УДК 372: 851

КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ПІДХІД У ВИВЧЕННІ ТРИГОНОМЕТРІЇ

Саєнко Ксенія

Науковий керівник: кандидат фіз.-мат наук, доцент Ключник І.Г.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті розглянуто методичні особливості формування практичної математичної компетентності учнів при вивченні тригонометрії. Розглянуто основні типи задач, котрі описують приклади із реального життя, і розгляд яких на уроці підніме мотивацію та інтерес учнів до даної теми.

Ключові слова: *компетентність, математична практична компетентність, тригонометричні тотожності, тригонометричні рівняння.*

Competence approach in the study of trigonometry

K. Saenko

Scientific supervisor: Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Docent Klyuchnik I.G.

The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytskyi, Ukraine

In the paper considers the methodological features of the formation of practical mathematical competence of students in the study of trigonometry. The main types of tasks are described, which describe real-life examples, and the consideration of which in the lesson will raise the motivation and interest of students in this topic.

Keywords: *competence, mathematical practical competence, trigonometric identities, trigonometric equations.*

Постановка проблеми. В ході реформування середньої школи Державний стандарт середньої освіти визначає 11 ключових компетентностей, серед яких є математична компетентність, котра передбачає виявлення учнем в повсякденному житті у різних життєвих ситуаціях відповідних математичних відношень та моделей.

За компетентнісним підходом в процесі навчання предмета головним результатом мають бути сформовані компетентності учня, зокрема, уміння учня використовувати набуті знання в життєвих ситуаціях, бути відповідальним за свої дії тощо. В основі успішного формування компетентностей має бути активна навчально-пізнавальна та практична діяльність. На уроках математики доцільно крім еволюції математичних термінів, історії їх виникнення, розповідати про їх практичне значення та застосування. Використання матеріалу із історії математики стимулює мотивацію учнів та піднімає інтерес у вивченні предмету, залучає учнів до науково-дослідницької роботи тощо. Історичні відомості про видатних українських математиків буде сприяти патріотичному та громадському вихованню учнів. Саме в цьому полягає актуальність обраної теми дослідження.

Аналіз досліджень і публікацій. Компетентнісний підхід та його впровадження в шкільному курсі математики досліджувався в роботах С.А. Ракова [1], В.В. Ачкан [2], Ю.В. Хворостіної, А.В. Підопригори [3] Е.Ю. Бєляніної, І.М. Зіненко та інших. В зазначених роботах вивчаються проблеми набуття базових математичних компетентностей.

Мета статті: дослідження особливостей формування практичної математичної компетентності при вивченні тригонометрії. Розглянуто основні типи задач, котрі ілюструють приклади із реального життя.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Математичні компетентності займають важливе місце серед галузевих компетентностей в силу того, що всі математичні поняття, факти та зв’язки, що їх пов’язують є ілюстрацією реальних процесів та явищ нашого життя, тобто виникає поняття математичної моделі.

В ході вивчення математики в учнів має також сформуватися процедурна компетентність, а саме вони мають оволодіти базовими методами розв’язування стандартних математичних задач. Оволодіння учнями конструктивно-графічною компетентністю – означає вміння учнем побудувати математичну модель деяких явищ чи процесів реального життя, а оволодіння логічною компетентністю – це набуття вміння з використанням дедукції-індукції доводити математичні твердження. Дослідницька компетентність означає, що учень оволодів необхідними методами дослідження та розв’язання задач з реального життя.

Практична компетентність полягає в тому, що після вивчення математики, учень

- Зможе бачити в навколишньому середовищі різні математичні моделі і відповідно досліджувати їх.
- Для розв'язання математичної задачі учень може виділити з неї простіші підзадачі, при потребі учень може уточнити вхідну інформацію, також учень володіє методами їх розв'язання, може перевірити істинність результату, проаналізувати та інтерпретувати розв'язок задачі, а також узагальнити задачу.
- Учень засвоїв техніку обчислень, зокрема і наближених, вміє виконувати усні та письмові обчислення.
- Учень вміє будувати алгоритм розв'язку задачі.
- Учень при роботі із формулами розуміє значення всіх елементів формули, вміє підставляти і потім обчислювати значення формули при заданих параметрах.
- Учень вміє будувати графіки функцій та вміє їх аналізувати.
- Учень знає класифікації геометричних фігур на площині та в просторі, а також знає властивості геометричних фігур, вміє будувати їх зображення та вимірювати їх розміри.
- Учень вміє виконувати ймовірнісні оцінки різних подій

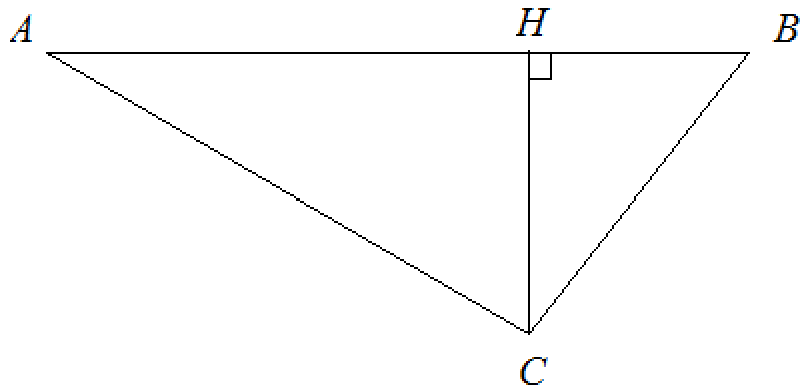
Щоб сформувати в учнів математичну дослідницьку компетентність в учнів під час вивчення тригонометричних рівнянь чи нерівностей, бажано організувати діяльність учнів

- побудова плану розв'язування рівнянь чи нерівності,
- втілення складеного плану в розвязок,
- проаналізувати отримані результати,
- розв'язування прикладних задач,
- побудова математичних моделей, в основі яких лежать тригонометричні рівняння та нерівності,
- організація пошуково-дослідницької діяльності учнів при розв'язанні тригонометричних рівнянь з параметрами чи їх систем.

Щоб сформувати конструктивно-графічну математичну компетентність в учнів під час вивчення теми «Тригонометричні рівняння та нерівності» бажано підбирати вправи таким чином, щоб їх було доцільно розвязувати з використанням графічних методів, зокрема при цьому можна використовувати різні системи динамічної математики, ІКТ.

Наведемо приклади деяких задач прикладного спрямування, котрі можна запропонувати учням при вивченні тригонометрії.

Задача 1. Чоловік перебуває на відстані 60 метрів від шосе, на відстані 600 метрів від неї перебуває автобус, що рухається зі швидкістю 20м/с. У якому напрямі слід йому бігти, щоб встигнути на автобус, якщо його швидкість рівна 4м/с, а шосе вважати прямим.



Ясно, що для розв’язання задачі слід знайти таку точку B таку, що в ній зустрінуться чоловік та автобус.

Нехай AB наше шосе, чоловік знаходиться в точці C, нам для визначення точки зустрічі чоловіка і автобуса потрібно визначити градусну міру кута $\angle ABC,$ вважаємо, що вони зустрілися в момент часу t.

За умовою $AC = 600$ м, $CH = 60$ м, тоді легко отримати $\sin A = \frac{60}{600} = \frac{1}{10}$. Тоді в трикутнику ABC за теоремою синусів будемо мати

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} \Rightarrow \sin C = \frac{AB \cdot \sin A}{BC} = \frac{20t}{4t} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{2}.$$

Отже, розв’язавши рівняння $\sin C = \frac{1}{2}$ отримаємо, що $C = 30^o$ або $C = 150^o$.

Проаналізувавши отримані результати приходимо до висновку, що коли чоловік буде бігти до шосе під кутом між 30^o та 150^o по відношенню до напрямку автобуса, тобто кут C буде в межах від 30^o та 150^o, то чоловік встигає перехопити автобус. Якщо в граничних кутах зустріч буде одномоментною, то в інших кутах чоловік буде чекати автобуса.

Задача 2. Дідусь Іван виміряв свій артеріальний тиск P і помітив, що функція $P = 105 - 20\cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right), t > 10$ відповідає його артеріальному тиску в момент часу t секунд. Знайдіть найменше значення $t > 10$, для якого $P = 100$.

Щоб знайти розв'язок задачі слід розв'язати рівняння

$$105 - 20\cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right) = 100,$$

$$\cos\left(\frac{16\pi t}{7}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{16\pi t}{7} = \pm\arccos\frac{1}{4} + 2\pi n, n \in Z,$$

$$t = \pm\frac{7}{16\pi}\arccos\frac{1}{4} + \frac{7n}{8}, n \in Z.$$

Врахувавши, що наближене значення $\arccos\frac{1}{4} = 1.32$, можемо знайти відповідне значення n

$1.8 + \frac{7n}{8} > 10$ або $-1.8 + \frac{7n}{8} > 10$.

Розв'язавши отримані нерівності отримаємо, що $n = 10$ або $t = 11$.

Задача 3. Еколог, що досліджує жуків, оцінює популяцію одного виду жуків протягом восьми тижнів. Якщо t - це кількість тижнів після першої оцінки, то кількість жуків в тисячах моделюється формулою

$$P(0) = 5 + 2\sin\left(\frac{\pi \cdot 0}{3}\right) = 5 \text{ тис. } P(t) = 5 + 2\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right),$$

де $0 \le t \le 8$.

1. Знайти початкову кількість жуків даного виду.
2. Знайти інтервал часу, протягом якого кількість жуків була більшою за 6000.
3. Знайти найбільшу і найменшу кількість жуків в популяції.

Для відшукання початкової кількості жуків слід знайти

$$P(0) = 5 + 2\sin\left(\frac{\pi \cdot 0}{3}\right) = 5 \text{ тис.}$$

Для того, щоб відшукати інтервал часу протягом якого кількість жуків перевищувала 6 тисяч особин слід розв'язати нерівність

$$5 + 2\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) > 6 \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) > \frac{1}{2},$$

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi n \le \frac{\pi t}{3} \le \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \Rightarrow \frac{1}{2} + 6n \le t \le \frac{5}{2} + 6n.$$

Врахувавши умову задачі $0 \le t \le 8$ бачимо, що $t \in \left[\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right] \cup \left[\frac{13}{2}, 8\right]$.

Для відповіді на третє питання зазначимо, що

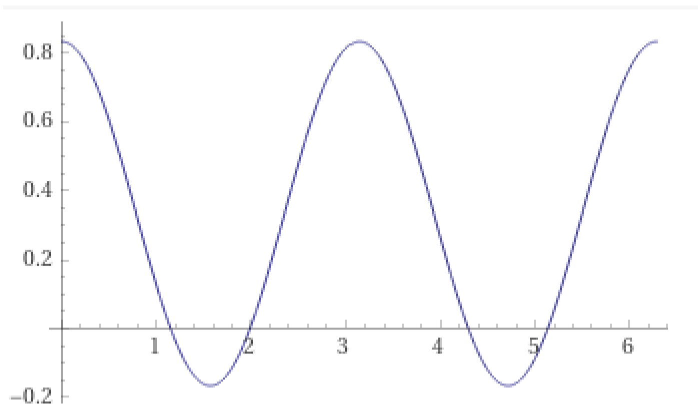
$$-1 \le \sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) \le 1 \Rightarrow 3 \le 5 + 2\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) \le 7.$$

Отже, найменша чисельність популяції становить 3 тисячі особин, а найбільша чисельність – 7 тисяч особин.

Задача 4. Висота приливів у метрах реєструється з часом t год. Виявлено, що висота приливу в метрах задається наступним рівнянням $y = 1.3 + 1.2\cos 2t.$

Побудувати графік приливів при $0 \le t \le 2\pi.$

Знайти висоту приливу через 4 години від початку досліджень.



І висота приливу через 4 години рівна $y(4) = 1.3 + 1.2\cos 8 \approx 0.83$ м.

Для формування практичної компетентності також можна розглядати задачі наступного типу:

Задача 5. Під час обертання дротяної рамки у магнітному полі потік магнітної індукції, який пронизує її, змінюється залежно від часу за законом $\Phi(t) = 0.02\sin 20\pi t$. Знайдіть амплітуду, частоту та період обертання.

Задача 6. Сила струму змінюється за законом $I(t) = 5\sin 50\pi t$ (сила струму - в амперах; час - у секундах). Знайдіть амплітуду, частоту та період сили струму.

Задача 7. Електричний струм, який живить міську освітлювальну мережу, є змінним струмом. Його сила I постійно змінюється, здійснюючи гармонічне коливання $I = I_0 \sin\left(\frac{2\pi}{T} + \varphi\right)$, де I_0 - максимальне значення сили струму; T - період коливання; φ - початкова фаза. З'ясуйте, у які моменти часу сила струму досягає мінімального або максимального значення і коли дорівнює нулю.

Задача 8. Висота припливу $H(t)$ у метрах над середнім рівнем моря у пункті М моделюється приблизно такою формулою $H(t) = 3\sin\frac{\pi t}{3}$, де t - кількість годин після півночі, $0 \le t \le 24$. Установіть, коли висота припливу дорівнювала 1,5 м.

Задача 9. Миттєві значення двох синусоїдальних напруг задаються формулами: $u_1 = Um\sin\omega t$, $u_1 = Um\sin(\omega t + \psi)$. Визначте перший момент часу, коли миттєві значення напруг рівні між собою.

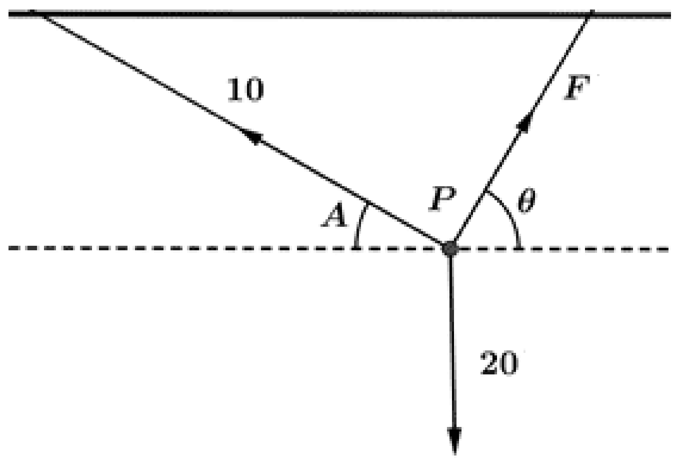
Задача 10. Миттєві значення сили струмів, які проходять паралельними вітками кола, задаються формулами: $i_1 = \mathrm{Im}\sin(\omega t + \psi_1)$, $i_2 = \mathrm{Im}\sin(\omega t + \psi_2)$. Як мають співвідноситися фази ψ_1 і ψ_2, щоб загальний струм у колі дорівнював нулю?

Задача 11. Визначити розбіжність ультразвукової хвилі із частотою 2 МГц, яка збуджується в тканині перетворювачем діаметром 0,8 см.

Задача 12. При плануванні графіка польоту пілот повинен розрахувати швидкість v км/год, врахувавши швидкість та напрям вітру. Швидкість розраховують по формулі $v = \frac{770 \sin 135^o}{\sin \theta}$. Знайти швидкість, якщо $\operatorname{tg}\theta = 7$ та $0 < \theta < 180^o$.

Задача 13. З офісу в диспетчерській вежі аеропорту, на висоті 120 метрів над аеродромом, оператор бачить перший літак, готовий вийти на злітно-посадкову смугу під кутом депресії 36^o, а другий літак під кутом депресії 19^o від офісу вежі. Якщо припустити, що дві площини розташовані горизонтально по прямій лінії з одного боку вежі, і на одній лінії з вежею, яка відстань між двома літаками на той момент?

Задача 14. Куля P за допомогою двох струн прикрілена до горизонтальної стелі. Струни прикріплені до горизонталі під кутами A та Q і на них діють сили натягу 10 Н та F Н, також на м'яч діє сила тяжіння 20Н. В стані рівноваги виконуються співвідношення $10 \cos A = F \cos \theta$ та $10 \sin A + F \sin \theta = 20$.



- Виразити F через A.
- Показати, що $\operatorname{tg}\theta = \frac{2 - \sin A}{\cos A}$.
- Обчислити F та A за умови, що $A = 30^o$.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. В статті розглянуто особливості формування практичної математичної компетентності при вивченні тригонометрії. Розглянуто основні типи задач, котрі ілюструють приклади із реального життя, і використання яких підніме мотивацію та зацікавленість учнів до даної теми.

Список використаної літератури:

1. Раков С. А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: монографія / С. А. Раков. – Х. : Факт, 2005. – 360 с.
2. Ачкан В. В. Прикладні задачі як засіб формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення рівнянь і нерівностей в курсі алгебри та початків аналізу / В.В. Ачкан // Математика в школі. – 2009. – № 1, 2. – С. 31 – 34.
3. Хворостіна Ю.В., Підопригора А.В. Розвиток математичних компетентностей при розв’язуванні текстових задач. Фізико-математична освіта. 2018. Випуск 3(17). С. 94-98.