

ПРОГНОЗУВАННЯ ЧАСОВОГО РЯДУ ЦІН НА НАФТУ BRENT НА ОСНОВІ СТЕПЕНЕВОЇ РЕГРЕСІЙНОЇ МОДЕЛІ

Макарчук Олег, Алексеєнко Олександра

Науковий керівник: канд.-ф.-м. наук, доцент Макарчук О.П.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені

Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

В статті побудоване рівняння степеневі регресійної моделі для цін на нафту Brent. Побудова рівняння степеневі регресії здійснювалось на основі класичних методів переходу до лінійної регресійної моделі. Обчислюється міра прогностичної ефективності рівняння степеневі регресійної моделі на основі індексу кореляції, який показав тісноту зв'язку між показниками, що розглядаються. Показано, що значення часового ряду підпорядковані степеневому закону зростання. Побудовано прогностні значення часового ряду цін на нафту Brent на три кроки вперед.

Ключові слова: модель, регресія, часовий ряд, коефіцієнт кореляції, індекс кореляції, прогностні значення.

Forecasting the time series of Brent oil prices on the basis of a degree regression model

O Makarchuk, A Alekseenko

Scientific supervisor: Candidate of Physics and Mathematics Science

Makarchuk O.P.

Volodymyr Vynnychenko Ukrainian State Pedagogical University,

Kropyvnytsky, Ukraine

The article constructs the equation of the power regression model for Brent oil prices. The construction of the power regression equation was carried out on the basis of classical methods of transition to a linear regression model. The measure of the prognostic efficiency of the equation of the degree regression model is calculated on the basis of the correlation index, which showed the closeness of the relationship between the indicators under consideration. It is

shown that the values of the time series are subject to the power law of growth. The forecast values of the time series of Brent oil prices for three steps forward are constructed.

Keywords: model, regression, time series, correlation coefficient, correlation index, forecast values.

1. Постановка проблеми.

Аналіз часових рядів включає методи аналізу даних часових рядів з метою витягування значимих статистик та інших характеристик даних. Прогнозування часових рядів – це застосування моделі для прогнозування майбутніх значень на основі значень попередньо спостережених. І хоча регресійний аналіз часто застосовують для перевірки теорій про те, що поточні значення одного чи більше незалежних часових рядів впливають на поточне значення іншого часового ряду, цей тип аналізу часових рядів не називають «аналізом часових рядів», який натомість зосереджується на порівнянні значень одного часового ряду або багатьох залежних часових рядів у різні моменти часу.[2]

Робота присвячена проблемі прогнозування значень часового ряду цін на нафту Brent.

Об’єкт дослідження: регресійні моделі прогнозування часових рядів.

Предмет дослідження: регресійні моделі прогнозування часового ряду цін на нафту Brent.

Мета дослідження: побудувати степеневу регресійну модель часового ряду цін на нафту Brent.

Потрібно зауважити, що хоча метод найменших квадратів, є цілком природним підходом до аналізу часових рядів різної структури він не має суттєвої переваги зокрема перед методом найменшого четвертого степеня чи метода найменшого шостого степеня тощо.

Таким чином, відповідні наукові викладки підтверджують принаймні теоретичний інтерес до знаходження рівнянь регресійного типу на основі як прямих так і модифікованих методів найменших квадратів.

Все вище сказане підкреслює актуальність відповідних досліджень, можуть бути використані в спекулятивній діяльності на фінансових ринках. Відповідні результати також можуть бути використані при викладанні спец курсу з теорії ймовірностей та математичної статистики.

2. Побудова степеневі регресійної моделі для часового ряду цін на нафту Brent.

Часовим рядом називається упорядкована сукупність значень випадкової величини y , спостережуваних у послідовні моменти часу t_1, t_2, \dots, t_n . Таким чином, часовий ряд – це послідовність

$$y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_n).$$

Числові дані цін на нафту Brent з джерела <https://ru.investing.com> за часовий проміжок з 01.03.2019 до 01.01.2020 рр. Дані представимо у таблиці 1.

Таблиця 1. Ціни на нафту Brent, USD/bl, з 01.03.2019 до 01.01.2020 рр.

X_i	Y_j
1	110,91
2	107,67
3	108,1
4	109,55
5	112,32
6	105,49
7	103,07
8	94,86
9	85,83
10	68,69

В даній таблиці де X_i – відповідний місяць, а Y_j – ціни на нафту Brent.

Побудуємо графік для Y_j . За допомогою Excel будуємо графік для Y_j

За зовнішнім виглядом кривої, одразу можна зробити висновок, що функція нелінійна, а отже і регресійна модель буде нелінійною. Розглянемо випадок степеневі регресійної моделі.

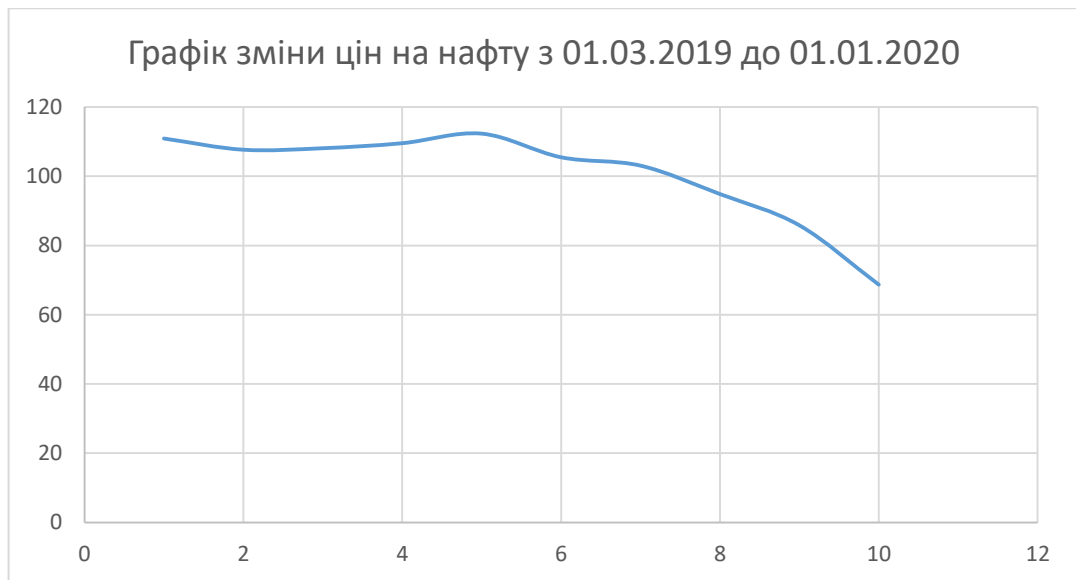


Рис 1.Графік динаміки ціни на нафту Brent.

Знайдемо коефіцієнти для степеневої регресії, побудуємо рівняння та графік. Будемо шукати коефіцієнти для степеневої, шляхом переходу до лінійної.

Отже, рівняння степеневої регресії

$$y = ax^b.$$

Знайдемо коефіцієнти a і b зведенням до рівняння лінійної регресії.

Для цього прологарифмуємо рівняння. Маємо:

$$\ln y = \ln ax^b \Rightarrow \ln y = \ln a + b \ln x.$$

Введемо позначення:

$$\tilde{y} = \ln y, \tilde{a} = b, \tilde{x} = \ln x, \tilde{b} = \ln a.$$

Отримаємо

$$\tilde{y} = \tilde{a}\tilde{x} + \tilde{b}$$

рівняння лінійної регресії.

Відповідно коефіцієнти \tilde{a} і \tilde{b} обчислюються наступним чином:

$$\tilde{a} = \frac{\overline{\tilde{x}\tilde{y}} - \tilde{x}\tilde{y}}{\overline{\tilde{x}^2} - (\tilde{x})^2}; \tilde{b} = \tilde{y} - \tilde{a}\tilde{x}. \quad (1)$$

Повернемось до заміни, виразивши шукані коефіцієнти a і b через \tilde{a} і \tilde{b} :

$$a = e^{\tilde{b}}, b = \tilde{a}. \quad (2)$$

Величини $\bar{x}, \bar{y}, \overline{xy}, \overline{x^2}$ є середніми вибірковими значеннями і обчислюються за наступними формулами:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n}(y_1 + y_2 + \dots + y_n)$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n}(x_1y_1 + x_2y_2 + \dots + x_ny_n)$$

$$\overline{x^2} = \frac{1}{n}(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$$

Таблиця 2. Обрахунки параметрів степеневі регресійної моделі .

Коефіцієнти степеневі регресії						
X_i	Y_j	$\tilde{x} = \ln x$	$\tilde{y} = \ln y$	$\tilde{x} \cdot \tilde{y}$	\tilde{x}^2	\tilde{y}^2
1	110,91	0	4,708719	0	0	22,1720352
2	107,67	0,693147	4,679071	3,243285	0,480453014	21,89370537
3	108,1	1,098612	4,683057	5,144864	1,206948961	21,93102029
4	109,55	1,386294	4,696381	6,510567	1,921812056	22,05599512
5	112,32	1,609438	4,721352	7,598723	2,590290394	22,29116414
6	105,49	1,791759	4,658616	8,34712	3,210401996	21,70270454
7	103,07	1,94591	4,635408	9,020088	3,786566308	21,48701075
8	94,86	2,079442	4,552402	9,466454	4,324077125	20,72436507
9	85,83	2,197225	4,452369	9,782854	4,827795843	19,82358611
10	68,69	2,302585	4,229604	9,739022	5,30189811	17,88954685
5,5	100,649	1,510441	4,601698	6,885298	2,765024381	21,19711334

Використовуючи дані таблиці і відповідні формули обчислюємо значення коефіцієнтів \tilde{a} і \tilde{b} .

$$\tilde{a} = \frac{6,885298 - 1,510441 \cdot 4,601698}{\sqrt{(2,765024381 - 1,510441^2)}} = -0,13502$$

$$\tilde{b} = 4,601698 + 1,510441 \cdot 0,13502 = 4,8056$$

Виразимо коефіцієнти a і b та підставимо їх у рівняння регресії.

$$a = e^{4,8056} = 178,198, \quad b = -0,14502$$

Отже, $y = 178,198x^{-0,14502}$ – рівняння степеневі регресії.

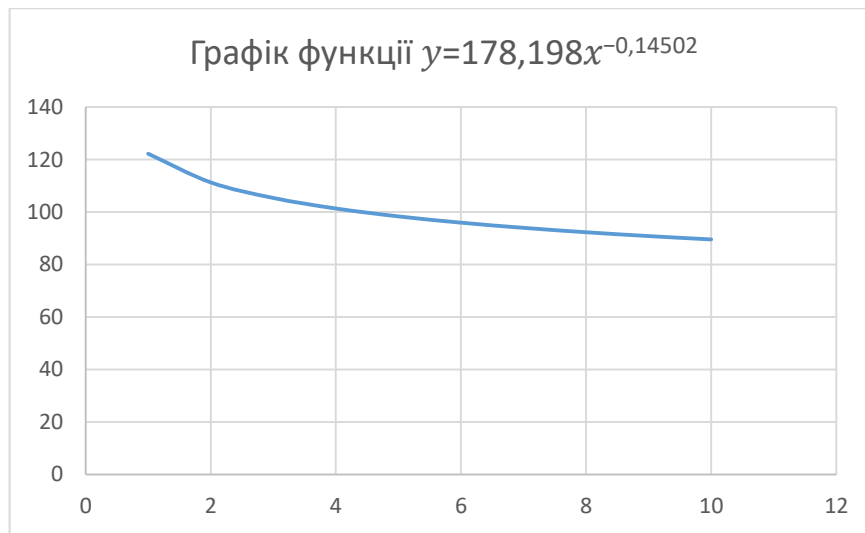


Рис 2.Графік рівняння степеневої регресії $y = 178,198x^{-0,14502}$

Порахуємо індекс кореляцій для відповідної моделі.

Індекс кореляції – показує тісноту зв'язку між показниками, що розглядаються. Чим ближче до одиниці значення індексу кореляції, тим надійніше знайдене рівняння регресії.

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum(y - \tilde{y})^2}{\sum(y - \bar{y})^2}}$$

Таблиця 2.Обчислення індексу кореляції для степеневої функції регресії

\tilde{y}	$(y - \tilde{y})^2$	$(y - \bar{y})^2$
122,1982223	0,00939454	105,2881
111,280342	0,00108779	49,29444
105,3517638	0,00066316	55,5174
101,337927	0,00607158	79,2278
98,3301691	0,0176946	136,2122
95,93904142	0,00900661	23,43528
93,96279257	0,00855801	5,861241
92,28382345	0,00075808	33,51252
90,82778724	0,00320318	219,6028
89,5447957	0,07029677	1021,378
Σ	0,12673431	1729,329

$$R = \sqrt{1 - \frac{0,12673431}{1729,329}} = 0,999$$

Отже, на основі відповідного індексу можливо стверджувати, що існує тісний зв'язок між змінними.

Підставимо в рівняння відповідні наступні значення та обрахуємо прогнози.

Таблиця 3. Прогнозні значення для степеневі функції регресії

прогноз	
x_i	\tilde{y}
11	88,39981
12	87,3673
13	86,42815

Висновки. Таким чином, степенева регресійна модель достатньо добре описує динаміку цін на нафту Brent, що дозволяє будувати прогнозні значення на достатньо не великий час, зокрема на три кроки. Оскільки фінансові часові ряди характеризуються нестационарною структурою, доречно підняти питання побудови регресійних моделей інших типів, зокрема поліноміальних, логарифмічних, тригонометричних.

Список літератури

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика: Исследование зависимостей: Справ. изд. / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин; Под ред. С. А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 487 с.
2. Аршава О. О. Деякі аспекти економетрії: Навчально – методичний посібник / О. О. Аршава, Є. В. Поклонський, О. М. Стасенко, А. П. Харченко, Л. І. Щелкунова. – Харків.: ХНУБА, 2012. – 65 с.
3. Валтер Я. Стохастические модели в экономике. – М.: Статистика, 1976. – 232 с.
4. Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. – М.: Наука, 1975. – 320 с.
5. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. –М.: Наука, 1988. – 448 с.
6. Колмогоров А.Н. Основные понятия теории вероятностей. – М.: Наука, 1974. –120 с.

7. Розанов Ю. А. Случайные процессы. Краткий курс. – М.: Наука, 1979. – 184 с .