

УДК 372.851

СКЛАДАННЯ ЗАДАЧ З ПАРАМЕТРОМ З ВИКОРИСТАННЯМ ГРАФІЧНОГО КАЛЬКУЛЯТОРА DESMOS

Левицький Ярослав

Науковий керівник: доктор іст. наук, професор Ріжняк Р.Я.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені

Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті реалізується ідея навчання розв'язування складних рівнянь та нерівностей з параметром через їх складання з використанням графічних калькуляторів, виходячи з методу графічного їх розв'язання. Матеріал може бути використаний для підготовки до виконання завдань з розгорнутою відповіддю ЗНО.

***Ключові слова:** рівняння, корінь рівняння, нерівність, розв'язання рівняння, параметр, графічний калькулятор..*

COMPILATION OF PROBLEMS WITH PARAMETER USING THE DESMOS GRAPHIC CALCULATOR

Yaroslav Levitsky

Scientific supervisor: Doctor of Historical Sciences, Professor Rizhniak R.Ya.

The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University,

Kropyvnytsky, Ukraine

The article implements the idea of learning to solve complex equations and inequalities with a parameter through their addition using graphing calculators, based on the method of their graphical solution. The material can be used to prepare for the tasks with a detailed response to the external evaluation.

***Key words:** equation, root of the equation, inequality, solving of the equation, parameter, graphing calculator.*

Постановка проблеми. Після того, як ми навчилися розв'язувати будь-яке рівняння (лінійне, квадратне, бікватратне, раціональне, тригонометричне тощо) ми прагнемо чогось нового (складнішого). У якості завдань підвищеної складності (в частині «завдання з розгорнутою відповіддю» зовнішнього незалежного оцінювання) часто пропонують рівняння або нерівності з

параметром. Тут треба знайти розв'язок рівняння залежно від значення параметра. Більшість рівнянь ми розв'язуємо аналітично. Втім, кожне рівняння завжди має графічну інтерпретацію. Тому у цій статті ми спробуємо складати задачі з параметром, виходячи з графічного способу розв'язання. Важливе зауваження полягає в тому, що складати задачі з параметром слід після детального вивчення вчителем цієї теми раніше. У складанні завдань нам допоможе графічний калькулятор DESMOS, який реалізований як програма браузера та мобільний додаток на мові JavaScript, що набув значної популярності у 2012 році й активно використовується математиками при дослідженні різних питань і сьогодні.

Аналіз досліджень і публікацій. До цієї ж проблеми зверталися В.А. Кушнір та Р.Я. Ріжняк у працях [2, 3, 4, 5], де автори досліджували проблеми використання інтегрованих образів у математиці – інтегрованого образу задачі, інтегрованого образу способу розв'язання задачі та інтегрованого образу задачної серії. Збірники задач Г. Апостолової та В. Ясінського [1] та [7] містять задачі з параметром, частину з яких ми використовували у своїй практичній діяльності. До цієї ж проблеми звертався і автор цієї статті у праці [6], де він дослідив різні інтегровані образи, які виникають про організації розв'язування рівнянь та нерівностей з параметром. Автор показав, що, як правило, таке подання матеріалу забезпечує повне розуміння того, як працює параметр. Автор розглянув обидва варіанти розв'язання рівняння з параметром, а саме: аналітичний і графічний способи, проте жодний з онлайн редакторів (математичних пакетів) при цьому не використовувався. Проведене дослідження дало підстави підтвердити доцільність використання різних способів розв'язання рівнянь та нерівностей з параметром, метою яких було формування стійкого інтегрованого образу. На основі цього є доречним давати схожі (типові завдання). Матеріал краще засвоюється дітьми, а головне це

результат діяльності з формування в учнів здатностей до інтегрованої математичної доцільності.

Метою статті є складання рівнянь та нерівностей з параметром з використанням графічного калькулятора DESMOS.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Розглянемо проблему дослідження на прикладі задач з параметром (спочатку рівняння, потім – нерівність). Розуміння рівнянь і нерівностей з параметром є важливим компонентом математичної підготовки. Проте вчителю, перед тим як йти на урок, необхідно повністю розв’язати те завдання, у якому він сумнівається, завжди необхідно бути точним у всіх обчисленнях, які треба виконати у завданні. Тому слід «для себе» розв’язати рівняння. А також скласти «Подібні» задачі, а не давати задачу іншого типу. Важливо розуміти, що кожна задача має свою ідею. Не зовсім правильно давати одному учневі розв’язувати задачу на квадратне рівняння з параметром, а іншому на лінійне з параметром, називаючи це «Одна й та ж задача, бо тема – рівняння з параметром». Ці дві задачі зовсім різного типу, тому слід скласти задачі і на квадратне рівняння з параметром, і на лінійне рівняння з параметром, донести до дітей ідею розв’язання і скласти типові завдання, в залежності від того, що ми хочемо формувати у дітей. Перед складанням задач з параметром доцільно використовувати графічний калькулятор (Desmos, Geogebra, тощо). Спробуємо скласти **зведене квадратне рівняння з параметром**, для цього візьмемо два корені квадратного рівняння, такі:

Приклад 1.

$$x_1 = 1 \text{ і } x_2 = a - 2 \rightarrow \text{за теоремою Вієта маємо: } \begin{cases} x_1 + x_2 = -b \\ x_1 \cdot x_2 = c \end{cases} \rightarrow x^2 -$$

$$(a - 1)x + a - 2 = 0$$

Які завдання можна зробити, дивлячись на це рівняння з параметром?

1) При яких значеннях a рівняння не має коренів?

2) При яких значеннях a рівняння має корені?

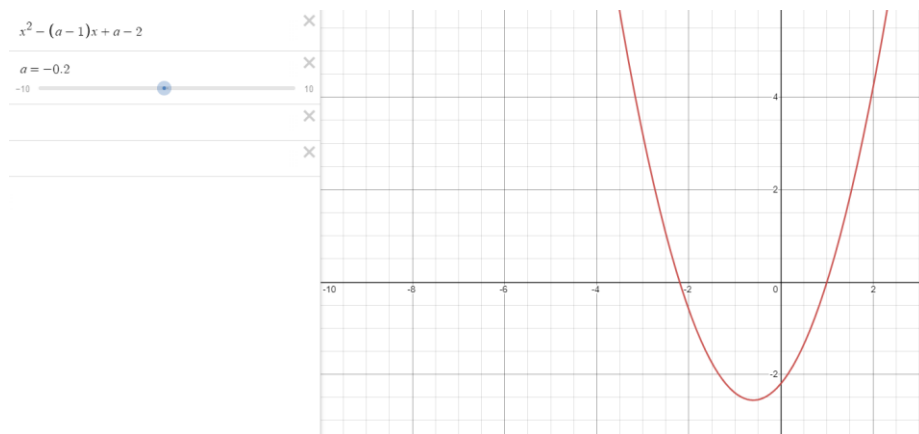


Рис 1.

3) При якому значенні a рівняння має два однакових корені?

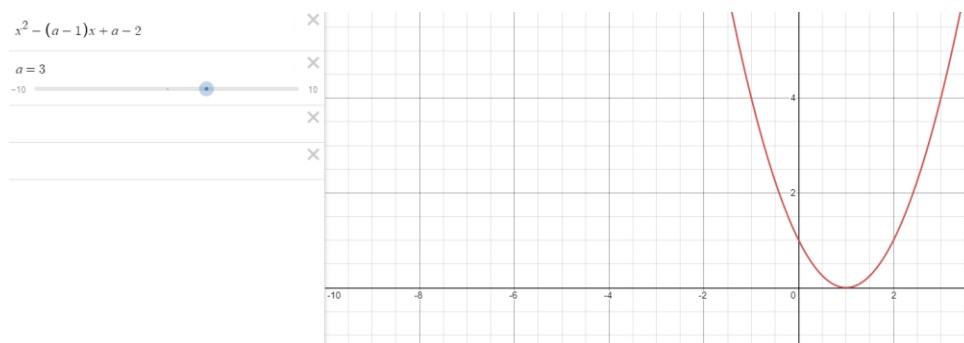


Рис 2.

Приклад 2.

Ускладнимо наше рівняння, додавши до правої частини $x - 5$: $x^2 - (a - 1)x + a - 2 = x - 5$

Завдання, які ми можемо скласти для розв'язання такі:

1) При яких значеннях a рівняння немає коренів?

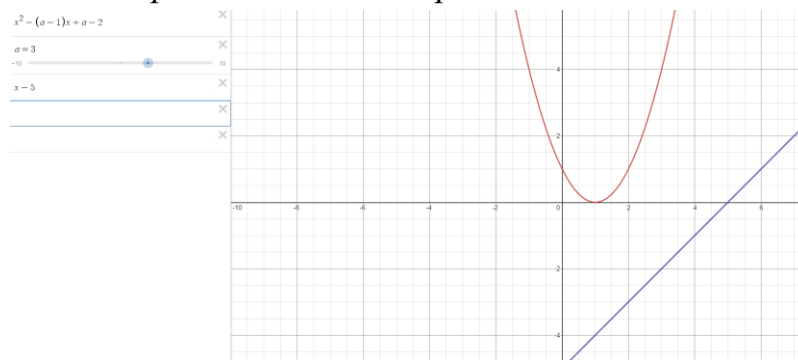


Рис 3.

2) При яких значеннях a рівняння має корені?

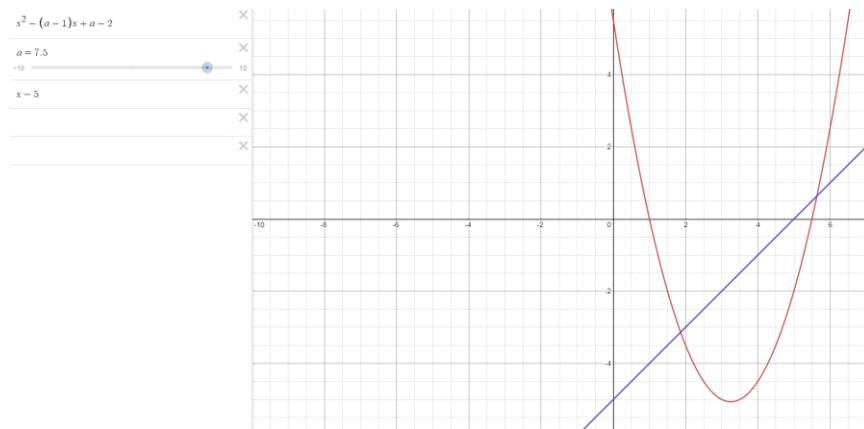


Рис 4.

3) При якому значенні a рівняння має два однакових корені?

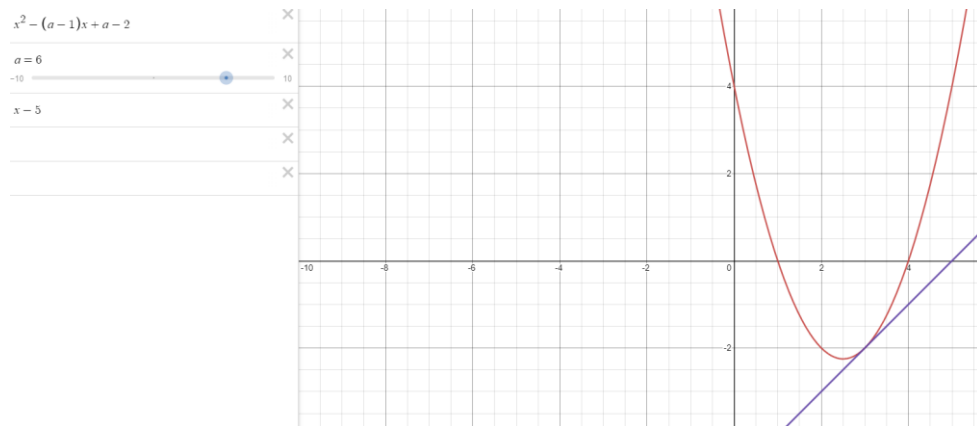


Рис 5.

Приклад 3.

Продовжуємо ускладнювати завдання, тепер поставимо у правій частині коефіцієнт a перед x , маємо рівняння таке: $x^2 - (a - 1)x + a - 2 = ax - 5$

Завдання, які ми можемо скласти для розв'язання такі:

1) При яких значеннях a рівняння немає коренів?

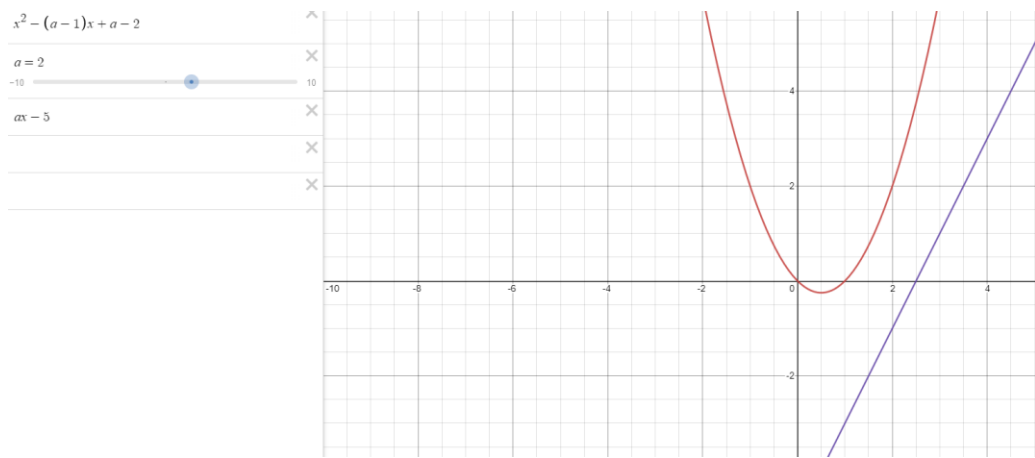


Рис 6.

2) При яких значеннях a рівняння має корені?

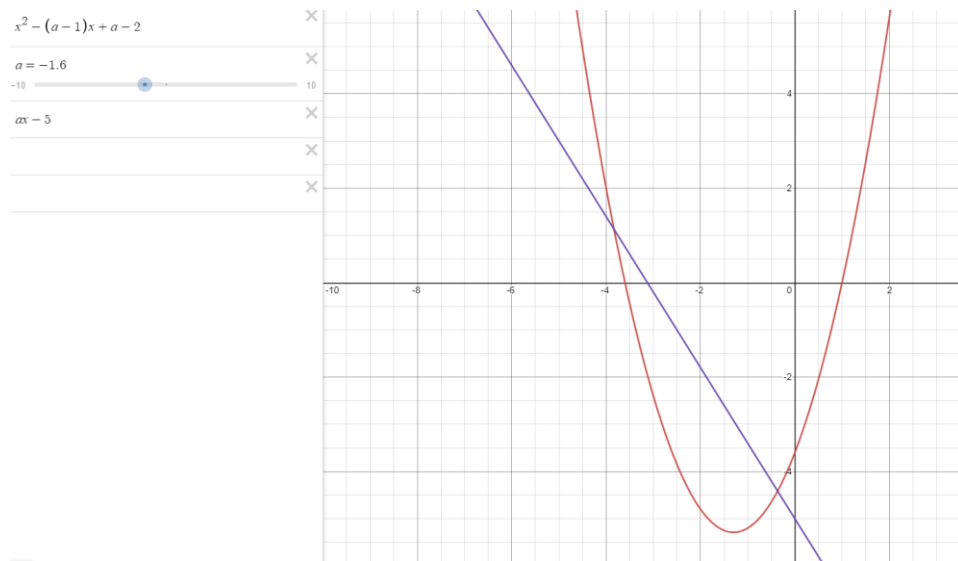


Рис 7.

3) При якому значенні a рівняння має два однакових корені?

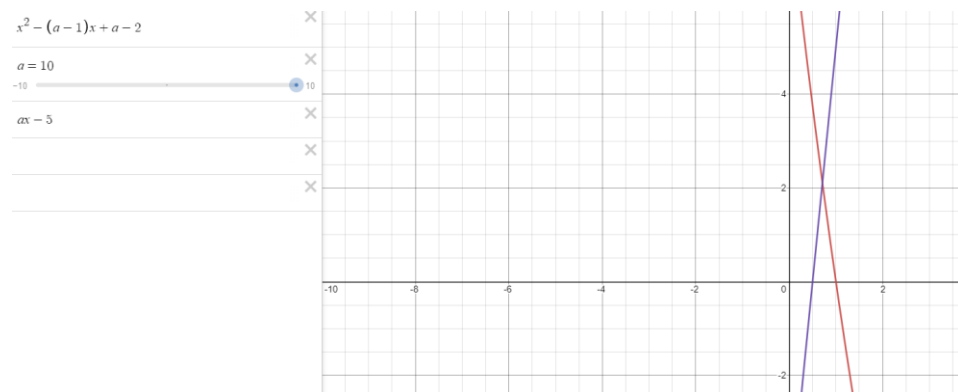


Рис 8.

Приклад 4.

Коли ми навчилися розв'язувати такі рівняння з параметром (аналітичний спосіб + графічний спосіб) перейдемо до розв'язання такої нерівності:

$$x^2 - (a - 1)x + a - 2 > 0$$

Звертаємо увагу на інший спосіб представлення графічних даних, будуючи на площині графік нерівності (параметр a замінюємо на y , реагуючи на внутрішню особливість пакету).

Завдання, які ми можемо скласти для розв'язання такі:

1) При яких значеннях a нерівність має розв'язки? (відповідь: при всіх, крім 3)

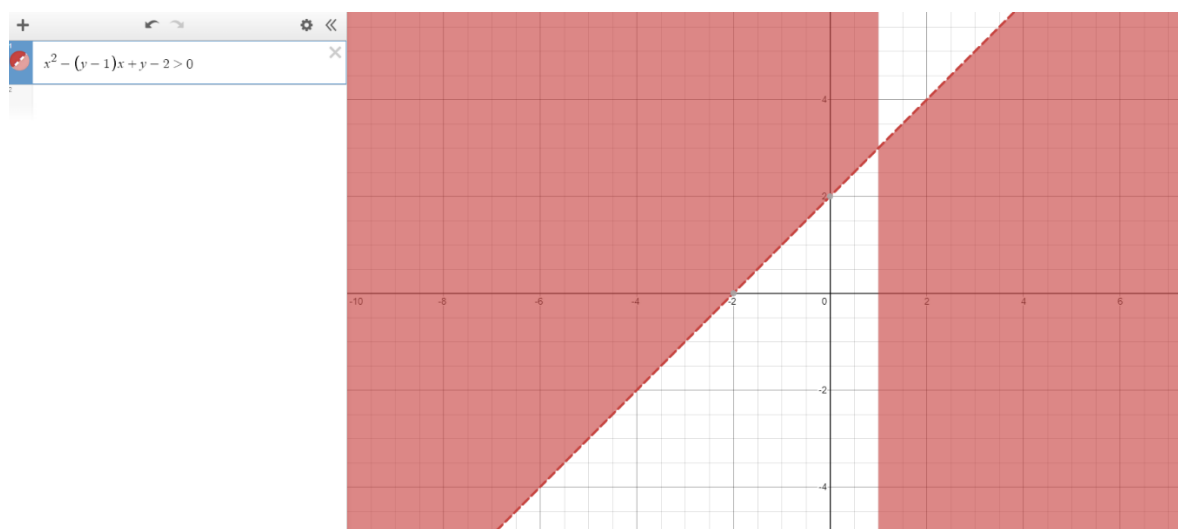


Рис 9.

2) При яких значеннях a нерівність розв'язків немає? (відповідь: при $a=3$)

Приклад 5.

Ускладнимо завдання, тепер задача звучатиме так: при якому значенні a , множиною розв'язків нерівності $x^2 - (a - 1)x + a - 2 \leq 0$ буде відрізок довжини 7? (відповідь: при $a=10$ або $a=-5$)

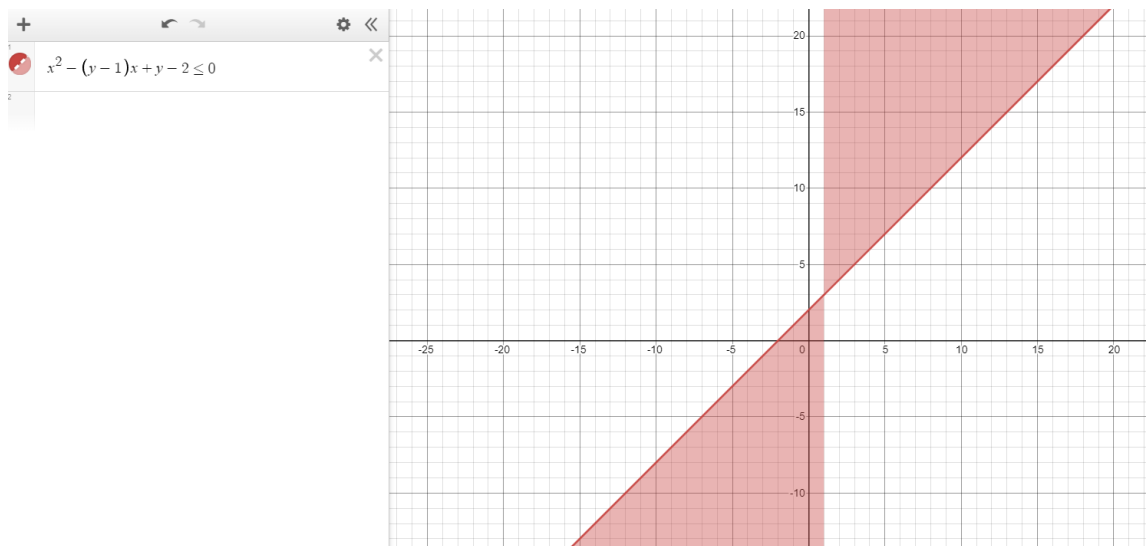


Рис 10.

Приклад 6.

Ще ускладнимо завдання, тепер задача звучатиме так: при якому значенні a , множиною розв'язків нерівності $\log_7(a - 3)(x^2 - (a - 1)x + a - 2) \leq 0$ буде відрізок довжини 7? (відповідь: при $a=6$)

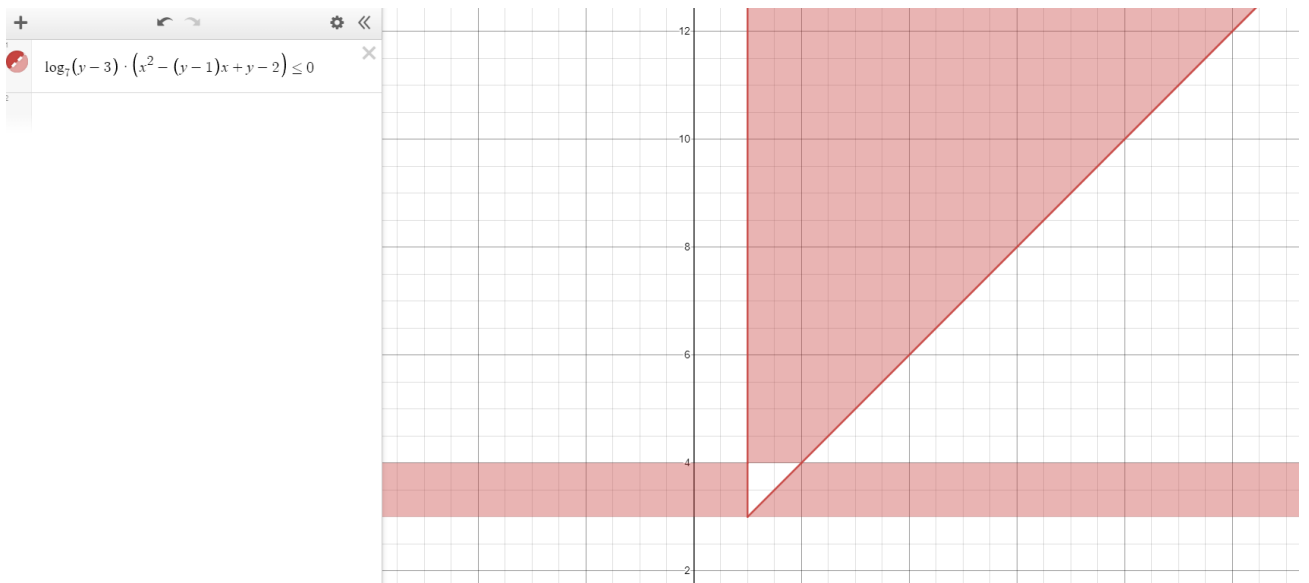


Рис 11.

За схожим алгоритмом ми можемо складати власні задачі за для того, щоб натренувати розв'язувати подібні завдання, бо не усі учні, як правило, з першого разу засвоюють матеріал на відмінно, тому слід виходити з положення

– складанням «схожих» або «подібних» завдань (зауваження – ідея (суть) завдання має зберігатись). За таким же алгоритмом робляться і більш складні завдання з «поганими» числами, які важко сприймаються дітьми. Але є і так.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.

Залежно від того, чого ми хочемо навчити дітей, ми підбираємо задачі з параметром. На основі задач з параметром можна складати звичайне рівняння чи нерівність для конкретного значення параметра. Або складати таку задачу, щоб в кінці виходили гарні числа або нормальний числовий проміжок. Складання задач з параметром дає певну перевагу при підготовці дитини до ЗНО. Звичайно, коли мова йде про завдання з параметром, то мається на увазі, учні вміють розв'язувати усі типи рівнянь без параметрів, орієнтуються в алгоритмах розв'язування. Такі діти, як правило, можуть зазирнути трохи наперед і передбачити результат. Передбачення результату дуже любляють задачі з параметром – їх так легше розв'язати. Важливо розуміти, що і як складати, перед тим, як дати це на розв'язання.

Список використаної літератури

1. Апостолова Г., Ясінський В. Перші зустрічі з параметром. – К.: Факт, 2008. – 324 с.
2. Кушнір В., Кушнір Г., Ріжняк Р. Системне моделювання процесу розв'язування текстових математичних задач: кібернетичний підхід // Постметодика. – 2009. – № 4 (88). – с. 22-27.
3. Кушнір В., Ріжняк Р. Розв'язування математичних задач інтегративного змісту засобами комп'ютерного моделювання // Математика в школі. – 2009. – № 10. – с. 34-39.
4. Кушнір В., Ріжняк Р. Формування в учнів складних умінь використовувати моделювання у процесі розв'язування математичних задач інтегративного змісту // Математика в школі. – 2009. – № 5. – с. 13-17.

5. Кушнір В., Ріжняк Р. Формування в учнів умінь інтегративної діяльності з використанням наборів математичних задач, утворених задачною темою // Наукові записки КДПУ ім. В. Винниченка. – Випуск 90. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2010 – с. 156-161.
6. Левицький Я. Розв'язування рівнянь та нерівностей з параметром // Наукові записки молодих учених. – 2019. – № 3. – Електронний ресурс: <https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1622>
7. Ясінський В.В. Математика. Навчальний посібник для слухачів ІДП НТУУ «КПІ». – К.: ІДП НТУУ «КПІ», 2005. – 372 с.