

**МЕТОДИКА УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ З
ТЕМИ: «КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ ТА ЇЇ ВЛАСТИВОСТІ» В УМОВАХ
ПІДГОТОВКИ ДО ЗНО**

Лисуненко Анастасія

Науковий керівник: доктор педагогічних наук, професор

Лов'янова І. В.

*Криворізький державний педагогічний університет,
м. Кривий Ріг, Україна*

У статті розглянуто проблему узагальнення і систематизації знань старшокласників з теми «Квадратична функція та її властивості», продемонстровані їх методи та форми: проходження тестів і вправ різного рівня складності, метод проектів, узагальнені таблички, експрес-опитування, створення графіків у GeoGebra, Desmos. На основі аналізу наукових джерел проаналізовано поняття, властивості та алгоритм побудови квадратичної функції. Запропоновані узагальнені таблички, щодо кращого засвоєння учнями розглядуваної теми при підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання.

Ключові слова: узагальнення і систематизація знань, методи, форми, квадратична функція, зовнішнє незалежне оцінювання.

Methods of generalization and systematization of students knowledge with topics: «Quadratic function and its properties» in conditions of preparation for ZNO

Lisynenko Anastasia

Scientific supervisor: doctor of pedagogical sciences, Professor

Lovianova I. V.

*Kryvyi Rih State Pedagogical University,
Kryvyi Rih, Ukraine*

The article considers the problem of generalization and systematization of knowledge of high school students on the topic «Quadratic function and its properties», their methods and forms are demonstrated: passing tests and exercises of different levels of difficulty, project method, summary tables, express survey, creating schedules in GeoGebra, Desmos. Based on the analysis of scientific sources, the concept is analyzed, properties and algorithm for constructing a quadratic function. Summarizing plates are offered, for better mastering by students of the considered subject in preparation for external independent assessment.

Key words: generalization and systematization of knowledge, methods, forms, quadratic function, external independent evaluation.

Нині науково-технічний розвиток та інформаційні технології мають справу з великим обсягом інформації. Тому це вимагає від сучасної людини вмінь самостійно її опрацьовувати, критично мислити, користуватися набутими знаннями й вміннями для розв'язання проблем творчого характеру, зокрема у професійній сфері. Одним зі значущих завдань школи є виховання всебічно

розвиненої людини, яка б прагнула до самоосвіти й саморозвитку. Саме тому, для відмінних результатів у навчанні, для успішної майбутньої професійної діяльності, а також для всебічного розвитку особистості загалом, учні повинні вчитися самостійно знаходити, мислити, узагальнювати, систематизувати та використовувати навчальний матеріал в різних обставинах.

Однією з найвагоміших змістових ліній курсу «Математика» в старшій школі є функціональна лінія, яка сприяє досягненню визначеної мети й може бути спрямована не лише на засвоєння знань, але і на розвиток пізнавальних сил і творчого запасу учня. Вивчення функціональних залежностей та дослідження властивостей функцій дає можливість ґрунтовніше пізнати багато чого у світі.

Вивчення проблеми формуванню в учнів умінь узагальнювати й систематизувати навчальний матеріал, на основі змісту конкретних предметів досліджували такі вчені: О. І. Бугайов, С. У. Гончаренко, Є. В. Коршак, В. І. Барко, Є. Т. Бровкіна, Н. М. Буринська, Н. Ф. Добриніна, С. О. Дубовський, В. І. Капаціна, Н. І. Лукашова, Є. М. Мисечко, В. Г. Разумовський, Р. І. Хмелюк, Н. Н. Чайченко, О. Г. Ярошенко та інші.

Методику навчання учнів розв'язувати задачі використовуючи алгоритми розробляли Є. М. Мисечко, Д. П. Єригін, та інші. Також досліджували поступове формування в учнів уміння узагальнювати протягом усього освітнього процесу.

Мета статті полягає у тому, щоб показати здійснення систематизації знань за допомогою таблиць узагальнення, які доречно використовувати у підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання з теми «Квадратична функція та її властивості».

У процесі навчання ставиться завдання не тільки забезпечити засвоєння учнем наукових знань, які потребує суспільство, але і домогтися, щоб на кожному уроці школяр опанував, а потім з нарощуваною силою самостійності використав здобуті знання, уміння і навички [6].

Узагальнення і систематизація знань досягаються різними шляхами, засобами та методами. Суттєво, щоб в основі їх були винайдені й осмисленні учнями головного, істотних понять та їх відношень і взаємозв'язків з іншими, уже засвоєними поняттями, ідеями, а не ілюстрація вчителем готових знань [6].

Опрацювавши фрагмент програми з теми «Квадратична функція та її властивості» у 9-му класі, можемо зазначити, які ж саме форми і методи узагальнення старшокласників можна використати при вивченні квадратичної функції (Таблиця 1) [5].

Таблиця 1

Фрагмент програми з теми: «Квадратична функція та її властивості»

Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів	Зміст навчального матеріалу	Форми узагальнення і систематизації знань
Алгебра 9-й клас		
Тема 2. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ (20 год)		
Учень/учениця: наводить приклади квадратичної функції; обчислює значення функції в точці пояснює перетворення графіків функції: $f(x) \rightarrow f(x) + a$; $f(x) \rightarrow f(x + a)$; $f(x) \rightarrow kf(x)$; $f(x) \rightarrow -f(x)$; алгоритм побудови графіка квадратичної функції; характеризує функцію за її графіком розв'язує вправи, що передбачають: побудову графіка квадратичної функції.	Властивості функції. Нулі функції, проміжки знакосталості, зростання і спадання функції, найбільше та найменше значення функції. Перетворення графіків функцій. Квадратична функція, її графік і властивості.	Проходження тестів різного рівня складності, зокрема у Google Forms. Метод проектів, вправи різного рівня складності. Узагальнені таблицьки, експрес-опитування. Створення графіків у GeoGebra, Desmos.

Систематизаційні таблиці виконують ілюстративні, інформаційні, довідкові, навчальні та виховні функції. Діаграми, графіки, схеми використовуються як для виявлення істотних ознак, зв'язків і відношень явищ, подій, процесів тощо, так і для формування образного уявлення фрагменту тексту. Метод проектів дає змогу ефективно формувати в учнів ключові компетентності: вміння вчитися, інформаційно-комунікативну, загальнокультурну, здоров'язбережувальну, громадянську, соціальну; дає можливість залучати до науково-дослідної та пошукової діяльності, створювати додаткову мотивацію до навчання. Робота із

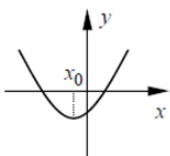
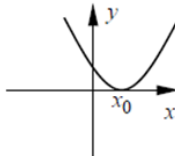
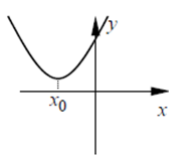
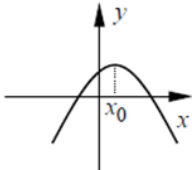
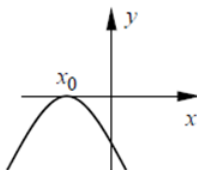
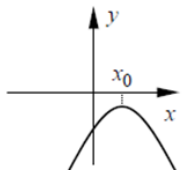
тестовими завданнями може бути ще однією з форм узагальнення знань, яка сприяє підвищенню якості знань школярів при підготовці їх до зовнішнього незалежного оцінювання. Розв'язування задач різного рівня складності розвиває логічне мислення учнів, дозволяє глибше зрозуміти теоретичний матеріал теми, переконує в необхідності застосування знань у практичній діяльності [6].

Відомості про квадратичну функцію: $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$. Графіком є парабола.

Геометричний зміст параметрів: c – ордината точки перетину з віссю Oy ; a і b визначають координати вершини параболи – точки $(x_0; y_0)$, де $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$ або $y_0 = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$; параметр a визначає напрям віток параболи: при $a > 0$ вітки напрямлені вгору, при $a < 0$ – вниз (Таблиця 2) [1, 98].

Таблиця 2

Графіки квадратичної функції для окремих значень параметрів

	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

Властивості квадратичної функції:

- 1) Область визначення: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
- 2) Множина значень: $E(y) = [y_0; +\infty]$ для $a > 0$ і $E(y) = (-\infty; y_0]$ для $a < 0$.
- 3) Функція ні парна, ні непарна при $b \neq 0$, парна при $b = 0$.
- 4) Функція неперіодична.
- 5) При $a > 0$ функція спадає на $(-\infty; x_0)$ і зростає на $(x_0; +\infty)$; при $a < 0$

функція зростаюча на $(-\infty; x_0)$ і спадна на $(x_0; +\infty)$.

б) При $a > 0$ точка x_0 – точка мінімуму, при $a < 0$ – точка максимуму [1, 81].

Щоб побудувати графік функції $y = ax^2 + bx + c$, треба:

1) визначити напрям віток параболи: якщо $a > 0$, то вітки напрямлені вгору, якщо $a < 0$, то вітки напрямлені вниз;

2) знайти координати вершини параболи $(m; n)$, де $m = -\frac{b}{2a}$, $n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ або

$$n = y(m) = am^2 + bm + c;$$

3) провести вісь симетрії – пряму $x = m$;

4) знайти точки перетину графіка функції з осями координат: з віссю Oy : $x = 0, y = c$; з віссю Ox : $y = 0$; x – корінь рівняння $y = ax^2 + bx + c$;

5) знайти кілька точок, через які проходить графік;

6) позначити одержані точки на координатній площині й через них провести параболу [1, 99].

Програма зовнішнього незалежного оцінювання з математики передбачає що, в розділі «Функції», а саме з теми «Квадратична функція та її властивості» будуть перевірятися такі знання і уміння (Таблиця 3) [5].

Таблиця 3

Представлення теми «Квадратична функція» в програмі ЗНО

Назва теми	Учень повинен знати	Предметні вміння та способи навчальної діяльності
Квадратичні функції, їх основні властивості.	<ul style="list-style-type: none">- означення функції, область визначення, область значень функції, графік функції;- способи задання функцій, основні властивості та графіки функцій, указаних у назві теми;- означення функції, оберненої до заданої.	<ul style="list-style-type: none">- знаходити область визначення, область значень функції;- досліджувати на парність (непарність), періодичність функцію;- будувати графіки елементарних функцій, вказаних у назві теми;- встановлювати властивості числових функцій, заданих формулою або графіком;- використовувати перетворення графіків функцій.

При підготовці до зовнішнього незалежного оцінювання доречним буде користуватися узагальненими таблицями, для прикладу наведемо таблиці на алгоритми дій (Таблиці 4 [4, 36], 5 [4,37], 6 [4, 38]) та правила перетворень графіків функцій (Таблиця 7 [3, 41]).

Таблиця 4

Як знайти нулі функції?

Означення. Нулем функції називається значення аргументу, при якому значення функції дорівнює нулю.	
Щоб знайти нулі функції $y = f(x)$, треба:	
1	записати рівняння, ліва частина якого – функція, виражена через змінну x , а права частина – нуль (тобто рівняння $f(x) = 0$);
2	розв'язати записане рівняння. Знайдені корені рівняння – нулі даної функції. Якщо рівняння коренів не має, то дана функція нулів не має.

Таблиця 5

Як дослідити функцію на монотонність?

Означення. Проміжки зростання чи спадання функції називають проміжками монотонності.	
Щоб дослідити функцію на монотонність, треба:	
1	вибрати з області визначення будь-які два значення x_1 і x_2 , такі, що $x_2 > x_1$;
2	скласти різницю $f(x_2) - f(x_1)$, з'ясувати (якщо це можливо), чи буде вона додатною (від'ємною), і, користуючись означенням числової нерівності, переконатися, що $f(x_2) > f(x_1)$ ($f(x_2) < f(x_1)$).

Таблиця 6

Як дослідити функцію на парність чи непарність?

Щоб дослідити функцію на парність чи непарність, треба:	
1	знайти область визначення функції $y = f(x)$ та переконатися, що вона симетрична відносно нуля;
2	перевірити виконання умови $f(-x) = f(x)$ або $f(-x) = -f(x)$.

Наведемо приклад на використання таких таблиць. Завдання: Побудувати функцію $y = \frac{1}{2}x^2$, знайти нулі функції. Довести, що функція зростає на проміжку

$(0; +\infty)$ та дослідити її на парність чи непарність.

Таблиця 7

Елементарні перетворення графіка функції $y = f(x)$

№	Формула залежності	Приклад	Перетворення
1	$y = -f(x)$		Симетрія відносно осі Ox
2	$y = f(x - a)$		Паралельне перенесення вздовж осі Ox на a одиниць
3	$y = f(x) + c$		Паралельне перенесення вздовж осі Oy на c одиниць
4	$y = kf(x)$ ($k > 0$)		Той самий вигляд, що й графіка $y = f(x)$, тільки розтягнуто або стиснено вздовж осі Oy (при $k > 1$ розтягнуто, при $0 < k < 1$ стиснено)

Графік даної функції отримаємо замінивши кожну точку графіка функції $y = x^2$ на точку з тією самою абсцисою та з ординатою, помноженою на $\frac{1}{2}$ (Рис. 1) [1, 78].

Нулі даної функції знаходимо прирівнявши її до нуля та розв'язавши отримане рівняння: $\frac{1}{2}x^2 = 0$, $x = 0$.

Доведемо, що дана функція зростає на проміжку $(0; +\infty)$. Візьмемо з цього проміжку довільні два значення аргументу x_1 і x_2 , такі, що $x_2 > x_1$. Складемо

різницю $f(x_2) - f(x_1) = \frac{1}{2}x_2^2 - \frac{1}{2}x_1^2 = \frac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2)$. Оскільки $x_2 > x_1$, то $x_2^2 - x_1^2 > 0$. Тоді, якщо $\frac{1}{2} > 0$, то $\frac{1}{2}(x_2^2 - x_1^2) > 0$, тобто $f(x_2) > f(x_1)$ – функція зростає.

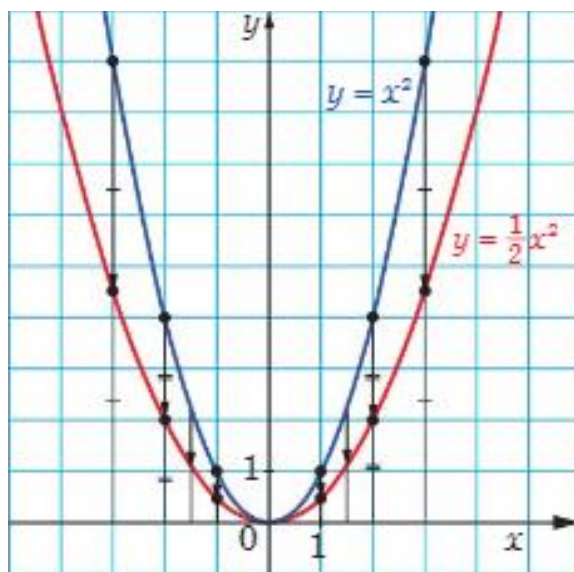


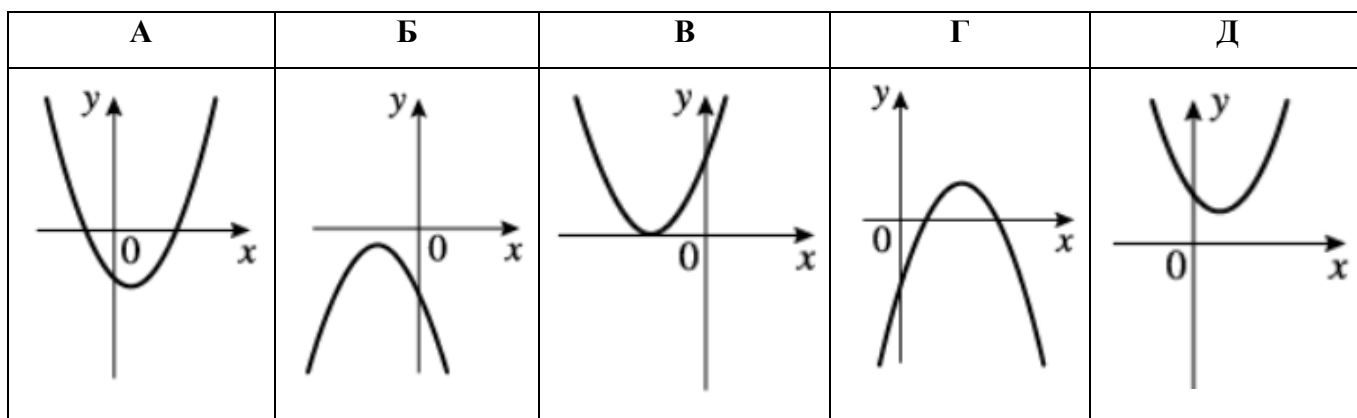
Рис. 1

Досліджуючи на парність чи непарність дану функцію спочатку знаходимо її область визначення: $D(y): \mathbb{R}$, графік функції симетричний відносно нуля. Після чого, перевіряємо виконання умови за таблицею 6:

$$f(-x) = \frac{1}{2}(-x)^2 = \frac{1}{2}x^2 = f(x) \text{ – функція парна.}$$

Аналіз завдань ЗНО основної сесії за останні роки дозволив з'ясувати який рівень і види (тестові та на відповідність) вправ, найчастіше зустрічаються з теми «Квадратична функція та її властивості». Наведемо декілька прикладів.

1. Яка з наведених парабол може бути графіком функції $y = x^2 + px + q$, якщо рівняння $x^2 + px + q = 0$ не має дійсних коренів?



Правильна відповідь: Д [7].

2. Установити відповідність між функціями (1-4) та проміжками їх зростання (А-Д).

- | | |
|---------------------|-------------------|
| 1) $y = x^2 - 3$ | А $(-\infty; 0]$ |
| 2) $y = (x - 3)^2$ | Б $[0; +\infty)$ |
| 3) $y = -x^2 + 3$ | В $(-\infty; -3]$ |
| 4) $y = -(x + 3)^2$ | Г $[-3; +\infty)$ |
| | Д $[3; +\infty)$ |

Правильна відповідь: 1-Б, 2-Д, 3-А, 4-В [2, 162].

З огляду на вище сказане можемо зазначити, що якісне засвоєння та глибоке розуміння матеріалу з теми: «Квадратична функція та її властивості» вимагає узагальнення та систематизації знань і умінь учнів в процесі навчання, оскільки багато інших функцій при розв'язуванні зводяться до квадратичної. Представлений нами підхід для повторення й узагальнення знань старшокласників з даної теми, на наш погляд ефективний для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання.

Список літератури

1. А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Алгебра : підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів : навч. посіб. Харків : Гімназія, 2017. 272 с.
2. А. Капінос, Г. Гап'юк, Л. Кондратьєва, О. Мартинюк, С. Мартинюк. Математика : Збірник тестових завдань для підготовки до зовнішнього незалежного оцінювання : підр. і посіб. Тернопіль, 2013. 336 с.
3. Є. П. Нелін. Алгебра в таблицях : навч. посіб. для учнів 7-11 класів. Харків : Світ дитинства, 1998. 116 с.
4. Л. М. Аруг. Алгебра : Матеріали для підготовки до зовнішнього незалежного

оцінювання : навч. посіб. Харків : Країна мрій™, 2008. 136 с.

5. Міністерство освіти і науки України. URL : <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi> (дата звернення: 16.11.2021)

6. О. Є. Неліна. Систематизація та узагальнення знань і вмінь учнів з алгебри як засіб активізації їх пізнавальної діяльності. Київ, 2003. 20 с.

7. Сайт «ЗНО-ОНЛАЙН» створений та підтримується інтернет-ресурсом «Освіта.ua». URL : <https://zno.osvita.ua/mathematics/> (дата звернення: 16.11.2021)