УДК 378.14

ПРО МЕТОДИКУ УЗАГАЛЬНЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ ПРОСТОРОВИХ ФІГУР ПРИ НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ

Меднікова Марина

Науковий керівник: доктор історичних наук, професор Ріжняк Р.Я.

Центральноукраїнський державний університет імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті висвітлено теоретико-аналітичні властивості планіметричних фігур, розглянуто їх основні властивості та можливості фіксування математичних закономірностей. Використано основні способи планування зображень просторових фігур на площині та застосування даних алгоритмів для реалізації в комп'ютерних моделюючих програмах графічного дизайну. Показано часткові елементи уроку з методичними рекомендаціями щодо побудови рисунків з метою повного уявлення про фігуру. Розроблено та обґрунтовано можливості використання програмного засобу GeoGebra.

Ключові слова: *просторові фігури, паралельна проекція, побудова, GeoGebra, дистанційне навчання.*

Generalization of images of spatial figures in the teaching of mathematics in high school

M. Mednikova

Scientific supervisor: Doctor of Historical Sciences, Professor Rizhniak R. Ya.

The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State University, Kropyvnytsky, Ukraine

The article highlights the theoretical and analytical properties of planimetric figures, considers their main properties and the possibilities of fixing mathematical regularities. The main methods of planning images of spatial figures on the plane and applying these algorithms for implementation in computer modeling programs of graphic design are used. Partial elements of the lesson are shown with methodical recommendations for constructing drawings for the purpose of a complete representation of the figure. The possibilities of using the software tool GeoGebra have been developed and substantiated.

Keywords: *spatial figures, parallel projection, construction, GeoGebra, distance learning.*

Постановка проблеми. Важливість розвитку просторової уяви учнів як необхідного компоненту для формування математичних процедурних компетентностей під час вивчення систематичного курсу геометрії.

Фундаментальною частиною формування таких здібностей щодо уяви просторових об’єктів є вміння зображати просторові фігури на площині з використанням правил центрального, паралельного або ортогонального проектування.

Для кращого зорового сприйняття фігури у різних ракурсах за основу взяті зображення просторових фігур паралельних проекцій, які найчастіше використовуються на практичних заняттях вчителем.

Сьогодення нових реалій в поєднанні з активним розвитком інформаційно-комунікативних технологій спонукає вчителів навчальних закладів впроваджувати програмно-педагогічні засоби навчання, такі, що вносять істотні корективи в методику навчання учнів геометрії, сприяють активізації візуальному мисленню, підвищенню рівня графічної грамотності та просторових уявлень. Використання програмного забезпечення, дозволяє демонструвати не лише результат процесу побудови геометричних фігур, а й надає можливість побачити послідовність їх виконання, динаміку побудови зображень, включаючи зміну отриманого зображення при зміні окремих елементів фігури.

Аналіз актуальних досліджень і публікацій. Важливість формування та здійснення постійного розвитку вмінь та навичок старшокласників зображати стереометричні фігури, їх комбінації описуються в роботах ще в той час відомих психологів та педагогів, а саме: В.Н. Боровик, В.П. Яковець [1], Г.П. Бевз [3], М.І. Бурда, Т.В. Колесник, Ю.І. Мальований, Н.А. Тарасенкова [4]. В своїх працях вони вміло висвітлили психолого-дидактичні основи формування наукових понять в учнів. Наукові засади теорії зображення просторових фігур з використанням проекційних методів зображень у курсі стереометрії розробив та обґрунтував професор М.Ф. Четверухін [2].

Відображення нових підходів покращення методики навчання математики, активізація пізнавальної діяльності та розвитку мислення наукових працях висвітлені в роботах О.М. Роганіна [4] та С.А. Ракова. Аналізуючи приклади використання інформаційно-комунікаційних технологій на уроках математики, інколи бувають випадки, які не завжди дають позитивні результати. В роботах словацьких вчених Dusan Vallo, Julia Zahorska розглянуто причини таких наслідків та можливі способи їх вирішення за допомогою спеціального програмного забезпечення Cabri 3D.

Актуальність проблеми щодо розв'язування стереометричних задач учнями старшої школи та відповідної побудови зображень просторових тіл зумовлена тим, що більшість учнів мають проблеми при розв'язуванні задач. Причина – учні не вміють ні правильно побудувати, ні правильно ним користуватися. Про це свідчать аналізи тестових робіт учнів 10-11 класів, бесіди з учителями та учнями.

Також складність часу ставить за потребу розвитку та вдосконалення методичної системи вивчення просторових фігур у зв'язку з виникненням дистанційної освіти.

Мета статті: проаналізувати теоретичні засади побудови зображень просторових фігур у шкільному курсі геометрії. Розглянути властивості паралельного проектування, поняття повноти та метричної визначеності просторових зображень, задля підвищення рівня графічної культури стосовно побудов стереометричних фігур та їх комбінацій. Описати комп'ютерні інструменти GeoGebra, які застосовні для розв'язування стереометричних задач, а також навести приклади розв'язань задач з їх використанням.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Під час вивчення стереометрії роль малюнка постає важливим та вирішальним елементом. Учитель для того щоб викликати в учнів наочне просторове уявлення геометричних образів, поєднує його разом з викладом теоретичних міркувань та пояснень. Таке вивчення предмета є конкретним та відповідає практичним завданням для засвоєння курсу стереометрії. Але побудова зображень за правилами потребує виконання тих чи інших графічних операцій, розв'язання певних конструктивних задач, які абсолютно незрозумілі учням, і як наслідок заважатимуть і ускладнюватимуть процес навчання.

Найбільш наочні зображення можна дістати при центральному проектуванні. Це пояснюється тим, що саме розглядання предмета вже є начебто центральним його проектуванням на сітчатку ока. Проте, розглядаючи невеликі предмети здалеку, центральне проектування можна наближено прийняти за паралельне. До того ж, паралельну проекцію оригіналу легше будувати, ніж центральну.

Тому в педагогічному процесі застосовують зображення, побудовані тільки паралельним проектуванням, причому рисунок необов'язково вважати проекцією самого оригіналу, досить, щоб зображення було проекцією фігури, подібної до оригіналу. Задля унаочнення зображення, у школі використовують проекцію оригіналу, на якій одні елементи не закривають інші. Тому проектування повинно бути таким, щоб прямі та площини оригіналу не вироджувалися.

Зображення, яке можна вважати невиродженою паралельною проекцією оригіналу, або подібної до нього фігури, причому напрям проектування щодо оригіналу не вказується, називають проекційним рисунком (вільним зображенням). Варто зазначити, що паралельна проекція є важливим випадком центральної проекції, коли центром симетрії виступає нескінченно віддалена (невласна) точка. При цьому всі проекційні лінії, що проходять через таку невласну точку, – паралельні. Тому і сама проекція дістала назву паралельна, на відміну від центральної проекції (з власним центром). Дамо кілька означень, якими будемо оперувати під час викладення теоретичних основ властивостей паралельних проекцій.

Означення 1. Зображенням фігури назвемо проекцію фігури, яка подібна до оригіналу. Спроектуємо деяку точку А, взяту в просторі, на площину α. Через цю точку проведемо пряму АА1, яка перетинає площину α в точці А1. Точку А1 називають паралельною проекцією точки А на площинуα за напрямом АА1.

Означення 2. Пряма АА1, що визначає напрям проектування, називається проекційною прямою. Якщо пряма АА1 перпендикулярна до площини α, то проектування називається ортогональним, а якщо AA1 не перпендикулярна до α – косокутним. Площина α називається площиною проекцій.

Означення 3. Проекцією фігури на площину називається множина всіх тих і тільки тих точок, кожна з яких є проекцією хоча б однієї точки даної фігури. Перетворення однієї фігури в іншу паралельним проектуванням називають перспективно-афінним або спорідненим перетворенням.

Означення 4. Площина, яка паралельна напряму проектування (проекційній прямій), називається проекційною площиною.

Властивості паралельного проектування:

1. Проекція точки є точка.

2. Проекція прямої (непаралельної напряму проектування) є пряма.

Наслідок 1. Проекцією відрізка є відрізок.

Наслідок 2. Проекцією променя є промінь.

3. Відношення довжин відрізків прямої дорівнює відношенню довжин їх проекцій.

Наслідок. При проектуванні середина відрізка переходить у середину його проекції.

4. Проекції паралельних прямих паралельні між собою.

Наслідок. Паралельне проектування зберігає співнапрямленість (протилежну напрямленість) променів.

5. Відношення довжин проекцій паралельних відрізків дорівнює відношенню довжин цих відрізків.

6. При ортогональному проектуванні проекція відрізка прямої дорівнює відрізку, помноженому на косинус кута його нахилу до площини проекцій.

Паралельне проектування є перетворенням просторової фігури у фігуру на площині, тому вказані властивості встановлюють, що колінеарність і паралельність пари прямих є інваріантними властивостями паралельного проектування (тобто не змінюються при деякому геометричному перетворенні), а відношення трьох точок прямої є його інваріантом (незмінним параметром).

Для більш наочного зображення, многогранників, циліндра і конуса, по можливості варто, розташовувати так, щоб їх висоти займали вертикальні положення і зображалися вертикальними відрізками. Щоб вільне зображення було правильним, необхідно дотримуватися певних правил.

Розглянемо ці правила на прикладі зображення плоских фігур методом паралельного проектування на одну площину.

Теорема 1.1. Проекцією трикутника може бути трикутник, подібний до довільного наперед заданого.

Теорема 1.2. Якщо для трьох неколінеарних точок плоскої фігури відомі їх зображення, то зображення всіх інших точок фігури однозначно визначені.

Наслідок. Довільність побудови зображення допускається лише для трьох неколінеарних точок фігури (трикутника), а всі інші точки зображення треба будувати за вказаним у теоремі 1.2 правилом.

Теорема 1.3. Паралельною проекцією кола є еліпс.

Наслідок 1. Взаємно перпендикулярні діаметри кола зображуються спряженими діаметрами еліпса.

Наслідок 2. Центр кола зображується центром еліпса.

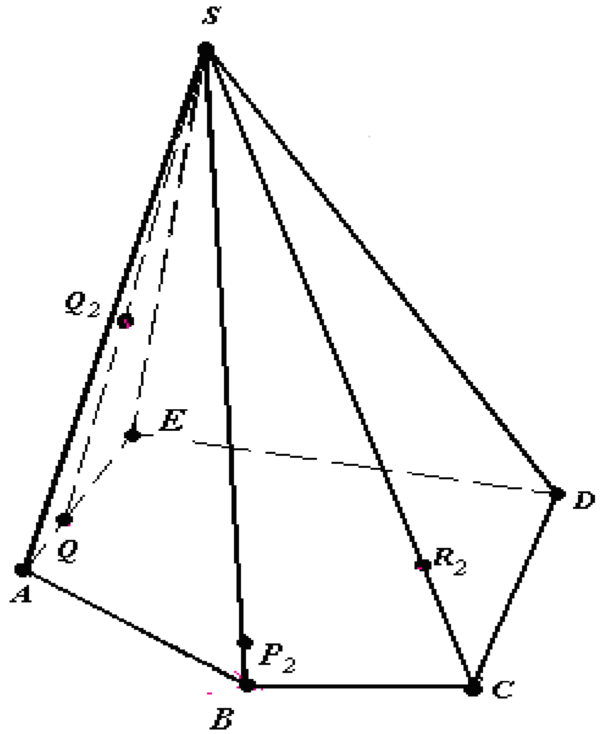
Наслідок 3. Дотичні до кола зображуються дотичними до еліпса.

Наслідок 4. Квадрат, описаний навколо кола, зображується паралелограмом, описаним навколо еліпса.

Отже, для визначення форми довільної плоскої фігури достатньо встановити умови, за яких буде відома форма довільного трикутника, яка залежить віддвох незалежних умов (двох кутів, двох відношень його сторін і т. ін.), тому форма плоскої фігури визначається заданням двох величин.

Розглянемо приклад побудови перерізу чотирикутної піраміди традиційним способом та з використання програми GeoGebra.

Задача. Використовуючи метод внутрішнього проектування , побудувати переріз піраміди SABCDE площиною (Q2P2R2), якщо Q2 є (AES), P2 є [SB], R2 є [SC].



Суть комбінованого методу полягає в тому, що на деяких етапах побудови перерізу застосовується метод слідів або метод внутрішнього проектування, а інші етапи побудови перерізу здійснюються з використанням теорем про паралельність в просторі.

Розв'язання

1. Q- проекція точки Q2 на площину основи.

C-проекція точки R2 на площину основи.

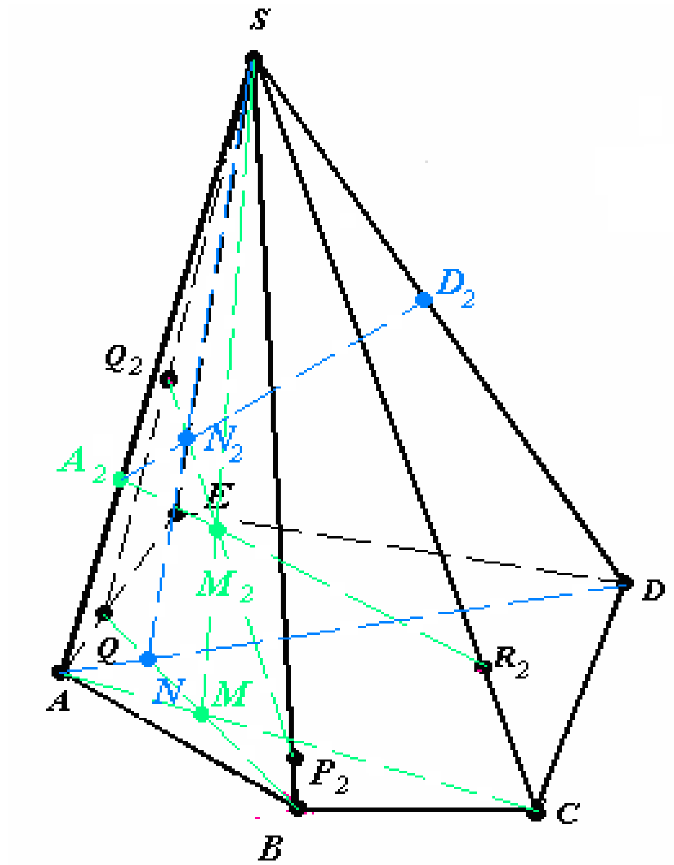
B-проекція точки P2 на площину основи.

2. (QB)∩(AC)=M,

(MS)∩(Q2P2)=M2,

(QB)∩(AD)=N,

(NS)∩(Q2P2)=N2.

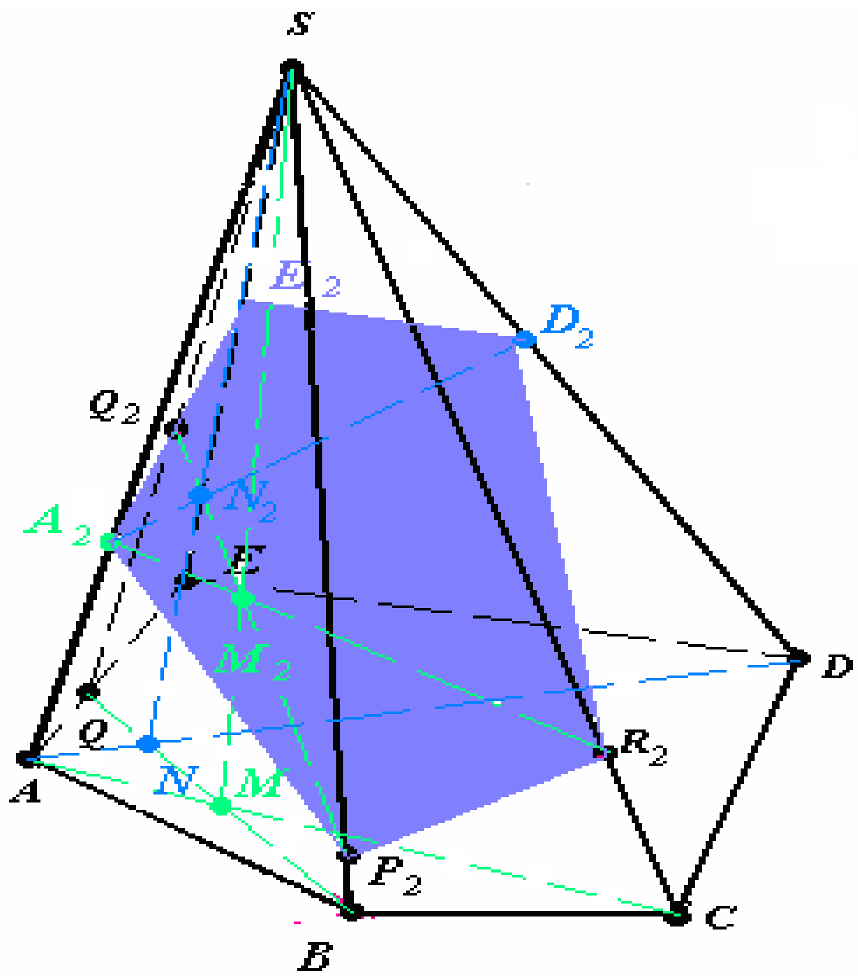


3. (R2M2))∩(AS)=A2,

(A2N2)∩(DS)=D2,

(A2Q2)∩(ES)=E2.

4. A2P2R2D2E2-шуканий переріз.



Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Основні способи планування зображень просторових фігур на площині завдяки теоретико-аналітичному обґрунтуванню їх алгоритмів можуть бути використані при вивченні курсу стереометрії в старших класах, а також для організації факультативних занять зі старшокласниками. Крім цього матеріал роботи (аналітична його частина) може бути використаний для розробки алгоритмів комп'ютерних моделюючих програм графічного дизайну.

На перших етапах розв'язання стереометричних задач з учнями необхідно проводити додаткову евристичну бесіду для побудови рисунка, щоб учні могли запам'ятати зв'язок між етапами побудови та вміли ці знання використовувати при подальших розв'язуваннях задач. Лише після того як учень засвоїть ці правила, можна запропонувати розв’язувати задачі з використання виносного рисунка або ж взагалі не виконувати його. Слід зазначити, що рисунок буде виконувати позитивну роль тільки в тому випадку, якщо він буде правильно відображати і форму, і співвідношення необхідних для розв’язання задачі геометричних об’єктів.

Використання сучасного програмного забезпечення GeoGebra у процесі навчання геометрії урізноманітнює традиційну систему навчання, сприяє кращому усвідомленню та засвоєнню матеріалу, забезпечує реалізацію принципу наочності, що підвищує ефективність та результативність навчання.

Використання програми GeoGebra при зображенні фігур, їх перерізів та комбінацій фігур сприяє розвитку просторових уявлень та просторового мислення учнів, полегшує розуміння навчального матеріалу, дає можливість краще формувати просторові уявлення про фігури, що вивчаються.

При цьому в старшокласників формується якісно нове мислення, яке необхідне в умовах інформаційного суспільства, що підвищує якість професійної підготовки.

Отже, використання сучасного програмного забезпечення в математиці є перспективним шляхом розвитку та вдосконалення навчального процесу в старшій школі.

Список літератури

1. Боровик В.Н. Курс вищої геометрії: навч. посібник / В.Н.Боровик, В.П.Яковець. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2004. – 464 с
2. Четверухин М.Ф. Изображение фигур в курсе геометрии: пособие для учителей / М.Ф.Четверухин. – М.: Учпедгиз, 1958. – 216 с.
3. Бевз Г.П. Математика: 10: підр. для загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту/ Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Генеза, 2010.
4. Бурда М.І. Математика: Підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: рівень стандарту/ М.І. Бурда, Т.В. Колесник, Ю.І. Мальований, Н.А. Тарасенкова. – К.: Видавничій дім “Освіта”, 2012.
5. Роганін О.М. Геометрія.10 клас: Плани-конспекти уроків. – Харків: Веста: Видавництво “Ранок”, 2003.