

УДК 373.5.016; 519.6(045)

**ПРО МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ІНТЕГРОВАНОГО ВИВЧЕННЯ
ПОКАЗНИКОВОЇ ТА ЛОГАРИФМІЧНОЇ ФУНКЦІЙ
В ЗАГАЛЬНООСВІТНІЙ ШКОЛІ
МЕТОДОМ УКРУПНЕННЯ ДИДАКТИЧНИХ ОДИНИЦЬ ЗНАНЬ**

Левицький Ярослав, Нічишина Вікторія

Науковий керівник: канд.пед.наук, доцент Нічишина В.В.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені

Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті розглянуто можливість удосконалення змісту освіти шляхом інтегративного підходу до структури та організації засвоєння навчального матеріалу учнями загальноосвітньої школи. Одним з ефективних методів інтегрованого вивчення навчального матеріалу в загальноосвітній школі може бути застосування технології укрупнення дидактичних одиниць знань. Розглянуто взаємозалежні конкретні підходи до навчання за технологією укрупнення дидактичних одиниць знань та схема такого навчання. Наведено приклад застосування одного з підходів до навчання за технологією укрупнення дидактичних одиниць знань – «спільного й одночасного вивчення взаємозалежних дій, операцій, функцій, теорем» – у процесі одночасного вивчення показникової та логарифмічної функції як взаємно обернених функцій.

Ключові слова: *інтеграція в освіті, інтегроване навчання, метод укрупнення дидактичних одиниць знань, системні, цілісні знання, взаємно обернені поняття, показникова функція, логарифмічна функція, методика інтегрованого навчання.*

About methodological features of integrated studying of indicator and logarithmic functions in secondary school with the method of enlargement of didactic units of knowledge

Ya. Levitsky, V. Nichyshyna

Scientific supervisor: Candidate of Pedagogic Science, Docent Nichyshyna V.V.

The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University,

Kropyvnytsky, Ukraine

The article considers the possibility of improving the content of education through an integrative approach to the structure and organization of learning material by secondary school students. One of the effective methods of integrated study of educational material in secondary school can be usage of the technology of consolidation of didactic units of knowledge. It is considered interdependent specific approaches to learning of the technology of aggregation of didactic units of knowledge and the scheme of such learning. It is given an example of application

of one of the approaches to learning by the technology of aggregation of didactic units of knowledge - "joint and simultaneous study of interdependent actions, operations, functions, theorems" - in the process of simultaneous study of exponential and logarithmic functions as mutually inverse functions.

***Key words:** integration in education, integrated learning, method of aggregation of didactic units of knowledge, system, integral knowledge, mutually inverted concepts, exponential function, logarithmic function, methods of integrated learning.*

Постановка проблеми. Для сучасного етапу реформування української школи характерним є ускладнення змісту освіти, зростання обсягу необхідної інформації і зменшення часу, відведеного для її засвоєння. Одним із перспективних напрямків удосконалення змісту освіти є інтегрований підхід до його структури та організації його засвоєння учнями загальноосвітньої школи. Розвиток цього напрямку став особливо актуальним після того, як в педагогічній науці та шкільній практиці стали впроваджуватися уроки з інтегрованим змістом з метою подолання недоліків масової диференціації змісту освіти [5].

Під інтеграцією розуміють процес і результат створення нерозривно пов'язаного, єдиного, цілісного. Результатом інтеграції є поява якісно нової, інтегративної властивості, яка не зводиться до суми властивостей об'єднаних елементів, а забезпечує вищу ефективність функціонування усєї цілісності. У навчанні інтеграція зумовлена протиріччям між наявністю у шкільному плані значної кількості практично ізольованих навчальних предметів і необхідністю формування у свідомості учнів цілісної системи знань [1].

Під інтеграцією у навчанні математики розуміють процес структурного об'єднання змісту математичного матеріалу шкільного курсу математики, методів навчання та засобів навчання з метою формування стійких математичних компетентностей через формування цілісних, системних математичних знань, умінь та навичок [9].

Одним з ефективних методів інтегрованого вивчення навчального матеріалу в загальноосвітній школі може бути застосування технології укрупнення дидактичних одиниць знань. «Укрупнення дидактичних одиниць

знань – це специфічне відображення в дидактиці об'єктивної тенденції сучасної науки до інтеграції знань, що проводиться через узагальнення в пізнавальних процесах та засвоєння суб'єктами навчання спеціально оформленої інформації у вигляді укрупнених одиниць знань» [3].

Під технологією укрупнення дидактичних одиниць її розробники Ерднієв П.М. та Ерднієв Б.П. розуміють систему споріднених одиниць навчального матеріалу, у якому симетрія, протиставлення змін компонентів навчальної інформації в сукупності позитивно впливають на виникнення єдиної логіко-просторової структури знань. Укрупнення дидактичних одиниць трактується ними як відображення об'єктивної тенденції сучасної науки до інтеграції знань, яке призводить до глибинних узагальнень у пізнавальних процесах та засвоєнні більшого обсягу знань при економії часу [3]. Тобто «основна ідея цієї технології полягає в тому, що знання представляються учню крупним блоком з усією системою внутрішніх і зовнішніх зв'язків та з послідовною деталізацією. При цьому укрупнена дидактична одиниця визначається саме наявністю зв'язків – взаємообернених розумових операцій, деформованих, трансформованих задач. Укрупнена дидактична одиниця – це клітинка навчального процесу, що складається з логічно розрізнених елементів, які у той же час мають інформаційну спільність. Укрупнена дидактична одиниця володіє якістю системності і цілісності, стійкістю до збереження в часі і швидкому виявленню в пам'яті» [3].

Аналіз досліджень і публікацій. У багатьох дослідженнях аналізуються причини формалізму і фрагментарності знань і вмінь, відсутності мотивації до вивчення навчальних дисциплін, неспроможності належно використовувати знання і вміння в нових ситуаціях тощо.

На думку В.К. Сидоренка «...багатопредметність, яка склалася у навчальних планах, спричиняє не тільки дублювання, а, в окремих випадках, і – протиставлення навчального матеріалу, послаблення зв'язків. При цьому спостерігається розосередження схожих тем у різних предметах за місцем у навчальних програмах і за часом їх вивчення. Вчений вважає, що

багатопредметність завдає шкоди формуванню вмінь застосовувати одержані знання для розв'язування практичних завдань, які мають комплексний характер» [13, с. 31].

М. Г. Іванчук вважає, що «...відсутність цілісного розуміння суб'єктами учіння предметів і явищ зумовлена науковим підходом, який традиційно склався у нашій пізнавальній культурі. Наука, прагнучи пізнати глибинні закони та закономірності навколишнього світу, змушена диференціюватися, розділяючи окремі предмети пізнання. Вона подрібнює цілісний світ, вихоплює одну із його сторін, і, абстрагуючись від інших, досліджує її. Такий методологічний підхід був перенесений у побудову освітнього процесу. Певним наукам однозначно відповідають фундаментальні навчальні дисципліни. При цьому будь-який предмет як цілісне утворення розривається на окремі “шматки” (властивості), які не узгоджуються й ізольовано вивчаються у різних навчальних курсах так і залишаючись розрізненими знаннями, які інтегрувати в систему учень об'єктивно не може» [5, с. 14].

Завдяки зв'язкам і відповідній взаємодії компонентів той чи інший предмет – не просто сума його складових частин, адже кожний предмет як цілісність має так звані інтегративні властивості, якими не володіють усі його компоненти, якщо їх розглядати лише сумарно. Будь-яку систему утворюють завдяки логічному поділу складної проблеми на більш прості та зручні для управління частини шляхом встановлення зв'язків між ними [12, с. 219–220].

Сучасні філософи Б. М. Кедров, С. Ф. Клепко, М. Г. Чепіков [6, 7] доводять, що «...мислення людини і об'єктивний світ підкоряються одним і тим же законам і тому вони не можуть суперечити один одному в своїх результатах, а повинні узгоджуватися між собою».

У зв'язку з цим, філософ С. Ф. Клепко наголошує на тому, що «...навчальний план навчального закладу має враховувати необхідність формування інтегративного, діалектичного мислення» [7, с. 80].

В зв'язку з необхідністю вирішення завдання формування світогляду розглядають роль інтеграції в навчанні І. Д. Зверев та В. Н. Максимова.

Зокрема, науковці вважають, що інтеграцію розділених по окремим предметам і по рокам навчання навчальних знань можна здійснити за допомогою виявлення міжпредметних зв'язків за умови, що зміст цих зв'язків не буде обмежуватися питаннями координації вивчення теорій, законів, понять, спільних для споріднених предметів. Міжпредметні зв'язки повинні відображати в навчальному пізнанні нові наукові ідеї і методи, нові підходи до організації науки, її широкі соціальні контакти, які породжуються тенденціями інтеграції. Основна педагогічна мета міжпредметних зв'язків – формування світогляду шляхом цілісного відображення в процесі навчання соціального досвіду наукового пізнання об'єктивного світу [4, с.28 – 37].

Як «...процес і результат взаємодії окремих навчальних дисциплін, які сприяють удосконаленню навчально-виховного процесу загалом» визначає інтеграцію стосовно навчального процесу В. Якиляшек [18, с. 29].

Р. З. Мустафіна трактує інтеграцію як «...об'єктивний процес об'єднання раніше диференційованих елементів в нову якість з ознаками цілісності» [10, с. 24–28].

На тому, що «...процес синтетичного, інтегративного узагальнення отриманих знань не може бути зведений до простого сумування знань, отриманих при використанні методів різних наук», також наголошує академік П. Н. Федосєєв. Автор вважає, що просте сумування, зведення в єдине результатів, отриманих багатьма науками у вивченні одного і того ж об'єкту, – важливий, але лише початковий етап в комплексному дослідженні, за яким слідує інший, більш важкий і складний: створення цілісної теоретичної картини досліджуваного явища і вироблення на цій основі конкретних рекомендацій для практики [15, с.47]

З позиції встановлення істотних зв'язків трактують термін „інтеграція” дослідники В. В. Моштук, В. О. Ахлібінський, А. Я. Савченко.

Зокрема, В. В. Моштук, А. Я. Савченко під інтеграцією розуміють об'єднання, спрямоване на підсилення інформаційного змісту і емоційне збагачення сприйняття та мислення суб'єктів учіння завдяки отриманню

додаткового матеріала, що дає можливість з різних сторін пізнати явище, поняття, досягти цілісності знань [9].

Б. В. Ахлібінська визначає інтеграцію, як процес встановлення зв'язків, що забезпечують взаємозалежність елементів і появу «інтегративної властивості» [1, с. 51–54].

Мета статті полягає в обґрунтуванні ідеї інтегративного вивчення показникової та логарифмічної функцій як взаємообернених функцій в шкільному курсі алгебри старшої школи методом укрупнення дидактичних одиниць знань.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Під укрупненою дидактичною одиницею знань розуміють локальну систему понять, об'єднаних на основі їх змістових логічних зв'язків і утворюючих цілісно засвоєну одиницю інформації [3].

«Поняття укрупнення одиниці засвоєння знань охоплює наступні взаємозалежні конкретні підходи до навчання:

1. Спільне й одночасне вивчення взаємозалежних дій, операцій, функцій, теорем.
2. Забезпечення єдності процесів складання і розв'язування задач (рівнянь, нерівностей і тощо).
3. Розгляд у взаємопереходах визначених і невизначених завдань (зокрема, деформованих вправ).
4. Виявлення складної природи математичного знання, досягнення системності знань.
5. Реалізація принципу доповнювання знань.

Навчання за методикою П.М. Ерднієва будується за наступною схемою:

- 1) етап засвоєння недиференційованого цілого в його першому наближенні;
- 2) етап виділення в цілому елементів і їх взаємовідношення;
- 3) етап формування на базі засвоєних елементів і їх взаємовідношень більш досконалого і точного цілісного образу» [3].

Наведемо можливе застосування одного з підходів до навчання за технологією укрупнення дидактичних одиниць знань – «спільного й одночасного вивчення взаємозалежних дій, операцій, функцій, теорем», зокрема, у процесі одночасного вивчення показникової та логарифмічної функцій як взаємно обернених функцій.

Розглянемо перший етап навчання за методикою П.М. Ерднієва, який полягає у засвоєнні недиференційованого цілого в його першому наближенні.

Перш ніж ввести поняття показникової та логарифмічної функцій як взаємно обернених функцій, потрібно ввести поняття логарифма числа b за основою a ($a > 0$, $a \neq 1$) як показника степеня, до якого треба піднести число a , щоб дістати число b , і запровадити символ $\log_a b$. Означення функцій дається конструктивно-описове. При введенні поняття логарифму і властивостей логарифмічної функції необхідно значну увагу приділити вмінню застосовувати основну логарифмічну тотожність, а також формулу переходу від однієї основи логарифма до іншої.

Для введення показникової функції використовують конкретно-індуктивний метод. Пропонується побудувати графіки функцій $y=2^x$ та $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ по точках на одній координатній площині, для чого складаються таблиці:

$$y=2^x$$

$$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$$

X	-2	-1	0	1	2	3
Y	1/4	1/2	1	2	4	8

X	-2	-1	0	1	2	3
Y	4	2	1	1/2	1/4	1/8

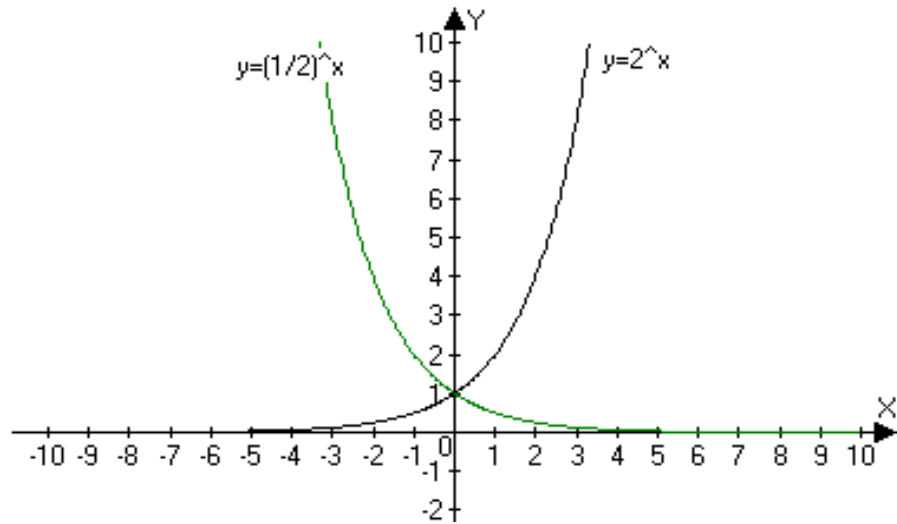


Рис. 1

Після з'ясування з учнями, що є спільного у цих графіків (областю визначення обох функцій є множина дійсних чисел, обидві функції додатні при будь-якому значенні аргументу, графіки розміщені у верхній півплощині, якщо $x=0$, обидві функції набувають значення, що дорівнює 1), записується загальний вид функції $y=a^x$ і вводитьься назва – показникова функція. Показниковою функцією називається функція виду $y=a^x$, де a – задане додатне число, $a \neq 1$ (оскільки при $a=1$ показникова функція вироджується в лінійну функцію $y=1$), x, y – змінні.

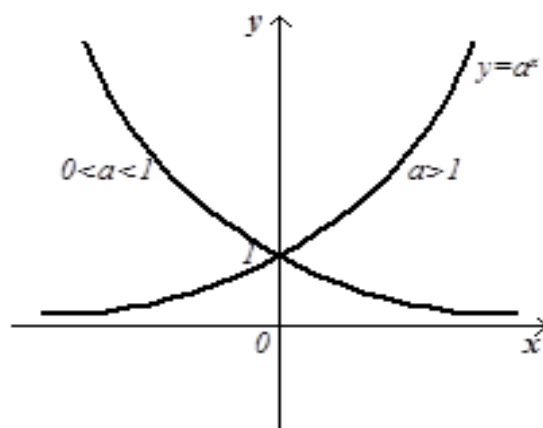


Рис.2

Далі доцільно запропонувати учням самостійно знайти функцію, обернену до показникової функції $y=a^x$, скориставшись відомим їм алгоритмом

відшукування формули функції, оберненої до даної. Учні самі виводять означення логарифмічної функції як оберненої до показникової, виконуючи три кроки:

1. Зробивши висновок про те, що функція $y=a^x$ – зростаюча при $a>1$, спадна при $0<a<1$, тому вона є оборотною на всій області визначення, враховуючи, що $x \in \mathbf{R}$, $y \in (0;+\infty)$.
2. Розв’язавши рівняння з двома невідомими $y=a^x$ відносно невідомої x . Оскільки x – показник степеня, то, за означенням логарифма, $x=\log_a y$.
3. Міняючи позначення незалежної та залежної змінних, отримуємо $y=\log_a x$, де $x \in (0;+\infty)$, $y \in \mathbf{R}$.

Отже, функція вигляду $\log_a x$ називається логарифмічною функцією, де $a>0$, $a \neq 1$, $x \in (0;+\infty)$.

Робимо висновок: показникова та логарифмічна функції – взаємно обернені.

На одній координатній площині будуюмо графіки показникової та логарифмічної функцій для випадків $a>1$ та $0<a<1$, та розглядаємо властивості показникової та логарифмічної функцій.

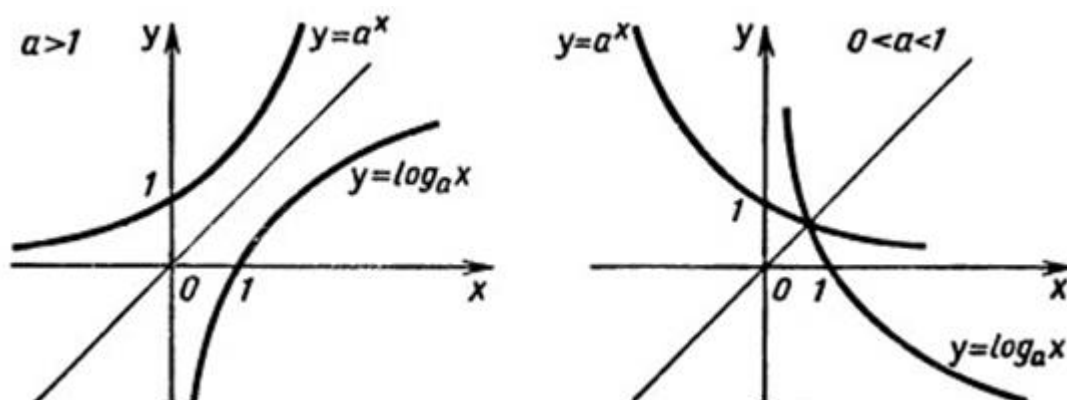
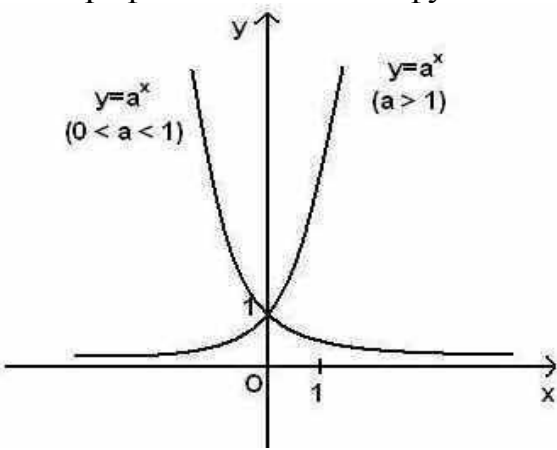
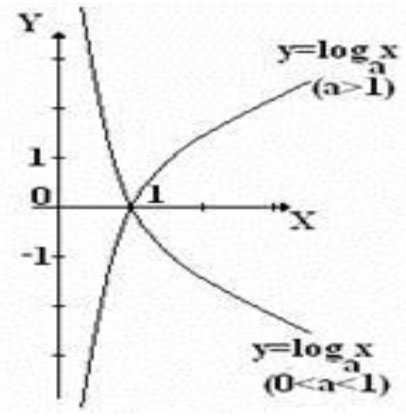


Рис.3

Оскільки показникова та логарифмічна функції є взаємно оберненими, то при їх одночасному введенні і властивості потрібно розглянути одночасно, оформивши їх у таку таблицю:

ВЛАСТИВОСТІ ПОКАЗНИКОВОЇ ФУНКЦІЇ	ВЛАСТИВОСТІ ЛОГАРИФМІЧНОЇ ФУНКЦІЇ
-------------------------------------	--------------------------------------

1. Загальний вигляд функції: $y = a^x, a > 0, a \neq 1$	1. Загальний вигляд функції: $y = \log_a x, a > 0, a \neq 1, x > 0$
2. $D(a^x) = \mathbb{R}$	2. $D(\log_a x) = (0; +\infty)$
3. $E(a^x) = (0; +\infty)$	3. $E(\log_a x) = \mathbb{R}$
4. Неперіодична	4. Неперіодична
5. Вісь OX не перетинає. Вісь OY перетинає в точці (0;1).	5. Вісь OX перетинає в точці (1;0). Вісь OY не перетинає.
6. $y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$	6. Якщо $a > 1$, то $y > 0$ при $x \in (1; +\infty)$, $y < 0$ при $x \in (0; 1)$; якщо $0 < a < 1$, то $y > 0$ при $x \in (0; 1)$, $y < 0$ при $x \in (1; +\infty)$
7. Вісь OX є горизонтальною асимптотою.	7. Вісь OY є вертикальною асимптотою.
8. Якщо $a > 1$, то функція зростає. Якщо $0 < a < 1$, то функція спадає.	8. Якщо $a > 1$, то функція зростає. Якщо $0 < a < 1$, то функція спадає.
9. Екстремумів у функції немає.	9. Екстремумів у функції немає.
10. Графік показникової функції: 	10. Графік логарифмічної функції: 

Другий етап навчання за методикою П.М. Ердієва полягає у «виділенні в цілому елементів і їх взаємовідношень». На цьому етапі відбувається диференційоване розв'язування основних типів завдань, використовуючи

властивості показникової і логарифмічної функцій та показникові і логарифмічні тотожності.

На третьому етапі навчання за методикою П.М. Ерднієва – «формування на базі засвоєних елементів і їх взаємовідношень більш досконалого і точного цілісного образу» – доцільно запропонувати учням розв'язати завдання комбінованого типу, які б включали і показникову, і логарифмічну функції.

Наприклад:

1. «Обчислити:

а) $2 \cdot 1,5^{1+\log_3 3}^{\frac{1}{2}}$;

б) $\log_2 \log_2 \log_2 2^{16}$;

в) $\log_{121} 25 \cdot \log_5 11 + 9^{\log_3 \left(\frac{1}{3} \log_{\sqrt{3}} 9 \right)}$;

г) $\left(\log_5 225 - \log_5 15 + \log_5 \frac{1}{3} \right)^{\log_{21} 43}$;

д) $81^{\frac{1}{\log_5 3}} + 27^{\log_9 36} + 3^{\frac{4}{\log_7 9}}$;

е) $\sqrt{25^{\frac{1}{\log_6 5}} + 49^{\frac{1}{\log_8 7}}}$;

ж) $\left(3^{2+\frac{1}{\log_2 3}} + 7 \cdot 16^{\frac{1}{2\log_3 4}} + 10 \right)^{\frac{1}{2}}$;

з) $-3^{-0,5+\log_9 3} \cdot \left(\log_{12} 24 - \log_{12} 6 + \log_{12} \frac{1}{48} \right)$;

і) $\left(8 \cdot 125^{\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\log_5 4} + 27^{\log_{81} 16} \right) \cdot 49^{\log_7 \sqrt{2}}$;

к) $5^{\frac{1}{2\log_3 5}} \cdot 5^{\log_5^2 8} - \sqrt{3} \cdot 8^{\log_5 8} + (\sqrt{5})^{\log_5 9}$.

2. Спростити:

$$\begin{aligned}
 \text{а)} \quad & \frac{\log_a b - \log_{\frac{\sqrt{a}}{b^3}} \sqrt{b}}{\log_{\frac{a}{b}} b - \log_{\frac{a}{b^6}} \frac{a}{b^6}} : \log_b (a^3 b^{-12}); \\
 \text{б)} \quad & \frac{\log_a \sqrt{a^2 - 1} \cdot \log_{\frac{2}{a}} \sqrt{a^2 - 1}}{\log_{a^2} (a^2 - 1) \cdot \log_{\sqrt[3]{a}} \sqrt[6]{a^2 - 1}}; \\
 \text{в)} \quad & \left(a^{1 + \frac{1}{2 \log_a a}} + 8^{\frac{1}{3 \log_a 2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}}; \\
 \text{г)} \quad & \frac{\log_a b + \log_a \left(b^{2 \log_b a^2} \right)}{\log_a b - \log_{ab} b} \cdot \frac{\log_{ab} b \cdot \log_a b}{b^{2 \log_b \log_a b - 1}} \gg [8, \text{ с. 14}].
 \end{aligned}$$

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Знання, уміння та навички, які учні отримують в результаті одночасного розгляду показникової та логарифмічної функцій як взаємно обернених функцій методом укрупнення дидактичних одиниць знань матимуть якість цілісності та системності.

Технологія укрупнення дидактичних одиниць знань надає можливість уникнути протиріччя між необхідністю постійно збільшувати обсяг освітньої інформації і навчальними можливостями учнів; запобігти роздрібненню навчального матеріалу; вивчати споріднені теми на високому рівні, об'єднавши навчальний матеріал та розглянувши внутрішньо предметні зв'язки, що сприятиме глибокому та міцному засвоєнню знань учнями при економії навчального часу.

Технологія укрупнення дидактичних одиниць знань має перспективи для подальших наукових пошуків. Зокрема, це стосується одночасного розгляду тем «Показникові рівняння» і «Показникові нерівності» та «Логарифмічні рівняння» і «Логарифмічні нерівності», що дасть можливість перетворювати рівняння на нерівності, досліджуючи при цьому усі можливі варіанти використання властивостей показникової та логарифмічної функцій.

Список використаної літератури

1. Ахлебінская Б.В. Категориальний аспект поняття інтеграція //Диалектика как основа научного знания.–Л.: Ленингр.гос.ун-т, 1984.– Вып.ХІІ.–С. 51–54.
2. Бородуля И.Т. Показательная и логарифмическая функции. Задачи и упражнения. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1984. – 112 с.
3. Ердниев П.М., Ердниев Б.П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике. – Москва: Просвещение, 1986. – 256 с.
4. Зверев И.Д., Максимова В.Н. Межпредметные связи в соврем. школе.– 1981.–237 с.
5. Іванчук М.Г. Інтегроване навчання: сутність та виховний потенціал.– Чернівці: Рута, 2004.–360 с.
6. Кедров Б.М. О синтезе наук //Вопросы философии.– 1973.–№3.–С. 77–83.
7. Клепко С.Ф. Інтегративна освіта і поліморфізм знання.–Київ–Полтава–Харків: ПОПОПП, 1998.–360 с.
8. Математика. Комплексний довідник: 4-те вид., зі змінами /Укладачі: Каплун О.І., Роганін О.М. – Х.: ФОП Співак В.Л., 2012.– 384 с.
9. Моштук В.В. Дидактичні умови інтеграції споріднених навчальних предметів: Дис...канд.пед.наук: 13.00.01.–К.–1991.–164 с.
10. Мустафина Р.З. Интеграция в обучении как средство интенсификации подготовки учителя нач. кл.: Учеб.-метод.материалы к спецкурсу для студентов пед.вузов по спец-ти «031200 – Педагогика и методика нач. образ.»–Стерлитамак: Стер.гос.пед.ин-т, 2000.–81 с.
11. Саранцев Г.И. Укрупнение дидактических единиц: состояние и проблемы. – Педагогика. 2002. №3. – 237 с.
12. Сівак В.М. Дидактичні основи розвитку системного мислення у студентів //Вісник Укр. держ. ун-ту водн. госп. та природокорист.: розділ “Педагогіка”: Сучасні технології навчання: проблеми та перспективи”. Зб. наук. праць. Ч. 2. Рівне: УДУВГГ, 2003.–245 с.

13. Сидоренко В.К. Проблема актуальна, різнобічна (про інтеграцію навчальних предметів у педагог. теорії і практиці) //Рідна школа.–1992.–№7–8.– С. 30–35.
14. Слепкань З.І., Грохольська А.В., Волянська О.Є. Збірник задач з алгебри і початків аналізу 10-11 класи. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2003.–238 с.
15. Федосеев П.Н. Философия и интеграция знания //Вопросы философии.– 1987.–№7.–С. 16–30.
16. Фурман М.С. Збірник задач з алгебри і початків аналізу 11 клас. – Харків: Видавнича група «Основа», 2010 – 159 с.
17. Четыркин Е.М., Калихман И.Л. Вероятность и статистика.–М.: Финансы и статистика, 1982.– 319 с.
18. Якиляшек В. Особливості інтеграції природничо-математичних знань // Педагогіка і психологія професійної освіти.–1992.–№2.–С. 28–33.