

УДК 377.5.315

ОРГАНІЗАЦІЙНІ ФОРМИ І ПРИНЦИПИ ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ УМІНЬ УЧНІВ У НАВЧАННІ ГЕОМЕТРІЇ

Носачов Владислав, Ключник Інна

**Науковий керівник : кандидат фізико-математичних наук, доцент
кафедри математики та цифрових технологій Ключник І. Г.**

*Центральноукраїнський державний університет імені Володимира
Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

В роботі проаналізовані основні форми та методи формування дослідницьких умінь з геометрії учнів основної та старшої школи. Акцент здійснюється на аналізі базових принципів організації дослідницької діяльності учнів, психічних аспектів формування дослідницьких умінь учнів, необхідних умов ефективності реалізації дослідницької діяльності учнів основної та старшої школи. Частково розглянута проблема знаходження ефективних груп принципів проблемного навчання в контексті дослідницької діяльності. На прикладі геометричної задачі розглянута інтеграція основних принципів, що є необхідними для формування відповідних дослідницьких умінь.

Ключові слова: дослідницьке уміння, дослідницька діяльність, дослідницьке завдання, форми навчання, методи навчання, принципи.

Organizational forms and principles of forming students' research skills in geometry learning

Vladyslav Nosachov, Inna Kliuchnyk

**Academic supervisor: candidate of physical and mathematical sciences, associate professor
of the department of mathematics and digital technologies Kliuchnyk I. G.**

The paper analyzes the main forms and methods of formation of research skills in geometry of elementary and high school students. Emphasis is placed on the analysis of the basic principles of the organization of students' research activities, mental aspects of the formation of students' research skills, the necessary conditions for the effectiveness of the implementation of research activities of elementary and high school students. The problem of finding effective groups of problem-based learning methods in the context of research activity is partially considered. On the example of a geometric problem, the integration of the main principles necessary for the formation of relevant research skills is considered.

Keywords: research skill, research activity, research task, forms of education, methods of education, principles.

Постановка проблеми. Як відзначає відомий математик-педагог Д. Пойа «Уміння – це здатність використовувати наявні знання для досягнення цілей». Безумовно, для формування дослідницьких умінь важливий предмет в межах якого буде здійснюватись ця діяльність. Хоча перші спроби інтеграції дослідницьких методів відносились до природничих наук [2], в подальшому стало зрозуміло, що в математиці можливе становлення дослідницьких умінь, адже аналіз, класифікація, постановка гіпотез, доведення та спростування освоюється в значною мірою саме завдяки вивченню математики [5].

На ґрунті планомірного послаблення загальної математичної освіти особливо гостро відчувається стрімкий процес послаблення інтересу саме до геометрії. Про це вказують результати зовнішнього незалежного тестування, державної підсумкової атестації та результати досліджень якості освіти за міжнародними проектами (TIMSS, PISA, IPMA, MAVI, Kassel-Exeter Project та інші). Аналіз результатів ЗНО з математики показує, що лише 54% учасників розв'язали задачі з планіметрії і лише 10% розв'язали стереометричну задачу з відкритою відповіддю. Остання потребує вмінь обґрунтовувати геометричні факти, доводити твердження, виокремлювати та аналізувати планіметричні структурні частини завдання, що формуються зокрема в процесі дослідницької діяльності геометрії основної школи.

Незважаючи на те, що особистісно-орієнтовна та компетентісна парадигми навчання гармонійно реалізуються через дослідницьку діяльність, розуміння і апробаційно-технічна складова останньої недостатньо зрозуміла багатьом вчителям і недостатньо повно вивчена науковцями-практиками.

Аналіз досліджень і публікацій.

Аналіз психолого-педагогічної і методичної літератури свідчить про те, що дослідницька діяльність в теоретичному та практичному розумінні була об'єктом дослідження багатьох науковців. Дослідницька діяльність як метод навчання досліджувався в роботах Д.Брунера [8], Д. Дьюї [7]. Дослідницьку діяльність як інструмент активізації пізнання вивчали Д. Пойа [9], С.А. Раков [5]. та інші. Методологічні аспекти формування навчально-дослідницьких

умінь учнів досліджували М.І. Бурда [2], С.А. Раков [5]. Аналізу проблем формування навчально-дослідницьких умінь в різних розділах шкільної математики присвячені роботи: Г. П. Бевз [1], Г.В. Лиходєєвої [4], С.А. Ракова [5] та інших.

Нажаль проблема інтеграції дослідницького підходу в геометрію основної та старшої школи недостатньо глибоко вивчена та проаналізована, що породжує необхідність розв'язання виявлених суперечностей.

Об'єкт дослідження – навчання геометрії в основній та старшій школі.

Предмет дослідження – дослідницька складова при навчанні геометрії в основній та старшій школі.

Мета дослідження полягає в науково-теоретичному обґрунтуванні базових аспектів методики організації дослідницької діяльності на уроках геометрії.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Організаційні форми і принципи в контексті формування дослідницьких геометричних умінь учнів.

Принцип, як певне правило діяльності, Ф.-В.-А. Дістервег розглядав в дидактичному розумінні, як вимоги до змісту навчання, вчителів та учнів. В праці [6] М. М. Фіцула виділив та теоретично обґрунтував основні актуальні принципи сучасної дидактики: науковість, систематичність та послідовність, доступність, зв'язок навчання з життям, свідомість і активність учнів, наочність, міцність засвоєння знань, умінь і навичок, індивідуальний підхід до учнів, емоційність навчання.

Базовими принципами організації дослідницької діяльності учнів [3] є:

- доступність (здатність учня виконувати завдання, результат якого продукує задоволення та відчуття успіху від власної діяльності);
- природність (навчальна проблема повинна характеризуватись наявністю зв'язків з реальними процесами та ініціювати справжній інтерес до процесу дослідження);

– експериментальність (пізнання повинно здійснюватись на основі всіх аналізаторів, для комплексного і всебічного сприйняття властивостей предметів і явищ);

– осмисленість (всі етапи дослідницької діяльності – постановка проблеми, мети, завдань, хід самого дослідження та результатів повинні характеризуватись осмисленістю);

– культуровідповідність (в процесі проектування дослідницької діяльності повинні враховуватись традиції та погляди суспільства і особливості національної культури);

– самодіяльність (засвоєння нових знань умінь та навичок повинно здійснюватись через власний досвід та бачення).

Психічна потреба у пошуковій активності є мотивом, що здійснює запуск механізмів дослідницької поведінки. Відомо [1, 3], що організація дослідницької діяльності потребує симбіозу внутрішнього та зовнішнього мотивів. Зовнішня мотивація включає в себе бажання стати корисним членом суспільства; відповідати сучасним вимогам життя; потребу в схваленні власних результатів дослідження та інші. Внутрішня мотивація дослідницької діяльності передбачає інтерес до процесу дослідження; бажання поглибити власні знання та інші.

В роботі [4] зазначається, що в процесі організації дослідницької діяльності необхідно враховувати три основні аспекти мотивації:

– професійний (прагнення до підвищення загального рівня знань);

– моральний (участь у конкурсах, олімпіадах, конференціях, Малій академії наук та інших видах творчої діяльності);

– матеріальний (розробка проектів, що приносять прибуток).

Однак, в психологічному розумінні, поєднання мотивуючих компонент замало для успішної реалізації дослідницької діяльності – потрібно також враховувати механізми здійснення дослідницької поведінки. Компонентами відповідного механізму є конвергентне та дивергентне мислення, які реалізуються в умовах невизначеності [2, 3]. Конвергентне мислення

характеризується стійкою послідовністю та логікою і проявляється в завданнях з єдиною правильною відповіддю, в той час як дивергентне, не є детермінованим і вступає в дію по відношенню до задач з множинною кількістю відповідей.

Зрозуміло, що необхідною умовою ефективності реалізації дослідницької діяльності є її відповідність основним дидактичним принципам, які відповідно до праць М. М. Фіцули мають наступний вигляд:

– *Науковість.* Знання та уміння, отримані за рахунок дослідницької діяльності, повинні характеризуватись об'єктивністю, науковою достовірністю та обґрунтованістю. Реалізація відповідного принципу потребує використання сучасних засобів та методів науки.

– *Системність.* Відповідний принцип включає необхідність організації дослідницької діяльності відповідно до вимог наступності, строгості та логічності зв'язків в її структурі компонентів. Результати діяльності повинні чітко характеризуватись своїм місцем у системі сучасної науки.

– *Доступність.* Дослідницька діяльність повинна відповідати індивідуальним та віковим особливостям розвитку учня, яка виключає можливість морального, інтелектуального та фізичного перевантаження учнів у ході відповідної діяльності.

– *Наочність.* Дослідження, як продукт науково-дослідницької діяльності повинно містити не лише теоретичну компоненту, а і емпіричну. Достатньо багата наочність розширює спектр можливостей для розвитку інтелектуальних процесів. Безумовно, інтеграція дослідницької діяльності в курс геометрії основної школи, неможливе без високого вмісту емпіричної та наочної складової.

– *Наявність зв'язку дослідження з життям.* Необхідною характеристикою дослідницької діяльності є ступінь її зв'язку з реальними життєвими процесами та ситуаціями. Реалізація відповідного принципу здійснюється через зміст дослідницької діяльності. В даному аспекті

дослідницька діяльність дозволяє учню суб'єктно вибирати цікаву тему, відповідно власним інтересам.

– *Індивідуальний підхід до учнів.* Даний принцип визначає необхідність ідентифікації індивідуальних науково-дослідницьких можливостей учня, відповідно до яких здійснюється організація дослідницької діяльності. За рахунок унікальності кожного учня, виключається можливість повної алгоритмізації навчального дослідницького процесу.

Дослідницька діяльність передбачає використання наступних проблемних методів навчання [4]: пояснювально-ілюстративний (інформаційно-рецептивний), репродуктивний, метод проблемного викладу, частково-пошуковий (евристичний), дослідницький.

С. А. Раков [5] розглядає наступні принципи, які повинні бути інтегровані в дослідницьке завдання, зокрема з геометрії:

Принцип історизму. Полягає в тому, що дослідницьке завдання може мати власну історію постановки та розв'язання, на що треба звернути увагу. В процесі аналізу відповідного дослідницького завдання, необхідно здійснювати акцент на історичні джерела, самостійно проаналізувати причини виникнення проблеми.

Принцип узагальнення. Сутність принципу полягає в аналізі дослідницького завдання, при переході від заданої геометричної фігури до її узагальненого аналогу: від гострокутного трикутника – до довільного трикутника; від трикутника – до чотирикутника, а далі до многокутника; від многокутника – до довільної опуклої фігури, тощо.

Принцип конкретизації. Полягає в аналізі проблеми, при умові що вводяться додаткові умови чи обмеження.

Принцип динамізму – аналіз зміни розв'язання чи підходів до дослідження завдання, при зміні її параметрів.

Принцип розмірності. Полягає в дослідженні проблеми при переході до евклідового простору вищих розмірностей (від прямої – до площини, від площини – до простору, від простору – до n -вимірного простору). Однак,

потрібно здійснити деяке уточнення. Якщо говорити про задачу Штейнера (історично коректніше говорити про задачу Штейнера-Торічеллі), яка полягає у визначенні точки, сума відстаней від якої до вершин заданого трикутника мінімальна, то відповідно принципу розмірності, її поглибленням є задача про знаходження точки в просторі, сума відстаней від якої до вершин заданої трикутної трикутника є мінімальною. Таким чином, фіксація трикутника і розширення положення шуканої точки від площини трикутника до простору не відповідає принципу узагальнення – процес розширення повинний здійснюватись як в контексті фігури, так і в контексті простору, який її містить.

Принцип інтерпретації – полягає в інтерпретації задачі у термінах різних предметних галузей. Метою принципу інтерпретації є направленість на розгляд задачі з різних точок зору, її постановку в термінах різних предметних галузей.

Принцип застосування – полягає в аналізі можливості застосування задачі на практиці та суміжних предметних областях (фізика, хімія, архітектура, географія, економіка тощо).

В роботі [5] відповідні принципи висвітлювались по відношенню до задачі Штейнера. Розглянемо у відповідному контексті наступну задачу:

Задача 1. На сторонах AB, BC, CA гострокутного трикутника ABC знайти точки P, Q, R відповідно так, щоб периметр трикутника PQR набував найменш можливого значення (вписати в заданий гострокутний трикутник, трикутник найменшого периметра).

Принцип історизму. В 1775 році італійський математик та інженер, член Лондонського королівського товариства та Берлінської академії наук, Фаньяно Джуліо-Карл сформулював та розв'язав відповідну задачу, яка в зв'язку з цим називається його ім'ям (задача Фаньяно). Розв'язання Фаньяно ґрунтувалось на аналітичних перетвореннях [5]. Розв'язання, що включали геометричні перетворення (симетрія, паралельний перенос) були представлені Г.А. Шварцем [3].

Принцип узагальнення. Цілком природньо розглянути випадок, коли $\triangle ABC$ є довільним, однак в даному випадку потрібно скоригувати умову задачі, а саме вимагати, щоб сума $PQ + QR + RP$ була якомога мінімальною. Відповідне коригування викликано тим, що для прямокутного або тупокутного трикутника шукані точки P, Q, R вже не утворюють трикутник. Якщо говорити про коректність з математичної точки зору, то взагалі доречно вилучити у формулюванні задачі поняття «вписаний трикутник» та «периметр», адже існування такого трикутника, взагалі кажучи, на початку проблеми не гарантована, точніше його існування вже є наслідком розв'язання.

При узагальненні задачі на довільний багатокутник потрібно згадати результати Ф. Морлея, який використовуючи метод симетрії Г.А. Шварца отримав розв'язок для $(2n + 1)$ -кутника. В більшості випадків, шуканий розв'язок представляє собою більярд Біркхофа [3]. В загальній постановці задача не є тривіальною і потребує оперування засобами варіаційного числення та математичного аналізу функцій багатьох змінних, що виходять далеко за межі як математичного курсу основної школи, так і шкільного курсу математики в загалом.

Принцип конкретизації. Тут можливо рухатись в двох напрямках. Перший полягає в тому, що сторонам AB, BC, CA ставляться у відповідність додатні ваги c, a, b відповідно, причому потрібно мінімізувати вираз $bPQ + cQR + aRP$. В термінах варіаційного числення та методів оптимізації задача формулюється наступним чином:

$$a \cdot RP + b \cdot PQ + c \cdot QR \rightarrow \min.$$

Другий напрямок полягає в тому, що на сторонах AB, BC, CA відмічаємо пари точок $(P_1; P_2), (Q_1; Q_2), (R_1; R_2)$. Вважаємо, що точки P, Q, R повинні належати відріzkам P_1P_2, Q_1Q_2, R_1R_2 відповідно. Зрозуміло, що для гострокутного трикутника у випадку, коли відрізки P_1P_2, Q_1Q_2, R_1R_2 містять вершини ортоцентричного трикутника задача тривіальна, однак в разі

порушення відповідної вимоги задачу розв'язати в загальній постановці точно неможливо.

Принцип динамізму. Припустимо, що периметр гострокутного $\triangle ABC$ фіксований і дорівнює p . Потрібно з'ясувати, для якого трикутника ABC мінімальне значення $PQ + QR + RP$ є максимальним (мінімальним). В термінах варіаційного числення та методів оптимізації задача формулюється наступним чином:

$$\min(PQ + QR + RP) \rightarrow \max(\min).$$

Задача допускає розв'язання в загальній постановці, без обмеження на тип трикутника.

Принцип розмірності. Можливо розглянути трикутну піраміду, на кожній грані якої потрібно знайти точки так, щоб сума ребер утвореної піраміди був якомога найменшим. При переході до просторів розмірності більше трьох, потрібно оперувати засобами лінійної алгебри, зокрема симплексами, що виходить далеко за межі шкільної програми.

Принцип інтерпретації. Якщо вважати, що сторони гострокутного трикутника є дзеркалами і потрібно випустити з деякої точки промінь, який відбившись від дзеркал по одному разу потрапляє в початкове положення, то шуканими положеннями є довільна вершина ортоцентричного трикутника.

Принцип застосування. Дана задача, як і багато інших ізопериметричних задач, може бути перенесена в практичну область людської діяльності.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Дослідницькі уміння не можуть бути чітко формалізовані в розумінні операцій та дій. Довільні спроби узагальнених класифікацій є умовними, тому повинні опиратись на специфіку предмета діяльності та суб'єкта, який в ній задіяний. Ефективність організації дослідницької діяльності залежить від розуміння та використання основних принципів та форм психолого-педагогічних теорій в навчальному процесі.

Список використаної літератури

1. Бевз Г. П. Методи навчання математики. – Х. : Видавнича група “Основа”, 2003. – 96 с.
2. Бурда М.І, Васильєва Д.В. Особливості навчання математики за новими програмами. // Математика в рідній школі. – 2017. – № 7-8. – С. 2-9.
3. Коксетер Г.С.М., Грейтцер С.Л. Новые встречи с геометрией. М.: Наука, 1978. – 224 с.
4. Лиходєєва Г. В. Формування навчально-дослідницьких умінь учнів у процесі навчання елементів стохастики : автор. на здобуття ступеня канд. пед. наук : спец. 13.00.02 – «Теорія та методика навчання (математика)» / Г. В. Лиходєєва. – Київ, 2009. – С. 9.
5. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.:Факт, 2005. – 360с.
6. Фіцула М.М. Педагогіка. Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти. К.: Видавничий центр «Академія», 2002, – 528 с.
7. Dewey, J. «Logic: The Theory of Inquiry», 1938.
8. Jerome S. Bruner. The process of education. Harvard University Press, 1960. 92 p. Bruner, Dzherom (2006).
9. Pólya G. How to Solve It. Princeton University Press, 1957. – 253 p.