

УДК 372.851

**МЕТОДИЧНІ ПРИЙОМИ ПОПЕРЕДЖЕННЯ ПОМИЛОК ПРИ  
ВИВЧЕННІ ТЕМИ «НЕРІВНОСТІ, СИСТЕМИ НЕРІВНОСТЕЙ» В  
ОСНОВНІЙ ШКОЛІ**

**Шахно Надія**

**Науковий керівник: кандидат педагогічних наук, доцент Бобилєв Д. Є.**

*Криворізький державний педагогічний університет,*

*м. Кривий Ріг, Україна*

*Вивчення множини дійсних чисел – це одна з основних задач шкільного курсу математики. Це завдання включає в себе вивчення деяких відношень між дійсними числами, починаючи з відношення рівності і нерівності і закінчуючи функціональними відношеннями. Нерівності зустрічаються протягом усього курсу математики. З точки зору математичної логіки нерівність є висловлюванням. За допомогою нерівності задаються основні числові множини, на мові нерівностей нерідко формулюється постановка задач у різних темах алгебри та геометрії. Беручи до уваги важливість і широту матеріалу цієї лінії, відзначимо доцільність на заключних етапах навчання пропонувати досить різноманітні і складні завдання, покликані активувати найбільш важливі компоненти цієї лінії, основні поняття і основні методи вирішення, дослідження і обґрунтування завдань.*

*В роботі наведені приклади методичних прийомів, що попереджають помилки учнів під час вивчення нерівностей, в залежності від класу. Представлені вправи і завдання, які допоможуть більш повно зрозуміти сутність нерівностей.*

***Ключові слова:** учні основної школи, нерівності, системи нерівностей, методика викладання, методичні прийоми.*

**Methodical methods of error prevention in studying the topic**

**"Inequalities, systems of inequalities" in primary school**

**N. Shahno**

**Scientific supervisor: Candidate of Pedagogical Science, Docent Bobyliev D. Ye.**

*Kyryvi Rih State Pedagogical University,*

*Kyryvi Rih, Ukraine*

*The study of the set of real numbers is one of the main tasks of the school course of mathematics. This task involves studying some relations between real numbers, starting from the relation of equality and inequality and ending with functional relations. Inequalities occur throughout the course of mathematics. From the point of view of mathematical logic, inequality is an expression. By means of inequality the basic numerical sets are set, in language of inequalities*

*statement of problems in various subjects of algebra and geometry is quite often formulated. Taking into account the importance and breadth of the material of this line, we note the expediency in the final stages of training to offer a variety of complex tasks designed to activate the most important components of this line, basic concepts and basic methods of solving, researching and justifying tasks.*

*The paper presents examples of methodological techniques that prevent students from making mistakes when studying inequalities, depending on the class. Exercises and tasks that will help to better understand the essence of inequalities are presented.*

**Key words:** *primary school students, inequalities, inequality systems, teaching methods, methodical methods.*

**Постановка проблеми.** Зараз в методичній літературі все частіше і частіше з'являється думка, що заснована на результатах ДПА, ЗНО і вступних іспитах у професійні та вищі навчальні заклади, про наявність серйозних недоліків у знаннях учнів основної школи з теми «Нерівності».

Є підстави говорити не про окремі недоліки в методиці викладання нерівностей, а про недоліки у вивченні та засвоєння нерівностей учнями в основній школі. Значить, необхідно виявити основні прийоми, які попереджають помилки при вивченні теми «Нерівності і їх системи» і лежать в основі методики викладання даної теми.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Попрацювавши над літературою, присвяченою методиці вивчення теми «Нерівності» в основній школі, ми можемо зробити висновки, що на сьогодні є ціла низка досліджень, що розкривають різні її аспекти. Наприклад, в дослідженні К.І. Нешкова визначено принципи підбору змісту навчального матеріалу з теми та виділено необхідний його обсяг. В цей же час досить велику роль автор відводить тренувальним вправам [6].

У дослідженнях Є.Ф. Недошивкіна значну увагу приділено питанню внутрішньо-предметних зв'язків при вивченні нерівностей та їх систем в курсі математики середньої школи [5]. Прикладні аспекти вивчення нерівностей та їх систем в середній школі висвітлено у роботах Н.Б. Мельникової, Д.Д. Рибдалової [4].

**Мета статті.** Розгляд методичних прийомів попередження помилок учнів при вивченні нерівностей та їх систем в основній школі.

**Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження.**

Для усунення недоліків в знаннях учнів з теми «Нерівності, системи нерівностей» необхідно більш раннє знайомство учнів основної школи з нерівностями і постійна увага до них протягом усього курсу математики в 5-9 класах.

Так при вивченні курсу математики в 5-6-х класах школярі повинні придбати міцний навик у вживанні знаків нерівності “<” і “>” для запису співвідношення «менше», «більше» між числами, в зв'язку з чим вони і отримують поняття числової нерівності. Вивчення нерівностей слід проводити паралельно з вивченням рівнянь. Поряд з розв'язанням рівнянь на підставі визначення та властивостей арифметичних дій слід пропонувати розв'язувати і нерівності також на підставі властивостей арифметичних дій. При розв'язанні більшої частини нерівностей необхідно використовувати висновки про зміну результату дій в зв'язку зі зміною компонентів дій; при розв'язанні інших - використовувати знання про співвідношення результату і компонентів дій множення і ділення дробових чисел, поняття правильного і неправильного дробу. При розв'язанні нерівностей необхідно домогтися розуміння, що розв'язком нерівностей є множина чисел [2].

У 5-6 класах слід пропонувати вправи з цілими і дробовими числами, які познайомили б школярів зі змістом основних властивостей числових нерівностей:

1. Якщо одне число більше (менше) другого, а друге число більше (менше) третього, то перше число більше (менше) третього.
2. Якщо одне число більше другого і до кожного з них додати одне і те ж число, то перша сума буде більшою за другу.
3. Якщо одне число більше другого і з кожного з них відняти одне і те ж число, то перша різниця більше другої різниці.

4. Якщо одне число більше другого і кожне з них помножено (розділене) на одне і те ж число, відмінне від нуля, то перший добуток (частка) більше другого добутку (частки).

Після того як школярі познайомляться з від'ємними числами і оволодіють поняттями «менше», «більше» для раціональних чисел, для розв'язання нерівностей необхідно застосовувати такі властивості арифметичних дій:

1. При додаванні до числа додатного числа - число збільшується, при додаванні від'ємного числа - число зменшується.

2. Якщо від'ємник число додатне, то різниця менше зменшуваного, якщо від'ємник число від'ємне, то різниця більше зменшуваного.

3. Якщо одне число більше іншого, то різниця між більшим числом і меншим додатна, різниця між меншим і більшим числом від'ємна.

4. Якщо різниця додатна, то зменшуване більше від'ємника, якщо різниця від'ємна, то зменшуване менше від'ємника.

5. Добуток двох чисел додатний, якщо обидва співмножники одного знаку, від'ємний, якщо співмножники протилежних знаків.

6. Частина двох чисел додатна, якщо ділене і дільник одного знаку, від'ємна, якщо ділене і дільник мають протилежні знаки.

При вивченні теми «Додатні і від'ємні числа» можна запропонувати систему вправ, пов'язану з поняттям нерівності.

При формуванні поняття нерівності слід надавати великого значення геометричній ілюстрації поняття «менше» і «більше», а також геометричній ілюстрації розв'язків нерівностей. Використання наочного образу розташування на осі точок допоможе учням з'ясувати область чисел, яка задовольняє даній нерівності, зробить більш наочним розв'язок нерівності [1].

Наприклад, число  $a > b$ , якщо точка, яка відповідає числу  $a$ , лежить правіше точки, що відповідає числу  $b$ .

Вивчення нерівностей необхідно продовжувати протягом усього курсу алгебри середньої школи. У 7-му класі, так само як і в 5-6-х класах, паралельно

з розв'язанням найпростіших рівнянь слід вирішувати і найпростіші нерівності на підставі властивостей арифметичних дій.

Учні повинні навчитися додавати нерівності, множити їх на додатні та від'ємні числа, множити нерівності (коли це можливо), підносити до квадрату. На цьому ж етапі необхідно включити достатню кількість вправ з буквеними нерівностями, які в діючих шкільних підручниках практично відсутні [3].

Розглянемо приклади таких вправ:

Вправа 1. Помножити нерівність  $2a > b$  на  $b$ .

Розв'язання:

Якщо  $b > 0$ , то  $2ab > b^2$ .

Якщо  $b < 0$ , то  $2ab < b^2$ .

Якщо  $b = 0$ , то  $2ab = 0$ ,  $b^2 = 0 \rightarrow 2ab = b^2$

Вправа 2. Який знак слід поставити між виразами  $2-3a$  та  $2-3b$ , щоб отримати правильну нерівність, якщо відомо, що  $a > b$ ?

Розв'язання:

Оскільки  $a > b$ , то  $-3a < -3b$ . Додаючи до обох частин цієї нерівності 2, отримаємо  $2-3a < 2-3b$ .

Основні властивості нерівностей можуть бути добре закріплені при розв'язанні неважких задач на доведення нерівностей.

Вправа 3. Доведіть, що квадрат середнього з будь-яких трьох послідовних цілих чисел більше добутку крайніх.

Розв'язання:

Нехай  $n$ ,  $n + 1$ ,  $n + 2$  - послідовність натуральних чисел, тоді

$$(n+1)^2 = n^2 + 2n + 1,$$

$$n(n+2) = n^2 + 2n,$$

$$n^2 + 2n + 1 = n^2 + 2n, \Rightarrow (n+1)^2 > n(n+2).$$

Вже на перших етапах вивчення нерівностей слід використовувати вправи з нерівностями, що демонструють різні життєві ситуації.

Вправа 4. Човняр проплив  $n$  кілометрів за течією річки зі швидкістю 7 км/год і повернувся назад, рухаючись проти течії зі швидкістю 4 км/год. На

наступний день він проплив по озеру відстань, рівну  $2,4n$  (км), причому рухався зі швидкістю 6 км/год. На який із двох маршрутів було витрачено більше часу?

Розв'язання:

$$\text{Час на шлях } n \text{ км першого дня: } \frac{n}{7} + \frac{n}{4} = \frac{11n}{28} \text{ (год.)}$$

$$\text{Час на шлях } 2,4n \text{ км другого дня: } \frac{2,4n}{6} \text{ (год.)}$$

Для того щоб порівняти час  $\frac{11n}{28}$  та  $\frac{2,4n}{6}$  зведемо отримані дроби до спільного знаменника:  $\frac{33n}{84} < \frac{33,6n}{84}$ .

Отже, на другий маршрут було витрачено більше часу [1].

При вивченні теми «Алгебраїчні вирази. Рівняння» в 7 класі можна запропонувати систему вправ, пов'язану з поняттям нерівності. Дана система включає в себе завдання двох типів (розглянемо їх) [7].

Тип 1. Читання і запис нерівностей. Найпростіші докази. Порівняння виразів.

Вправа 1. Прочитати нерівності:

$$\frac{5}{6} < 1; \frac{1}{2} > 0,3; \frac{3}{4} < 0,78; 2,77 > 2,763; a+1 > a.$$

Вправа 2. Знайти кілька значень  $a$ , при яких виконуються співвідношення:  $a + 3 > 4$ ;  $a + 6 > 6$ ;  $a + 7 > 7$ .

Вправа 3. Обчислити вирази  $(a+b)^2$  та  $a^2 + b^2$  для значень  $a$  та  $b$ . Порівняти отримані значення.

1)  $a=1$ ;  $b=3$ ;

2)  $a=2$ ;  $b=1,5$ ;

3)  $a=0$ ;  $b=2$ .

Тип 2. Доведення методом від супротивного.

*Примітка.* На уроках геометрії в 7 класі необхідно застосовувати вміння доводити методом від супротивного, але засвоїти його тільки на одному геометричному матеріалі досить складно, оскільки в курсі геометрії даного

класу мало завдань на доведення цим методом. Тому на практиці краще використовувати приклади з алгебри на доведення нерівностей методом від супротивного [2].

Вправа 1. Дано  $a + 3 > 10$ . Методом міркувань від супротивного потрібно довести, що  $a \neq 7$ .

Розв'язання: Припустимо, що  $a = 7$ , тоді маємо  $a + 3 = 7 + 3 = 10$ . Що суперечить умові завдання, отже,  $a \neq 7$ .

Вправа 2. Дано  $3a < 5a$ . Методом міркувань від супротивного потрібно довести, що  $a \neq 0$ .

Розв'язання: Припустимо, що  $a = 0$ , тоді маємо  $3a = 0$ ,  $5a = 0 \Rightarrow 3a = 5a$ , що суперечить умові завдання, отже,  $a \neq 0$ .

У 8-му класі до систематичного вивчення нерівностей необхідно закріпити навик розв'язання найпростіших нерівностей на підставі властивостей арифметичних дій. В темі «Алгебраїчні дроби» слід звернути увагу на розв'язання найпростіших дробових нерівностей на підставі властивостей різниці і частки.

При систематичному вивченні нерівностей в 8-му класі систематизуються всі отримані знання про нерівності в 5-7 класах. Тут вивчаються властивості числових нерівностей, передбачені навчальною програмою. Дається визначення поняттям «Нерівність», «Числова нерівність». Вводиться поняття «Рівносильні нерівності». Учні необхідно познайомити на окремих прикладах з теоремами про рівносильність двох нерівностей. На підставі теорем про рівносильність 2-х нерівностей і наслідків з них необхідно відпрацювати навички у вирішенні лінійних нерівностей з одним невідомим. Ознайомити з графічним розв'язанням нерівностей 1-го ступеня з одним невідомим [4]. На окремих прикладах познайомити учнів з розв'язуванням системи двох нерівностей виду:

$$\begin{cases} x > 2, \\ x > 5; \end{cases} \begin{cases} x < 4, \\ x < 1; \end{cases} \begin{cases} x > 3, \\ x < 10. \end{cases}$$

У 8-му класі слід познайомити учнів з властивостями числових нерівностей, членами яких є степені та корені, познайомити з розв'язанням

найпростіших нерівностей 2-го ступеня з одним невідомим, з графічною ілюстрацією розв'язків.

У 9-му класі отримані раніше знання про нерівності необхідно систематизувати, розширити і поглибити.

Необхідно розглядати вправи і з практичним змістом.

Вправа 5. Два автогосподарства відправили кілька машин для перевезення вантажів. Число машин, відправлених з 2-го автогосподарства, менше подвоєного числа машин, відправлених з першого. Якщо б перше автогосподарство послало на дві машини більше, а друге на дві машини менше, то машин з 2-го автогосподарства було б більше, ніж машин з 1-ого. Скільки машин відправлено з кожного автогосподарства, якщо загалом було відправлено менше 18 машин?

Розв'язання:

Позначимо через  $x$  та  $y$  – число машин, відправлених з 1-го та 2-го автогосподарств відповідно. За умовою задачі маємо:  $y < 2x$ ,  $y - 2 > x + 2$ ,  $x + y < 18$ . Отже, задача зводиться до розв'язання наступної системи нерівностей:

$$\begin{cases} y < 2x, \\ y - 2 > x + 2, \\ x + y < 18. \end{cases}$$

Із 1-ої та 2-ої нерівностей слідує, що  $2x > x + 4$ ,  $x > 4$ .

Із 2-ої та 3-ої нерівностей слідує, що  $x < 7$ .

Таким чином,  $x = 5$  або  $x = 6$ .

При  $x = 5$  з перших двох нерівностей отримуємо:  $y < 10$ ,  $y > 9$ , тобто, в цьому випадку цілочисельних розв'язків не існує.

При  $x = 6$  отримуємо:  $y < 12$ ,  $y > 10$ , тобто  $y = 11$ .

Отже, з першого автогосподарства відправили 6 машин, а з другого - 11 машин [1].

Істотне значення при вивченні нерівностей має система вправ, необхідним елементом якої є геометрична ілюстрація чисел спочатку на



числовому промені, а потім на числової осі. При підборі вправ на нерівності необхідно враховувати, що вправи повинні бути доступні для учнів (особливо в 5 - 7 класах), мати зв'язок з досліджуваним матеріалом і бути різноманітною за своїм змістом.

### **Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.**

Під час написання даної статті нами розглянуто та вивчено теоретико-методологічні особливості викладання теми «Нерівності» в основній школі. Ми провели аналіз діючої програми з математики для учнів 5 – 9 класів, а також проаналізували підручники, запропоновані МОН України. Також ми розглянули основні методичні прийоми попередження помилок учнів при вивченні нерівностей та їх систем в основній школі.

Перспективою подальших пошуків у напрямі дослідження є аналіз змістової лінії «Нерівності» у старшій школі, а також розробка збірника вправ, які б допомогли попередити помилки при розв'язанні різного роду нерівностей.

### **Список використаної літератури:**

1. Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 9 кл. загальноосвітн. навч. закл. Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Видавничий дім «Освіта», 2017. – 272 с.
2. Бевз Г.П. Методика викладання математики / Г.П. Бевз. – Київ: Видавниче об'єднання «Вища школа», 1989. – 366 с.
3. Математика. Навчальна програма. Рівень стандарту. Профільний рівень – Електронний ресурс.
4. Мельников Ю.Б. Формирование математической культуры как средство повышения компетентности / Ю.Б. Мельников // Современное образование. – 2017. – № 1. – С. 99–111.
5. Недошивкин Е.Ф. Внутрипредметные связи при изучении уравнений и неравенств в курсе математики 4–8 классов: автореф. дис. канд. пед. наук/ Е.Ф. Недошивкин. – Курск, 1989. – 169 с.
6. Нешков К.И. Неравенства в курсе математики средней школы: автореферат дис., канд. пед. наук / К.И. Нешков. – Москва, 1956. – 16 с.
7. Розанова Н.Д. Культура математичного мовлення учнів / Н.Д. Розанова. – Львів: Світ, 2003. – 176 с.