

УДК 378.016:517

ГЕОМЕТРИЧНА ІНТЕРПРЕТАЦІЯ ЧИСЛОВИХ РЯДІВ, ПОВ'ЯЗАНИХ З ОБ'ЄКТАМИ ФЛОРИ

Римар Анжела

Науковий керівник: канд.техн. наук, професор Корольський В.В.

Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг, Україна

Метою дослідження є процес генерації числових рядів на основі геометричної інтерпретації елементів флори. Об'єктом дослідження є числові ряди. Предметом дослідження є одержання загальних членів рядів за допомогою їх геометричної інтерпретації; з'ясування збіжності утворених рядів і обчислення їх суми.

Результати дослідження: розв'язано низку задач по створенню числових рядів з візуалізацією їх членів шляхом використання геометричних інтерпретацій; виконано дослідження одержаних рядів на збіжність; розглянуто можливість реалізації міжпредметних зв'язків при генерації числових рядів на основі різноманітних геометричних інтерпретацій; з'ясовано, що використані алгоритми одержання рядів можна застосувати на інтегрованих уроках алгебри, геометрії та інших дисциплін в 10-11 класах, в програмах факультативів, математичних гуртків, на курсах підвищення кваліфікації, тижнях математики та подібних заходах; продемонстровані основи реалізації дидактичного принципу наочності при вивченні розділу «Ряди» студентами математичних спеціальностей.

Ключові слова: числовий ряд, геометрична інтерпретація, флора

GEOMETRIC INTERPRETATION OF NUMERICAL SERIES ASSOCIATED WITH FLORA OBJECTS

Rymar Angela

Academic supervisor: Candidate of Technology. of Sciences, Professor Korolskiy V.V.

Kryvyi Rih State Pedagogical University, Kryvyi Rih, Ukraine

The purpose of the study is the process of generating numerical series based on the geometric interpretation of flora elements. The object of research is numerical series. The subject of the research is obtaining common terms of series by means of their geometric interpretation; finding out the convergence of the formed series and calculating their sum.

The results of the study: a number of problems were solved to create numerical series with the visualization of their members by using geometric interpretations; a study of the obtained series for convergence was performed; the possibility of realizing inter-subject connections during the generation of numerical series based on various geometric interpretations is considered; it was found that the used algorithms for obtaining series can be applied in integrated lessons of algebra, geometry and other disciplines in grades 10-11, in optional programs, mathematics circles, advanced training courses, mathematics weeks and similar events; demonstrated the basics of the implementation of the didactic principle of clarity when studying the "Rows" section by students of mathematical specialties.

Key words: numerical series, geometric interpretation, flora

Постановка проблеми. Вагомим елементом вивчення геометричних об'єктів та їх властивостей, доведення формул обчислення параметрів цих

об'єктів є геометрична інтерпретація. При вивченні курсу математичного аналізу геометричні інтерпретації широко використовуються. Проте в одному з основних розділів математичного аналізу «Ряди» геометричні образи членів ряду майже не використані.

В підручниках, посібниках, практикумах з математичного аналізу пропонується учням теоретичний матеріал, приклади розв'язування звичайних і нестандартних завдань, методи розв'язування із методичними вказівками, системи задач для самостійної роботи [11; 15; 18]. Проте в роботах не передбачено розробку задач із застосуванням геометричних інтерпретацій, рекомендованих при вивченні числових рядів, члени яких пов'язані з параметрами певних геометричних об'єктів. Відсутні розробки завдань, спрямованих показати зв'язок з природою, міжпредметний зв'язок з біологією. На нашу думку, загалом в курсі математичного аналізу немає задач, які можна вважати спрямованими на виховання бережливого ставлення до природи. Також задач, які були б корисними для розвитку екологічної компетентності. Таким чином, за нашою думкою, можливо, як показали наші дослідження, інтегрувати створення числових рядів за допомогою геометричних інтерпретацій з використанням об'єктів флори.

Аналіз досліджень та публікацій. Теорію рядів розвивали такі відомі науковці, як Л. Ейлер, Ж. Л. Д'Аламбер, О. Л. Коші, Е. Е. Кумер, Г. Раабе, П. Менгорі, Я. Бернуллі та інші.

Протягом останніх років проблемі важливості використання геометричної інтерпретації при вивченні числових рядів було присвячено різні публікації Бобирь В. Д. [1; 2], Габ С. С. [3; 4; 5; 9; 10], Комарової А. А. [6], Корольського В. В. [7; 8; 9; 10], Няньчука В. В. [12], Примакової О. Ю. [13], Романова А. М. [14], Христюк А. М. [16; 17].

Метою написання статті є представлення розв'язання задач по створенню числових рядів за допомогою геометричних інтерпретацій, пов'язаних з об'єктами флори.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. На нашу думку, вивчення числових рядів варто починати на рівні геометричних образів членів ряду. Розглянемо різноманітні об'єкти флори та побудуємо числові ряди із використанням геометричної інтерпретації. Також дослідимо їх на збіжність.

Задача. Скласти числовий ряд площ криволінійних трапецій, що мають форму тюльпана, вписаних в квадрат зі стороною $a_n = \frac{d_n}{4}$, де d_n – довжина діагоналі n-го квадрата. Дослідити цей ряд на збіжність.

Використовуємо зображення тюльпана, вписаного в квадрат зі стороною 1 одиниця довжини. На рис. 1 розглянуто геометричну інтерпретацію ряду із застосуванням аналітичних завдань одержаних нами функцій, представлених в таблиці 1.

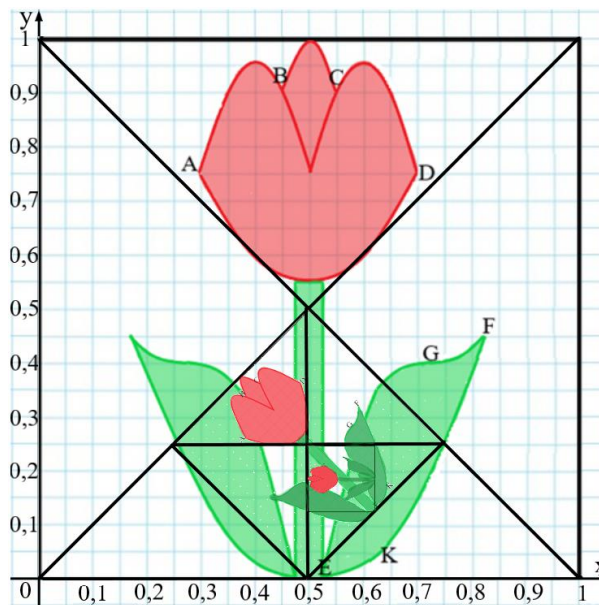


Рис. 1. Геометрична інтерпретація ряду «тюльпанів».

Таблиця 1.

Вихідні дані

№	Функція	Проміжок
1	$y = 5x^2 - 5,25x + 1,37825$	$x \in (0,525; 0,875)$
2	$y = 50(x - 0,725)^3 + 0,4$	$x \in (0,525; 0,825)$
3	$y = 5x^2 - 5x + 1,8$	$x \in (0,5; 0,7)$
4	$y = 0,55$	$x \in (0,475; 0,525)$
5	$y = 0$	$x \in (0,475; 0,525)$
6	$y = -20x^2 + 24x - 6,25$	$x \in (0,55; 0,7)$
7	$y = -40x^2 + 40x - 9$	$x \in (0,5; 0,55)$

Перший квадрат має площу 1. Знайдемо площу «тюльпана». Вона обмежена кількома графіками функцій. Тож умовно розіб'ємо її прямими $x = 0,5$, $x = 0,525$, $x = 0,55$, $x = 0,7$, $x = 0,825$ на менші площі.

Площа S_1 обмежена графіками функцій: $y = -40x^2 + 40x - 9$ та $y = 5x^2 - 5x + 1,8$, $x = 0,5$, $x = 0,55$.

$$S_1 = \int_{0,5}^{0,55} (-40x^2 + 40x - 9 - 5x^2 + 5x - 1,8) dx = 0,020625$$

Площа S_2 обмежена графіками функцій: $y = 5x^2 - 5x + 1,8$, $x = 0,7$, $x = 0,55$, $y = -20x^2 + 24x - 6,25$.

$$S_2 = \int_{0,55}^{0,7} (-20x^2 + 24x - 6,25 - 5x^2 + 5x - 1,8) dx = 0,039375$$

Площа S_3 обмежена графіками функцій: $y = 5x^2 - 5,25x + 1,37825$, $x = 0,525$, $x = 0,825$, $y = 50(x - 0,725)^3 + 0,4$.

$$S_3 = \int_{0,525}^{0,825} (50(x - 0,725)^3 + 0,4 - 5x^2 + 5,25x - 1,37825) dx = 0,0562125$$

Площа S_4 обмежена графіками функцій: $y = 0,55$, $x = 0,475$, $y = 0$, $x = 0,525$, має значення $S_4 = 0,0275$.

$$S_{\text{тюльпана}} = 2(S_1 + S_2 + S_3) + S_4$$

$$S_{\text{тюльп.}} = 2(0,020625 + 0,039375 + 0,0562125) + 0,0275 = 0,259925 \text{ (кв. од.)}$$

$$S_{\text{тюльпана}} = 0,259925 \cdot S_{\text{квадрата}}$$

Таким чином, площа кожної криволінійної трапеції у формі тюльпана становить 0,259925 площі квадрата. Послідовність площ квадратів нам відома із базової задачі: $S_1 = 1$, $S_2 = \frac{1}{2^3}$, $S_3 = \frac{1}{2^6}$, ..., $S_n = \frac{1}{2^{3(n-1)}}$

Запишемо послідовність площ «тюльпанів», вписаних в квадрат зі стороною $a_n = \frac{d_n}{4}$, де d_n – довжина діагоналі n -го квадрата:

$$S_{1 \text{ тюльпана}} = 0,259925 \cdot S_{1 \text{ квадрата}} = 0,259925$$

$$S_{2 \text{ тюльпана}} = 0,259925 \cdot S_{2 \text{ квадрата}} = 0,259925 \cdot \frac{1}{2^3}$$

$$S_3 \text{ тюльпана} = 0,259925 \cdot S_3 \text{ квадрата} = 0,259925 \cdot \frac{1}{2^6}$$

$$S_n \text{ тюльпана} = 0,259925 \cdot S_n \text{ квадрата} = 0,259925 \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}}$$

Маємо ряд виду: $\sum_{n=1}^{\infty} S_n \text{ тюльпана} = \sum_{n=1}^{\infty} 0,259925 \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}}$

Дослідимо одержаний ряд на збіжність.

Спочатку перевіримо виконання необхідної умови:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n \text{ тюльпана} = \lim_{n \rightarrow \infty} 0,259925 \cdot \frac{1}{2^{3(n-1)}} = 0 \text{ – необхідна умова виконується,}$$

а тому ряд площ «тюльпанів» може бути збіжним.

Дослідимо ряд на збіжність за ознакою Д’Аламбера. Для цього запишемо:

$$S_{n+1} = \frac{0,259925}{2^{3n}}$$


$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_{n+1}}{S_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n-3}}{2^{3n}} = \frac{1}{2^3} < 1 \text{ – ряд площ «тюльпанів» збіжний.}$$

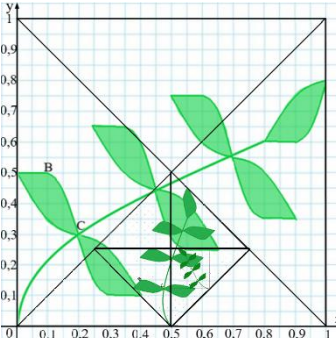
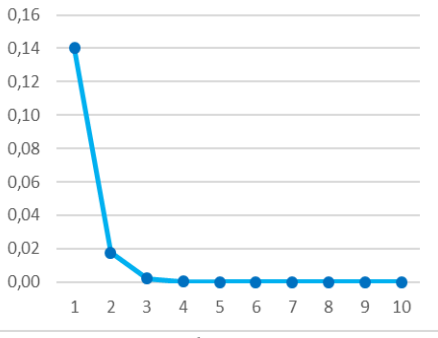
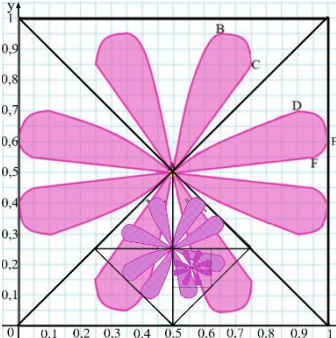
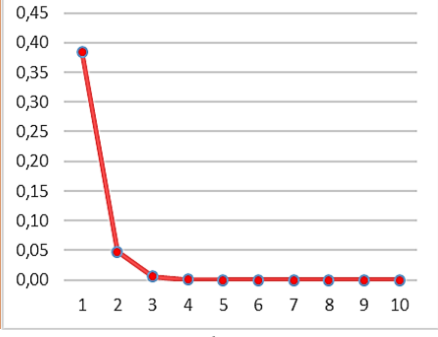
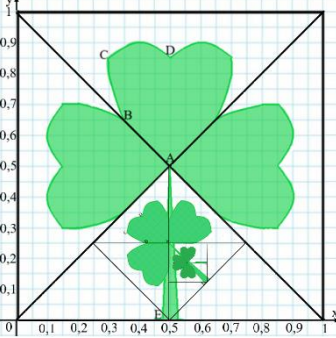
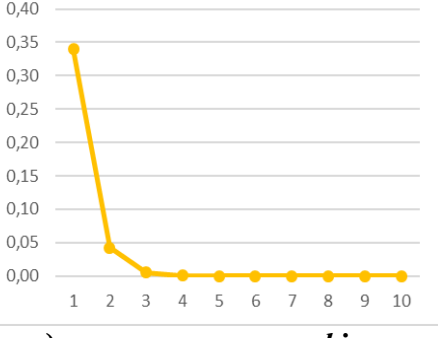
Ряд, отриманий нами – ряд геометричної прогресії, $S_1 \text{ тюльпана} = 0,259925$, $q = \frac{1}{2^3}$. Обчислимо суму членів ряду: $S = \frac{S_1 \text{ тюльпана}}{1 - q} = 0,259925 \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{8}} = 0,297$.

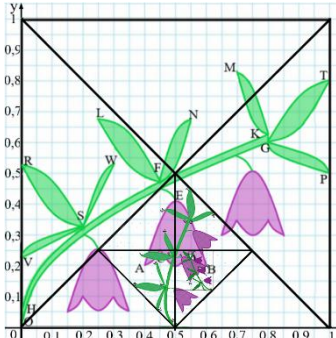
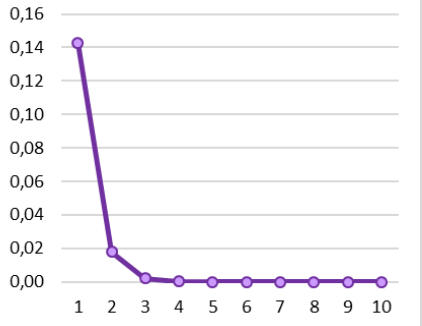
За аналогічним алгоритмом були отримані такі ряди площ різноманітних об’єктів флори: тюльпана, гілки, космеї, конюшини, дзвіночків, листків каштана, дуба, клена. Одержані результати представлені в таблиці 2 та на рис. 2 – 9.

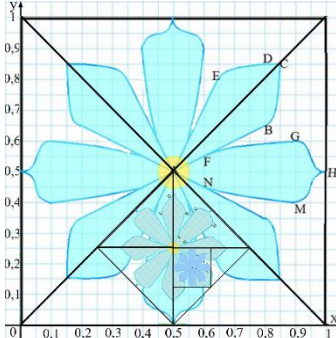
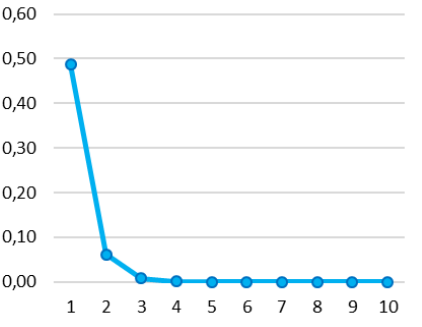
Таблиця 2.

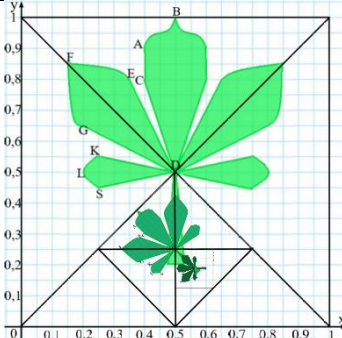
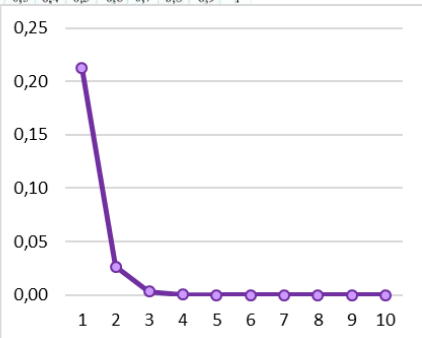
Результати дослідження

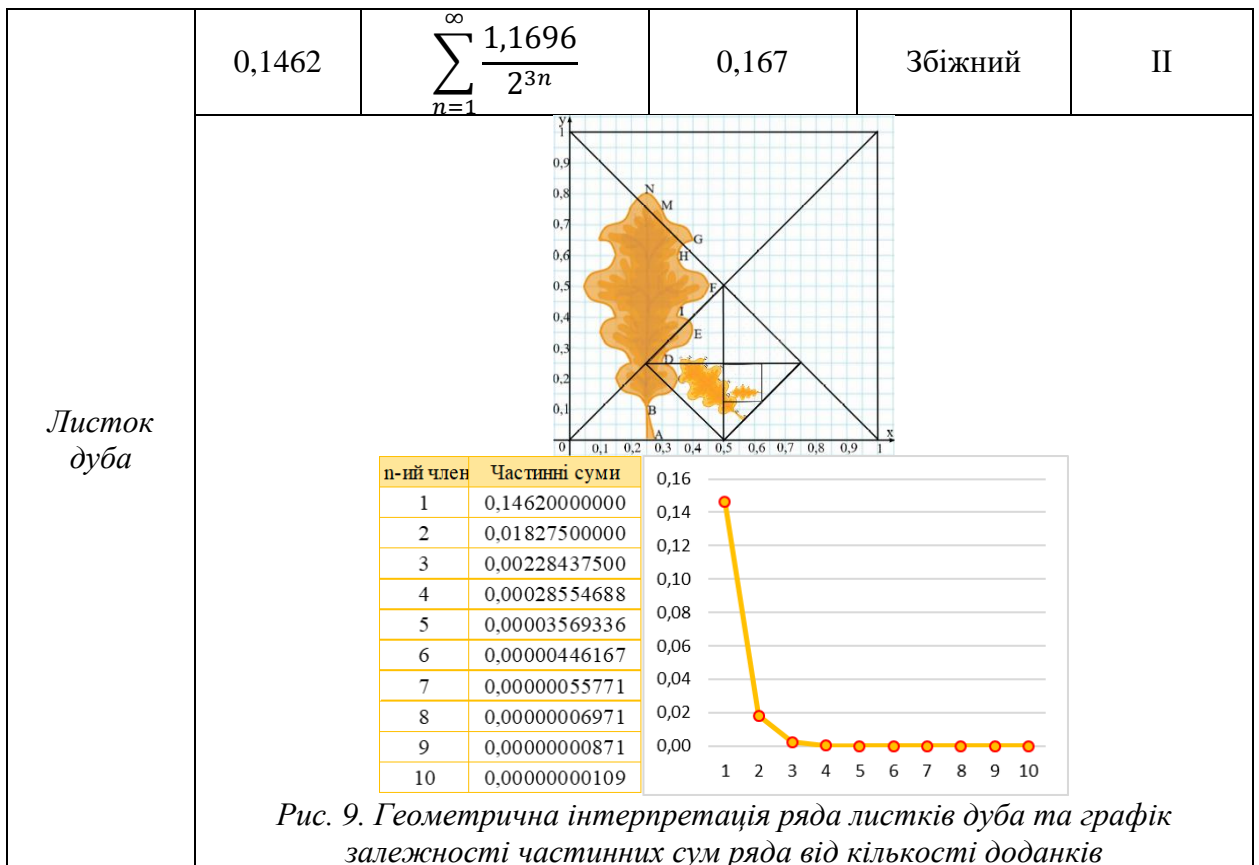
Об’єкт	Скр	Сігма-модель ряду	Сума ряду	Збіжність, розбіжність	Рівень складності задачі																						
Тюльпан	0,259925	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2,0794}{2^{3n}}$	0,297	Збіжний	I																						
 <table border="1" data-bbox="782 1657 1029 2004"> <thead> <tr> <th>п-ий член</th> <th>Частинні суми</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,25992500000</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,03249062500</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,00406132813</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,00050766602</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,00006345825</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,00000793228</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,00000099154</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,00000012394</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,00000001549</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,00000000194</td></tr> </tbody> </table> <p data-bbox="462 2004 1436 2072">Рис. 2. Геометрична інтерпретація ряду тюльпанів та графік залежності частинних сум ряду від кількості доданків</p>						п-ий член	Частинні суми	1	0,25992500000	2	0,03249062500	3	0,00406132813	4	0,00050766602	5	0,00006345825	6	0,00000793228	7	0,00000099154	8	0,00000012394	9	0,00000001549	10	0,00000000194
п-ий член	Частинні суми																										
1	0,25992500000																										
2	0,03249062500																										
3	0,00406132813																										
4	0,00050766602																										
5	0,00006345825																										
6	0,00000793228																										
7	0,00000099154																										
8	0,00000012394																										
9	0,00000001549																										
10	0,00000000194																										

	0,14	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{28}{25 \cdot 2^{3n}}$	$\frac{4}{25}$	Збіжний	I																						
Гілка		<table border="1" data-bbox="782 280 1029 616"> <thead> <tr> <th>п-ий член</th> <th>Частинні суми</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,1400000000</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,0175000000</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,0021875000</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,0002734375</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,00003417969</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,00000427246</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,00000053406</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,00000006676</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,00000000834</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,00000000104</td></tr> </tbody> </table>	п-ий член	Частинні суми	1	0,1400000000	2	0,0175000000	3	0,0021875000	4	0,0002734375	5	0,00003417969	6	0,00000427246	7	0,00000053406	8	0,00000006676	9	0,00000000834	10	0,00000000104		<p><i>Рис. 3. Геометрична інтерпретація ряду гілок та графік залежності частинних сум ряду від кількості доданків</i></p>	
п-ий член	Частинні суми																										
1	0,1400000000																										
2	0,0175000000																										
3	0,0021875000																										
4	0,0002734375																										
5	0,00003417969																										
6	0,00000427246																										
7	0,00000053406																										
8	0,00000006676																										
9	0,00000000834																										
10	0,00000000104																										
	0,385	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3,08}{2^{3n}}$	0,44	Збіжний	I																						
Космея		<table border="1" data-bbox="782 817 1029 1153"> <thead> <tr> <th>п-ий член</th> <th>Частинні суми</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,3850000000</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,0481250000</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,0060156250</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,00075195313</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,00009399414</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,00001174927</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,00000146866</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,00000018358</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,00000002295</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,00000000287</td></tr> </tbody> </table>	п-ий член	Частинні суми	1	0,3850000000	2	0,0481250000	3	0,0060156250	4	0,00075195313	5	0,00009399414	6	0,00001174927	7	0,00000146866	8	0,00000018358	9	0,00000002295	10	0,00000000287		<p><i>Рис. 4. Геометрична інтерпретація ряду космей та графік залежності частинних сум ряду від кількості доданків</i></p>	
п-ий член	Частинні суми																										
1	0,3850000000																										
2	0,0481250000																										
3	0,0060156250																										
4	0,00075195313																										
5	0,00009399414																										
6	0,00001174927																										
7	0,00000146866																										
8	0,00000018358																										
9	0,00000002295																										
10	0,00000000287																										
	0,34	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2,72}{2^{3n}}$	0,39	Збіжний	I																						
Конюшина		<table border="1" data-bbox="782 1355 1029 1691"> <thead> <tr> <th>п-ий член</th> <th>Частинні суми</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,3400000000</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,0425000000</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,0053125000</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,0006640625</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,00008300781</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,00001037598</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,00000129700</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,00000016212</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,00000002027</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,00000000253</td></tr> </tbody> </table>	п-ий член	Частинні суми	1	0,3400000000	2	0,0425000000	3	0,0053125000	4	0,0006640625	5	0,00008300781	6	0,00001037598	7	0,00000129700	8	0,00000016212	9	0,00000002027	10	0,00000000253		<p><i>Рис. 5. Геометрична інтерпретація ряду конюшин та графік залежності частинних сум ряду від кількості доданків</i></p>	
п-ий член	Частинні суми																										
1	0,3400000000																										
2	0,0425000000																										
3	0,0053125000																										
4	0,0006640625																										
5	0,00008300781																										
6	0,00001037598																										
7	0,00000129700																										
8	0,00000016212																										
9	0,00000002027																										
10	0,00000000253																										

	0,176	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1,408}{2^{3n}}$	0,201	Збіжний	II																						
<i>Дзвіночки</i>	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;">  </div> <div style="width: 15%; text-align: center;"> <table border="1" style="font-size: small;"> <thead> <tr> <th>п-ий член</th> <th>Частинні суми</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,14260000000</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,01782500000</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,00222812500</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,00027851563</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,00003481445</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,00000435181</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,00000054398</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,00000006800</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,00000000850</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,00000000106</td></tr> </tbody> </table> </div> <div style="width: 40%;">  </div> </div>					п-ий член	Частинні суми	1	0,14260000000	2	0,01782500000	3	0,00222812500	4	0,00027851563	5	0,00003481445	6	0,00000435181	7	0,00000054398	8	0,00000006800	9	0,00000000850	10	0,00000000106
п-ий член	Частинні суми																										
1	0,14260000000																										
2	0,01782500000																										
3	0,00222812500																										
4	0,00027851563																										
5	0,00003481445																										
6	0,00000435181																										
7	0,00000054398																										
8	0,00000006800																										
9	0,00000000850																										
10	0,00000000106																										
<i>Рис. 6. Геометрична інтерпретація ряду дзвіночків та графік залежності частинних сум ряду від кількості доданків</i>																											

	0,487	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3,896}{2^{3n}}$	0,5566	Збіжний	II																						
<i>Квітка</i>	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;">  </div> <div style="width: 15%; text-align: center;"> <table border="1" style="font-size: small;"> <thead> <tr> <th>п-ий член</th> <th>Частинні суми</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,48700000000</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,06087500000</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,00760937500</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,00095117188</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,00011889648</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,00001486206</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,00000185776</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,00000023222</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,00000002903</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,00000000363</td></tr> </tbody> </table> </div> <div style="width: 40%;">  </div> </div>					п-ий член	Частинні суми	1	0,48700000000	2	0,06087500000	3	0,00760937500	4	0,00095117188	5	0,00011889648	6	0,00001486206	7	0,00000185776	8	0,00000023222	9	0,00000002903	10	0,00000000363
п-ий член	Частинні суми																										
1	0,48700000000																										
2	0,06087500000																										
3	0,00760937500																										
4	0,00095117188																										
5	0,00011889648																										
6	0,00001486206																										
7	0,00000185776																										
8	0,00000023222																										
9	0,00000002903																										
10	0,00000000363																										
<i>Рис. 7. Геометрична інтерпретація ряду квітів та графік залежності частинних сум ряду від кількості доданків</i>																											

<i>Листок каштана</i>	0,2125	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1,7}{2^{3n}}$	0,243	Збіжний	II																						
<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;">  </div> <div style="width: 15%; text-align: center;"> <table border="1" style="font-size: small;"> <thead> <tr> <th>п-ий член</th> <th>Частинні суми</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0,21250000000</td></tr> <tr><td>2</td><td>0,02656250000</td></tr> <tr><td>3</td><td>0,00332031250</td></tr> <tr><td>4</td><td>0,00041503906</td></tr> <tr><td>5</td><td>0,00005187988</td></tr> <tr><td>6</td><td>0,00000648499</td></tr> <tr><td>7</td><td>0,00000081062</td></tr> <tr><td>8</td><td>0,00000010133</td></tr> <tr><td>9</td><td>0,00000001267</td></tr> <tr><td>10</td><td>0,00000000158</td></tr> </tbody> </table> </div> <div style="width: 40%;">  </div> </div>						п-ий член	Частинні суми	1	0,21250000000	2	0,02656250000	3	0,00332031250	4	0,00041503906	5	0,00005187988	6	0,00000648499	7	0,00000081062	8	0,00000010133	9	0,00000001267	10	0,00000000158
п-ий член	Частинні суми																										
1	0,21250000000																										
2	0,02656250000																										
3	0,00332031250																										
4	0,00041503906																										
5	0,00005187988																										
6	0,00000648499																										
7	0,00000081062																										
8	0,00000010133																										
9	0,00000001267																										
10	0,00000000158																										
<i>Рис. 8. Геометрична інтерпретація ряду листків каштана та графік залежності частинних сум ряду від кількості доданків</i>																											



Дослідження показало, що використання геометричних інтерпретацій створює зручні умови для сприймання навчального матеріалу, поглиблення знань, впровадження нестандартного, компетентнісного, різнорівневого підходів, міжпредметних зв'язків, зв'язків з життям, родом зайнятості та іншими темами курсу математики при вивченні числових рядів.

Запропоновано задачі на побудову та дослідження на збіжність числових рядів, пов'язаних з об'єктами флори. Показано застосування запропонованого підходу в ході навчання математичного аналізу майбутніх вчителів математики. Частково задачі можуть бути використані під час уроків математики в 10-11 класах, факультативів, математичних гуртків, курсів підвищення кваліфікації, інтегрованих уроків, тижнів математики та подібних заходів, занять з математичних дисциплін у закладах вищої освіти.

Нами досліджується генерація числових рядів з використанням об'єктів побуту, довкілля, фауни, спорту, державної символіки, продуктів харчування. Зокрема будуть розв'язані задачі про числові ряди, пов'язані з рослинами-символами України, рідкісними представниками фавни.

Список використаної літератури

1. Бобирь В. Д. Застосування ІКТ при вивченні числових та степеневих рядів / В. Д. Бобирь, В. В. Корольський // Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання: Всеукраїнська науково-практична конференція студентів, аспірантів і молодих учених (Чернігів, 27 листопада 2019 р.): матер. тез – Чернігів, 2019.
2. Бобирь В. Д. Реалізація дидактичного принципу наочності при вивченні числових рядів / В. Д. Бобирь, А. М. Христюк, В. В. Корольський // Молоді вчені 2019 – від теорії до практики: X Міжнародна конференція молодих вчених (Дніпро, 7 березня 2019 р.): матер. тез. – Дніпро, 2019. – с. 249-252.
3. Габ С. С. Числові ряди, які пов'язані з парадоксом Шварца / С. С. Габ // Актуальні аспекти фундаменталізації математичної підготовки в сучасних вищих навчальних закладах. Погляд студентів та молодих вчених: Всеукр. науково-практична конф. здобувачів вищої освіти та молодих вчених (Харків, 12 – 13 квітня 2018 р.): матер. доповідей та виступів. – Харків, 2018. – С. 114 – 117.
4. Габ С.С. Геометрична інтерпретація числових рядів, пов'язаних з фракталами / С. С. Габ // Матеріали XIV Міжнародної науково-практичної конференції молодих вчених «Співдружність наук. Барановичі-2018» (Барановичі, 17 травня 2018 р.). – Барановичі, 2018. – С. 50 – 51.
5. Габ С. С. Геометрична інтерпретація рядів: кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр, спеціальності 01404 середня освіта (математика) / С. С. Габ: наук. керівник В. В. Корольський. – Кривий Ріг, 2018. – 100 с.
6. Комарова А. А. Побудова і дослідження числових рядів, пов'язаних з елементами квадрата «тангарам»: кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр спеціальності 01404 середня освіта (математика) / А. А. Комарова: наук. керівник В. В. Корольський. – Кривий Ріг, 2020. – 100 с.
7. Корольський В. В. Геометрична інтерпретація числових рядів / В. В. Корольський. // Новітні комп'ютерні технології: наук.-метод. зб / редкол.: С. О. Семеріков [та ін.] – Кривий Ріг, 2017. – Том XV. – с. 57-63.
8. Корольський В. В. Геометрична інтерпретація числового ряду арифметичної прогресії / В. В. Корольський. // Новітні комп'ютерні технології: наук.-метод. зб / редкол.: С. О. Семеріков [та ін.] . – Кривий Ріг, 2018. – Том XVI. – с. 59-66.
9. Корольський В. В. Лінійна, квадратурна та кубатурна геометрична інтерпретація числових рядів засобами моделювання / В. В. Корольський, С. С. Габ. // Новітні комп'ютерні технології: наук.-метод. зб / редкол.: С. О. Семеріков [та ін.]. – Кривий Ріг, 2018. – Том XVI. – с. 67-73.
10. Корольський В. В. Числові ряди, які пов'язані з параметрами додекаедра / В. В. Корольський, С. С. Габ // Вісник міжнародного дослідницького центру «Людина: мова, культура, пізнання»: науковий журнал / за ред. В. В. Корольського. – Кривий Ріг, 2018. – Том 42. – с. 39-45.
11. Крюков М. М. До історії розвитку і становлення теорії нескінченних числових рядів / М. М. Крюков, Т. С. Клецька // Математичне моделювання – 2013. – № 6. – с. 117-120.
12. Няньчук В. В. Генерація числових рядів за допомогою функції $y = \frac{1}{2^{n-1}}x$ і квадрата зі стороною $a = 1$: кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр спеціальності 01404 середня освіта (математика) / В. В. Няньчук: наук. керівник В. В. Корольський. – Кривий Ріг, 2021. – 97 с.
13. Примакова О. Ю. Генерація числових рядів за допомогою функції $y = \frac{1}{n}x$ і квадрата зі стороною $a = 1$: кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр спеціальності 01404 середня освіта (математика) / О. Ю. Примакова: наук. керівник В. В. Корольський. – Кривий Ріг, 2021. – 84 с.

14. Романов А. М. Генерація числових рядів та дослідження їх на збіжність: кваліфікаційна робота ступеня вищої освіти магістр спеціальності 01404 середня освіта (математика) / А. М. Романова: наук. керівник В. В. Корольський. – Кривий Ріг, 2019. – 90 с.
15. Сачанюк-Кавецька Н. В. Теорія рядів. Навчальний посібник. / Н. В. Сачанюк-Кавецька, Л. І. Педорченко, М. Б. Ковальчук – Вінниця: ВНТУ, 2008. – 138 с.
16. Христюк А. М. Зв'язок рядів арифметичної прогресії та гармонічних рядів / В. Д. Бобирь, А. М. Христюк // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2019 р.), м. Черкаси, 11-12 квітня 2019 р. – Черкаси: Вид. ФОП Гордієнко Є. І., 2019. – 280 с.
17. Христюк А. М. Реалізація дидактичного принципу наочності при вивченні числових рядів / В. Д. Бобирь, А. М. Христюк, // X Міжнародна конференція молодих вчених «Молоді вчені 2019 – від теорії до практики», м. Дніпро, 7 березня 2019 р. – Дніпро, 2019. – 404 с.
18. Шкіль М. І. Математичний аналіз, ч II: Посібник для пед. інститутів. / М. І. Шкіль – Київ: Вища школа. Головне видав., 1981. – 456 с.