -1}$	R	$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{2} + 2\pi n$	$\emptyset$

Таблиця 8. Розв'язки найпростіших тригонометричних нерівностей(косинус)

	$\boldsymbol{cosx \geq a}$	$\boldsymbol{cosx \leq a}$	$\boldsymbol{cosx > a}$	$\boldsymbol{cosx < a}$
$\boldsymbol{a = \frac{1}{2}}$	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{3} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = \frac{\sqrt{2}}{2}}$	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = \frac{\sqrt{3}}{2}}$	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{11\pi}{6} + 2\pi n$	$-\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{11\pi}{6} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = -\frac{\sqrt{3}}{2}}$	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	$\frac{5\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$	$-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$	$\frac{5\pi}{6} + 2\pi n < x < \frac{7\pi}{6} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = -\frac{\sqrt{2}}{2}}$	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{4} + 2\pi n$	$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$	$\frac{\pi}{4} + 2\pi n < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = -\frac{1}{2}}$	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n \leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi n$	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$\frac{2\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{4\pi}{3} + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = 1}$	$x = 0 + 2\pi n$	R	$\emptyset$	$0 + 2\pi n < x < 2\pi + 2\pi n$
$\boldsymbol{a = -1}$	R	$x = \pi + 2\pi n$	$-\pi + 2\pi n < x < \pi + 2\pi n$	$\emptyset$

Таблиця 9. Розв'язки найпростіших тригонометричних нерівностей(тангенс)

	$tgx \geq a$	$tgx \leq a$	$tgx > a$	$tgx < a$
$a = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{6} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \frac{\pi}{6} + \pi n$
$a = 1$	$\frac{\pi}{4} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq \frac{\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \frac{\pi}{4} + \pi n$
$a = \sqrt{3}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n$	$\frac{\pi}{3} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \frac{\pi}{3} + \pi n$
$a = 2$	$arctg2 + \pi n \leq x$ $< \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x$ $\leq arctg2 + \pi n$	$arctg2 + \pi n < x$ $< \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x$ $< arctg2 + \pi n$
$a = -1$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x$ $\leq -\frac{\pi}{4} + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x$ $< -\frac{\pi}{4} + \pi n$
$a = -\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x$ $\leq -\frac{\pi}{6} + \pi n$	$-\frac{\pi}{6} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x$ $< -\frac{\pi}{6} + \pi n$
$a = -\sqrt{3}$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x$ $\leq -\frac{\pi}{3} + \pi n$	$-\frac{\pi}{3} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x$ $< -\frac{\pi}{3} + \pi n$

Таблиця 10. Розв’язки найпростіших тригонометричних нерівностей(котангенс)

	$ctgx \geq a$	$ctgx \leq a$	$ctgx > a$	$ctgx < a$
$a = \frac{\sqrt{3}}{3}$	$0 + \pi n < x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n$	$\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \pi + \pi n$	$0 + \pi n < x < \frac{\pi}{3} + \pi n$	$\frac{\pi}{3} + \pi n < x < \pi + \pi n$
$a = 1$	$0 + \pi n < x \leq \frac{\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n \leq x < \pi + \pi n$	$0 + \pi n < x < \frac{\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n < x < \pi + \pi n$
$a = \sqrt{3}$	$0 + \pi n < x \leq \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x < \pi + \pi n$	$0 + \pi n < x < \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{6} + \pi n < x < \pi + \pi n$
$a = 2$	$0 + \pi n < x$ $\leq arcctg2 + \pi n$	$arcctg2 + \pi n \leq x$ $< \pi + \pi n$	$0 + \pi n < x$ $< arcctg2 + \pi n$	$arcctg2 + \pi n < x$ $< \pi + \pi n$
$a = -1$	$0 + \pi n < x \leq \frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n \leq x < \pi + \pi n$	$0 + \pi n < x < \frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n < x < \pi + \pi n$

$\boldsymbol{a=-\frac{\sqrt{3}}{3}}$	$0+\pi n<x\le\frac{2\pi}{3}+\pi n$	$\frac{2\pi}{3}+\pi n\le x<\pi+\pi n$	$0+\pi n<x<\frac{2\pi}{3}+\pi n$	$\frac{2\pi}{3}+\pi n<x<\pi+\pi n$
$\boldsymbol{a=-\sqrt{3}}$	$0+\pi n<x\le\frac{5\pi}{6}+\pi n$	$\frac{5\pi}{6}+\pi n\le x<\pi+\pi n$	$0+\pi n<x<\frac{5\pi}{6}+\pi n$	$\frac{5\pi}{6}+\pi n<x<\pi+\pi n$

Також, вчителю можна і звертати увагу на систему *деформованих вправ.* Під деформованими вправами будемо розуміти певний тип вправ, які можуть бути змінені версіями стандартних вправ аби вони були якомога складнішими або містили додаткові елементи, які потребують аналізу та творчого підходу. Деформовані вправи використовуються з метою розвитку критичного та абстрактного мислення учнів. Головною ідеєю деформованих вправ – *спонукання учнів розв'язати задачу нестандартним способом,* що сприяє розширенню їхньої математичної грамотності та креативності загалом. До таких вправ можна віднести наступне завдання:

Завдання 1. *Для тригонометричних нерівностей з тангенсом(можна взяти й інші тригонометричні функції: синус, косинус, котангенс) заповніть пропуски:*

	$tgx\ge a$	$tgx\le a$	$tgx>a$	$tgx<a$
$a=\frac{\sqrt{3}}{3}$				
$a=1$				
$a=\sqrt{3}$				
$a=2$				
$a=-1$				
$a=-\frac{\sqrt{3}}{3}$				
$a=-\sqrt{3}$				
$a=-2$				
$a=0$				

Рисунок 7. Деформована вправа 1.

Зауважимо, що замість тангенса тут можуть бути і синус, косинус чи котангенс, тобто суть вправи полягає у заповненні таблиці(найпростіших тригонометричних нерівностей) будь-яким підходом(аналітично або графічно), де учні пропонуватимуть свої підходи до вирішення цієї проблеми. Важливо, що цю вправу можна запропонувати учням після того, як вже розглянули найпростіші тригонометричні нерівності, наприклад на контрольній роботі щоб узагальнити напрацьоване. Від вчителя і тільки від вчителя залежить кінцева мета сприйняття учнями теми: «Найпростіші тригонометричні рівняння та нерівності», вчитель сам обирає підхід, який вважає кращим(створює разом з дітьми розробку про тригонометричні нерівності, чи використовує, потім у роботі, деформовані вправи). Також можна і змінити умову: для розв'язків найпростіших тригонометричних нерівностей сказати про a. Тобто завдання буде таке:

Завдання 2. *Для поданих у таблиці розв'язків найпростіших тригонометричних нерівностей з тангенсом(можна взяти будь-яку іншу тригонометричну функцію: синус, косинус, котангенс) знайдіть* a.

	$tgx \geq a$	$tgx \leq a$	$tgx > a$	$tgx < a$
$a =$	$\frac{\pi}{6} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq \frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{\pi}{6} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \frac{\pi}{6} + \pi n$
$a =$	$\frac{\pi}{4} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq \frac{\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \frac{\pi}{4} + \pi n$
$a =$	$\frac{\pi}{3} + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq \frac{\pi}{3} + \pi n$	$\frac{\pi}{3} + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < \frac{\pi}{3} + \pi n$
$a =$	$arctg2 + \pi n \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x \leq arctg2 + \pi n$	$arctg2 + \pi n < x < \frac{\pi}{2} + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + \pi n < x < arctg2 + \pi n$

Рисунок 2. Деформована вправа 2.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Проведене дослідження дає підстави вважати ефективними використання умови використання інтегрованого образу задачі для розв'язування «задачної серії» задачної теми. У роботі вдалося продемонструвати використання інтегрованого образу задачної теми за для реалізації інтегрованого підходу до навчання розв'язування тригонометричних рівнянь та нерівностей в шкільному курсі математики. Виконання завдань, які наведені у роботі забезпечують формування в учнів знань та умінь інтегративної математичної діяльності і, що важливо, інтегративних математичних здатностей. Мету даної роботи вдалося реалізувати повністю.

Список використаної літератури

1. Алгебра і початки аналізу: початок вивчення на поглиб. рівні з 8 кл., проф. Рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2018. – 512 с. : іл.
2. Кушнір В., Ріжняк Р. Формування в учнів складних умінь використовувати моделювання у процесі розв’язування математичних задач інтегративного змісту // Математика в школі. – 2009. – № 5. – с. 13-17.
3. Кушнір В., Ріжняк Р. Розв’язування математичних задач інтегративного змісту засобами комп’ютерного моделювання // Математика в школі. – 2009. – № 10. – с. 34-39.
4. Кушнір В., Кушнір Г., Ріжняк Р. Системне моделювання процесу розв’язування текстових математичних задач: кібернетичний підхід // Постметодика. – 2009. – № 4 (88). – с. 22-27.
5. Кушнір В. Системний аналіз педагогічного процесу: методологічний аспект. – Кіровоград: КДПУ, 2001. – 340с.
6. Кушнір В., Ріжняк Р. Формування в учнів умінь інтегративної діяльності з використанням наборів математичних задач, утворених задачною темою // Наукові записки КДПУ ім. В. Винниченка. – Випуск 90. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010 – с. 156-161.
7. Шкіль М.І. Алгебра і початки аналізу: підруч. для 10 класу / М. І. Шкіль – К.: Зодіак-ЕКО, 2002. – 270 с.