

УДК 377.5.315

СИСТЕМА ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ ПРИ ПІДГОТОВЦІ УЧНІВ ДО ОЛІМПІАДИ

Фатич Ольга, Ключник Інна

**Науковий керівник : кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри
математики та цифрових технологій Ключник І. Г.**

*Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка,
м. Кропивницький, Україна*

У даній публікації досліджується теоретичне та практичне використання системи лінійних алгебраїчних рівнянь та методика підготовки учнів до олімпіади. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь відіграють важливу роль у математиці, оскільки до них зводиться велика кількість задач лінійної алгебри, теорії диференціальних рівнянь, математичної фізики тощо, та областей фізики й техніки, де застосовуються ці математичні теорії. У статті наводяться конкретні приклади методів розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь та підхід до учнів. Для розв'язання цих завдань використовуються різні методи і підходи, включаючи за формулою Крамера, матричний метод, методом Гауса. Ця стаття підкреслює важливість цієї теми і заохочує до подальших досліджень та відкриттів в цій області.

Ключові слова: *система лінійних алгебраїчних рівнянь, прикладні задачі, методи розв'язку та підхід до учнів.*

System of linear algebraic equations in the preparation of students for the olympiad

O. Fatych, I. Kliuchnyk

**Academic supervisor: candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of
the department of mathematics and digital technologies Kliuchnyk I. G.**

This publication explores the theoretical and practical use of the system of linear algebraic equations and the method of preparing students for the Olympiad. Systems of linear algebraic equations play an important role in mathematics, since a large number of problems of linear algebra, the theory of differential equations, mathematical physics, etc., and the areas of physics and technology where these mathematical theories are applied are reduced to them. The article provides specific examples of methods for solving a system of linear algebraic equations and an approach to students. Different methods and approaches are used to solve these problems, including the Kramer formula, the matrix method, and the Gaussian method. This article highlights the importance of this topic and encourages further research and discovery in this area.

Keywords: system of linear algebraic equations, applied problems, solution methods and approach to students.

Постановка проблеми. Вища алгебра є далекосяжним, але цілком закономірним узагальненням основного змісту шкільного курсу елементарної алгебри. Центральне місце в шкільному курсі алгебри, безсумнівно, займає питання розв'язування рівнянь. Вивчення рівнянь починається з дуже простого випадку одного рівняння першого ступеня з одним невідомим, а потім розвивається в двох напрямках. З одного боку, розглядаються системи з двох і трьох рівнянь першого ступеня з двома або трьома невідомими. З іншого боку, вивчається одне квадратне рівняння з одним невідомим, а також деякі окремі типи рівнянь вищого ступеня, які легко зводяться до квадратних (наприклад, біквадратні рівняння).

Ці два напрямки подальше розвиваються в ході вищої алгебри, визначаючи її поділ на дві великі частини. Одна з них, а саме основи лінійної алгебри, має за відправну точку вивчення довільних систем рівнянь першого ступеню, або лінійних рівнянь. Для того, щоб вирішувати такі системи одразу, коли число рівнянь дорівнює числу невідомих, розробляється теорія визначників. Однак, цього апарату вже недостатньо для вивчення таких системно-лінійних рівнянь, в яких число рівнянь не дорівнює числу невідомих, випадок незвичайний для елементарної алгебри, але дуже важливий для додатків. Тоді необхідно вивчати теорію матриць.

Ця теорія виявилася глибокою і знайшла застосування далеко за межами теорії систем лінійних рівнянь. З іншого боку, вивчення систем лінійних рівнянь вимагає введення і вивчення багатовимірних (так званих векторних або лінійних) просторів. Це поняття є чисто математичним, навіть по суті алгебраїчним, і служить важливим інструментом у багатьох математичних дослідженнях, а також у фізиці та механіці.

Аналіз досліджень і публікацій. Позакласну роботу з математики треба ще розглядати як засіб розвитку математичних здібностей. Проблеми лінійної алгебри, в тому числі рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь, вивчали

такі математики, як А.Г. Курош, І.М. Гельфанд, Н.В. Єфімов, Г.Є. Шилов, В.А. Ільїн, Є.Г. Позняк та інші.

Організацію позакласної роботи з математики у середній школі розглядали у своїх працях відомі педагоги-методисти: М.В. Богданович, Б.Г. Друзь, Н.Ф. Вапняр, Л.М. Дудко, Д.В. Клименченко та інших.

Дослідженням математичних здібностей школярів займалися знамениті психологи, математики: А. Біне, Е. Торндайк, В.А. Крутецький, П.Я. Гальперін, А.Н. Колмогоров, А. Пуанкаре, Ж. Адамар та інші.

Питанням розвитку олімпіадного руху з математики присвячені наукові праці А.Р. Армана, О.М. Вороного, В.Б. Дроздова, І.М. Мітельмана, Л.О. Орел, В.М. Радченка, Н.А. Тарасенковой, Л.М. Фридмана, В.А. Ясінського та інші.

Мета статті полягає в розкритті можливості підготовки учнів до олімпіади з теми “Системи лінійних алгебраїчних рівнянь”. Продемонструвати специфіку та підхід до вивчення даної теми. У статті також наведений приклад заняття гуртка, для підготовки учнів, який успішно можна використовувати в роботі.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Для підготовки учнів старшої школи до участі в математичних олімпіадах була розроблена програма занять наукового гуртку «Розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь у процесі підготовки старшокласників до математичних олімпіад».

Заняття гуртка присвячені вивченню основних понять початку лінійної алгебри: визначників, матриць, методів розв’язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Заплановано 16 годин.

Завдання наукового гуртка:

Навчальні:

- вивчення основних означень, властивостей, операцій визначників та матриць;
- демонстрація практичного застосування методів лінійної алгебри при розв’язуванні геометричних та фізичних задач;

- вивчення методів розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь;
- формування навичок розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Розвиваючі:

- розвиток логічного мислення учнів;
- вироблення творчого підходу до розв'язування проблем;
- підготовка школярів до математичної олімпіади;

Виховні:

- розвиток інтересу старшокласників до математики, як науки;
- розвиток культури математичного мовлення;
- розвиток почуття відповідальності, самостійності, працьовитості, спостережливості, ініціативності, уважності;
- сформувати розуміння значення математики як науки серед інших наук.

В результаті занять в науковому гуртку учні

повинні знати основні поняття з лінійної алгебри: визначники; матриці; розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь; однорідні та неоднорідні системи лінійних алгебраїчних рівнянь; сумісні та несумісні системи лінійних алгебраїчних рівнянь; частинний та загальний розв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь; еквівалентні (рівносильні) системи лінійних алгебраїчних рівнянь; лінійна комбінація векторів; базис лінійного простору; метод Гаусса розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь; метод Крамера розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь; матричний метод розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь;

повинні вміти: відповідати на теоретичні питання; обчислювати визначники; оперувати матрицями; знаходити обернену матрицю; визначати ранг матриці; досліджувати зміни матриці при елементарних перетвореннях;

розв'язувати систему методом Гаусса; розв'язувати систему методом Крамера; розв'язувати систему матричним методом; знаходити частинний розв'язок системи лінійних рівнянь, а також фундаментальну систему розв'язків відповідної однорідної системи; розкласти вектор за даним базисом; визначати розмірність та базис лінійної оболонки векторів.

Заняття №1 -2.

Тема: «Визначники».

Мета: ознайомити учнів з теорією визначників, їх властивостями.

Хід занять. Розглядання теоретичних питань:

- означення перестановки сукупності чисел та властивості парної та непарної перестановок;
- означення інверсії;
- перетворення транспозиції;
- означення визначника (детермінанта);
- додаткові мінори та алгебраїчні доповнення;
- властивості визначника.

Розв'язування задач.

1. Обчислити визначник:

$$A = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 3 \cdot 1 - 4 \cdot (-2) = 3 + 8 = 11$$

2. Обчислити визначник:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 5 & -3 \\ 1 & 4 & -2 \\ -7 & 3 & 0 \end{vmatrix}$$

Для обчислення визначника застосовуємо правило трикутника:

$$\begin{aligned} \Delta &= 2 \cdot 4 \cdot 0 + (-7) \cdot 5 \cdot (-2) + 1 \cdot 3 \cdot (-3) - ((-7) \cdot 4 \cdot (-3) + 1 \cdot 5 \cdot 0 + \\ &+ 2 \cdot 3 \cdot (-2)) = 0 + 70 - 9 - 84 - 0 + 12 = \\ &= -11 \end{aligned}$$

Відповідь: -11.

Домашнє завдання.

Обчислити визначники

$$\text{а) } A = \begin{vmatrix} 7 & -6 \\ 8 & -7 \end{vmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{vmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}; \quad \text{в) } A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}; \quad \text{г) } \begin{vmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 3 & 7 & 1 \\ 1 & 6 & 4 \end{vmatrix}.$$

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.

Вивчення теми: «Система лінійних алгебраїчних рівнянь» є досить цікавою для вивчення, методика подання та підготовка учнів до розв'язування ускладнених завдань досить розширена, можна подати як в математичному вигляді з книги, так і виконати обрахунки за допомогою комп'ютерних програм. Перед викладачем постає важливе завдання – навчити майбутніх фахівців застосовувати та розширювати математичні знання.

Список використаної літератури:

1. Бевз В.Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: Монографія / В.Г. Бевз. – Київ : НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2005. – 360 с.
2. Бурда М.І. Особливості організації навчання математики в 10–12 класах на профільному рівні / М.І. Бурда, О.І. Глобін // Вісник Черкаського університету. – Серія «Педагогічні науки». – Вип. 150. – Черкаси, 2009. – С. 24–31.
3. Вороний О.М. Готуємось до олімпіади з математики [книга 1] – Бібліотека журналу «Математика в школах України» / О.М. Вороний. – Харків : Основа, 2008. – Вип. 5 (65) – 128 с.