

**ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ОСОБЛИВОСТЕЙ ЗАСТОСУВАННЯ
КРИВИХ З ЕФЕКТОМ НАСИЧЕННЯ В МОДЕЛЮВАННІ
ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

Довгенко Володимир

*Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені
Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

Анотація. У статті розглянуто сучасні криві з ефектом насичення, проведено порівняльний аналіз особливостей побудови «S» - подібних кривих, визначено області застосування кривих з ефектом насичення, проведено аналіз можливостей прогнозування економічної динаміки за допомогою кривих з ефектом насичення.

Ключові слова: межа насичення, асимптота, «S» - образні криві, логістична крива, модифікована експонента, крива Гомперца, економічна динаміка.

**COMPARATIVE ANALYSIS OF FEATURES OF APPLICATION OF
CURVES WITH SATURATION EFFECT IN SIMULATION
OF DYNAMIC PROCESSES**

Dovgenko Vladimir

*The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University,
Kropyvnytsky, Ukraine*

Abstract. The article considers modern curves with the effect of saturation, a comparative analysis of the peculiarities of the construction of "S" - similar curves, the areas of application of curves with the effect of saturation are determined, the analysis of possibilities of forecasting of economic dynamics by means of curves with effect of saturation is carried out.

Keywords: saturation limit, asymptote, "S" - figurative curves, logistic curve, modified exponent, Gompertz curve, economic dynamics.

Постановка проблеми. Сучасне статистичне моделювання в своєму арсеналі має достатній клас функцій для апроксимації динамічних процесів. Найчастіше, для моделювання економічної динамічних застосовують поліноми різного порядку та експоненти, які забезпечують задовільні результати екстраполяції в межах еволюційного етапу розвитку [2]. Але в реальному житті більшість економічних процесів мають ефект насичення. Тобто, з часом темпи

зміни досліджуваного явища, процесу уповільнюються, наближуючись до певної критичної межі, але не перетинають її.

Аналіз досліджень і публікацій. Дослідженням методики та самого прогнозування процесів з ефектом самообмеження присвячено багато праць як закордонних, так і вітчизняних науковців: Л. Гальчинського [1], К. Льюїса [3], В. Пілюшенка [4], Е. Роджерса [5], Й. Шумпетера [6] та ін. Але слід зазначити, що на практиці, при розробці ефективних управлінських рішень щодо розвитку досліджуваного процесу з ефектом насичення (самообмеження), рідко використовуються «S» - образні криві для апроксимації економічної динаміки.

Метою роботи є дослідження можливостей та адекватності застосування кривих з ефектом насичення для апроксимації динаміки економічних процесів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Процедура становлення нового товару або послуги на ринку проходить етапи життєвого циклу. Спочатку на товарному ринку попит на новий товар або послугу - незначний. Потім, після визнання споживачами він стрімко зростає. Але по мірі насичення ринку темпи зростання уповільнюються. Попит стабілізується на певному рівні. Саме тому, для ринкових динамічних процесів характерний ефект насичення. З плином часу темпи зростання (зниження) обсягів уповільнюються. Таким чином відбувається стабілізація економічного процесу і наближаючись до певної межі, границі насичення ринку. Аналогічні стадії розвитку мають процеси інновацій і винаходів.

Для моделювання процесів з ефектом насичення застосовують клас кривих, які мають горизонтальні верхні чи нижні границі. В них межа розвитку процесу подається у вигляді горизонтальної асимптоти. $K \neq 0$. До цього класу кривих належать:

$$\text{Модифікована експонента: } Y_t = k + a \cdot b^t \quad (1.),$$

де a і b – параметри моделі, $Y = k$ асимптота.

Таким чином, значення даної функції з часом при $t \rightarrow \infty$ наближається до значення k , але ніколи його не перетинає. Параметр a – це різниця між ординатою кривої у момент часу $t=0$ і асимптотою k . Для економічної динаміки

притаманні варіанти, коли $a < 0$, $b < 1$, при цьому зростання ординати відбувається уповільнено та її рівень наближається до деякої границі, причому асимптота знаходиться вище кривої. Параметр b – це відношення послідовних приростів. отношению последовательных приростов.

Модифіковану експоненту найчастіше застосовують у дослідженнях процесів, на які діють певні обмежувальні, стримуючі фактори внутрішнього і зовнішнього середовища. Причому вплив цих факторів зростає зі збільшенням досягнутого рівня Y_t . Для економічного процесу такими обмеженнями може бути наявність ресурсів, виробничих потужностей, ємність ринку, поява нових конкурентів, правові обмеження. По суті представляє собою S - подібну криву. Ця крива моделює процес переходу від одного відносно стабільного стану системи до іншого. Зображає послідовну зміну стадій повного циклу розвитку: зародження, поширення (дифузія), насичення.

$$\text{крива Гомперца: } Y_t = k \cdot a^{b^t} \quad (2.),$$

де a і b — невід'ємні параметри моделі, $b < 1$; k — асимптота кривої. Крива Гомперца не симетрична. Для економічної динаміки найбільш цікавим є варіант кривої, коли $\log a < 0$ і $b < 1$. У моделі Гомперца можна визначити чотири етапи у розвитку економічної динаміки. Якщо $b < 1$ та $\log a < 0$, то на першому етапі зростання кривої незначне та достатньо уповільнене з ростом t , на другому етапі зростання функції прискорюється, а на третьому після точки перегину знов сповільнюється і на останньому четвертому етапі зростання – незначні та крива наближається до своєї асимптоти k . Таким чином, вигляд кривої нагадує латинську букву S. Крива Гомперца — асиметрична відносно точки перегину.

Крива Гомперца описує динамічні процеси, у яких відношення послідовних приростів ординат в логарифмах залишаються незмінними за рівномірного розподілу ординат на часовій осі t . Криву Гомперца найчастіше застосовують в оцінці страхового ринку.

Логістичну криву або криву Перла Ріда можна отримати за допомогою перетворення модифікованої експоненти при заміні Y_t на $\frac{1}{Y_t}$.

$$\text{Якщо } \frac{1}{Y_t} = k = a \cdot b^t, \text{ то } Y_t = \frac{k}{1+b \cdot e^{-at}} \quad (3.),$$

де a і b - параметри; k — верхня межа кривої при нескінченному зростанні абсциси. Якщо $t \rightarrow -\infty$ функція прямує до нуля, якщо $t \rightarrow \infty$ функція прямує до своєї асимптоти k . Логістична крива симетрична відносно точки перегину, координати якої: $(t = \frac{\ln d}{a}; Y_t = \frac{k}{2})$. Параметр b визначає місце розташування логістичної кривої, параметр a – тип перегину (крутий чи повільний). При заміні натурального логарифму на десятковий, отримаємо інший вид логістичної кривої: $Y_t = \frac{k}{1+10^{a+bt}}$ (4.). Логістична крива центрально-симетрична відносно точки перегину.

Логістичну криву застосовують в дослідженні ринків, в маркетингу та інноваційних процесах. Сучасна модель економічного зростання актуалізує дослідження інноваційних процесів. Розвиток інноваційного процесу зазвичай рухається за логістичною кривою.

Обидві криві, логістична та крива Гомперца, зводяться до модифікованої експоненти за допомогою певних перетворень.

Також до класу цих функцій можна віднести монотонні криві, що мають границі зверху – гіперболи. До S- подібних кривих можна віднести функцію Джонсона $y_t = 10^{a - b/(c+t)}$, у деяких випадках вона краще апроксимує динаміку економічних процесів.

Будь-який сучасний ринок у певний момент часу стає близькими до стану насичення і демонструє перші ознаки цього стану через уповільнення темпів зростання доходів та приросту ринкового сегменту клієнтів. Тому актуальними є визначення ринкових перспектив, позиції у зовнішньому середовищі об'єкта дослідження. Роль кривих з ефектом насичення в прогнозуванні та обґрунтуванні управлінських рішень щодо інноваційного розвитку є загальноновизнаною. Проведений порівняльний аналіз особливостей та

властивостей кривих з ефектом насичення допоможе у виборі адекватної кривої до дійсного динамічного процесу.

Список використаної літератури:

1. Гальчинський Л.Ю. Моделювання еволюції телекомунікаційного ринку України /Л.Ю.Гальчинський, О.О. Велічук [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://ena.lp.edu.ua>
2. Єріна А.М. Статистичне моделювання динамічних процесів з ефектом насичення / А. М. Єріна // Моделювання та інформаційні системи в економіці. - 2013. - Вип. 89. - С. 62-68. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Mise_2013_89_7
2. Льюис К.Д. Методы прогнозирования экономических показателей. — М.: Финансы и статистика. 1986. — С. 105—114.
4. Пілюшенко В.Л., Напрями вдосконалення управління інноваціями на основі логістичної функції дифузії інновацій // В.Л. Пілюшенко, О.С. Харченко [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://www.iksconsulting.ru/>
5. Роджерс, Еверест М. Дифузія інновацій / Пер. з англ. Василя Старка. — К. : Вид. дім «Києво-Могилянської академія», 2009. — 591 с.
6. Шумпетер Й. Теория экономического развития / Пер. с нем. — М.: Директ-Медиа, 2007. — 400 с.