УДК 372.851

МЕТОДИКА ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ПАКЕТІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗУВАННІ РІВНЯНЬ ТА НЕРІВНОСТЕЙ З ПАРАМЕТРАМИ

Пісний Ігор

Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук, старший викладач кафедри Гаєвський М.В.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті розглянуто графічний метод розв'язування рівнянь та нерівностей, а також застосування його при знаходженні розв'язків рівнянь та нерівностей з параметрами. Розглянуто можливості використання системи динамічної математики GeoGebra.

Ключові слова: *Функція, рівняння, нерівність, динамічна математика, параметр.*

Method of application of mathematical packages in solving equations and inequalities with parameters

I. Pisnyi

Scientific supervisor: Candidate of Physical and Mathematical Sciences Haievskyi M.V.

The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytsky, Ukraine

The article deals with the graphical method of solving equations and inequalities, as well as applying it to finding solutions of equations and inequalities with parameters. Possibilities of using dynamic mathematics system GeoGebra are considered.

Keywords: *Function, equation, inequalities, dynamic mathematics system, parameter.*

Постановка проблеми. Щороку тисячі учнів – випускників 11 класів, складають ЗНО з математики. Найскладнішим завданням ЗНО з математики, зазвичай, є останнє завдання, що стосується задачі з параметром – рівняння, нерівність або система рівнянь. Аналіз робіт останніх років показує, що до задачі з параметром приступає незначна кількість учнів і лише до 1% (залежить від року) в цілому справляються із цією задачею, для решти характерні наступні помилки: не розглянули всі потрібні випадки, не врахували ОДЗ тощо. Навіть для більшості сильних учнів прості задачі з параметром викликають труднощі.

Проблеми, що виникають у учнів загальноосвітніх навчальних закладів України під час вивчення базового курсу математики, досліджуються у роботі [1].

Мета статті: розробка методики застосування ІКТ при вивченні рівнянь та нерівностей з параметром, методика формування у учнів поняття «розв'язок рівняння (нерівності) з параметром», підбір типових вправ для формування необхідних компетентностей. Особливості використання системи динамічної математики GEOGEBRA в процесі навчання математичних дисциплін досліджується, зокрема, у [2].

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Розглянемо особливості застосування системи GeoGebra при розв'язуванні деяких рівнянь та нерівностей, зокрема, з параметром. Особливістю цієї системи є наявність онлайн-версії, що дає змогу використовувати це середовище на більшості сучасних гаджетів, а також наявність різних режимів роботи.

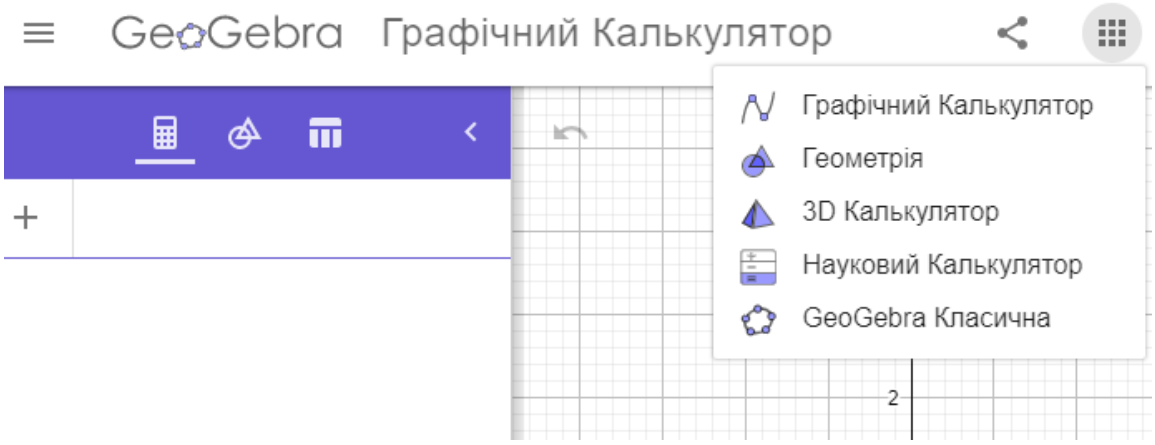


Рис. 1

В статті пропонується використання графічного методу розв'язування таких задач, в багатьох випадках це потребує знання теми «Перетворення графіків».

Нагадаємо, що основними перетвореннями графіків є:

- паралельне перенесення;
- розтяг чи стиск відносно осей координат;
- симетричне відображення відносно осей координат.

Дані приклади є типовими, розгляд їх учнями формує у них поняття «розв'язати рівняння (нерівність) з параметром». Основний типаж прикладів можна зустріти, наприклад, у [3-6].

Приклад 1 [3]. Скільки коренів має рівняння $|x^2-3x+2|=2$?

Оскільки в умові не вимагають знаходження коренів, а лише вказати їх кількість, то графічний метод є досить економним по часу.

Графік функції $y=x^2-3x+2$ під модулем легко побудувати – це парабола, вітки вгору, вершина в точці $\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{4}\right)$, точки перетину з осями координат знаходяться теж легко: $\left(\frac{3}{2};-\frac{1}{4}\right)$, $(0;2)$, $(1;0)$ та $(2;0)$.

Для побудови $y=|x^2-3x+2|$ досить частину графіка під віссю абсцис симетрично відобразити вгору.

Для знаходження розв'язку основної задачі слід побудувати пряму $y=2$ і побачити кількість точок перетину.

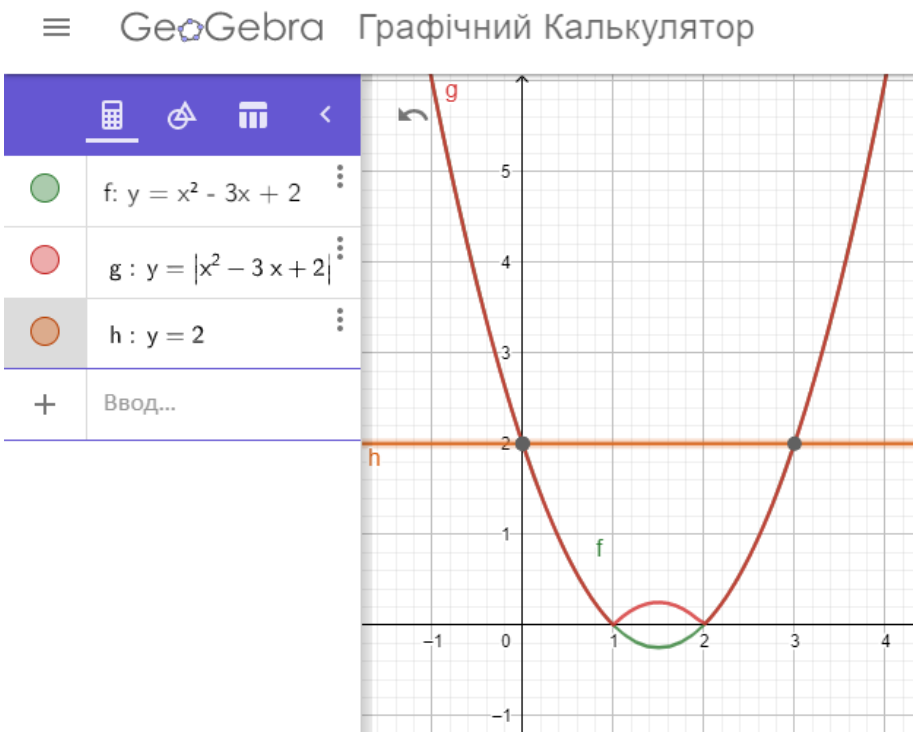


Рис. 2

Як бачимо, наша задача має два розв'язки.

Попередній приклад можна узагальнити і як наслідок запропонувати учням таку задачу:

Приклад 2. Скільки коренів має рівняння $|x^2-3x+2|=a$ в залежності від значень параметра a?

При використанні графічного середовища GeoGebra тут зручно використати інструмент «Повзунок» - це дасть змогу учню унаочнити задачу і краще зрозуміти її суть та розв'язання:

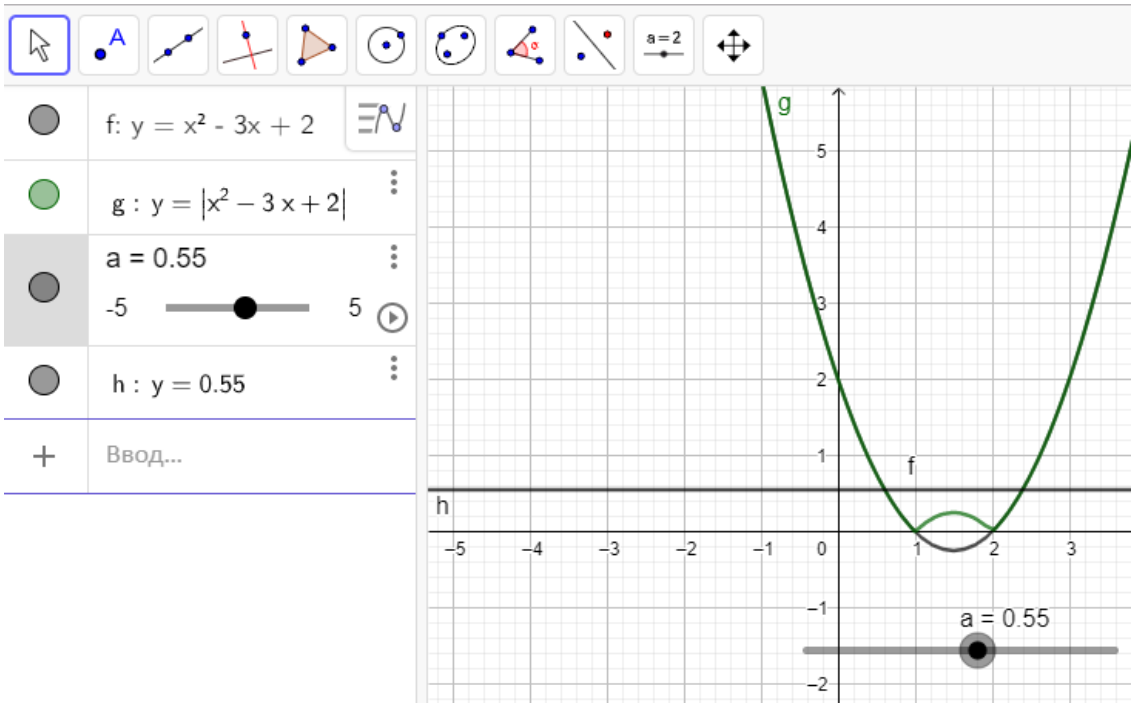


Рис. 3

Звичайно, у випадку з параметром можливе виконання деяких додаткових міркувань та викладок, проте у цьому конкретному приладі достатньо знайти координати вершини параболи, і в залежності від значень параметра матимемо 0, 2, 3 чи чотири розв'язки.

Приклад 3. При яких значеннях параметра a рівняння $|x-2|-|x+1|=a$ має цілі корені?

Звичайно, дане рівняння має аналітичне розв'язання, котре на розкритті модулів, проте для більшості учнів більш зрозумілим буде графічне розв'язання, зрозумівши яке вони зможуть розв'язувати аналогічні приклади вже аналітично.

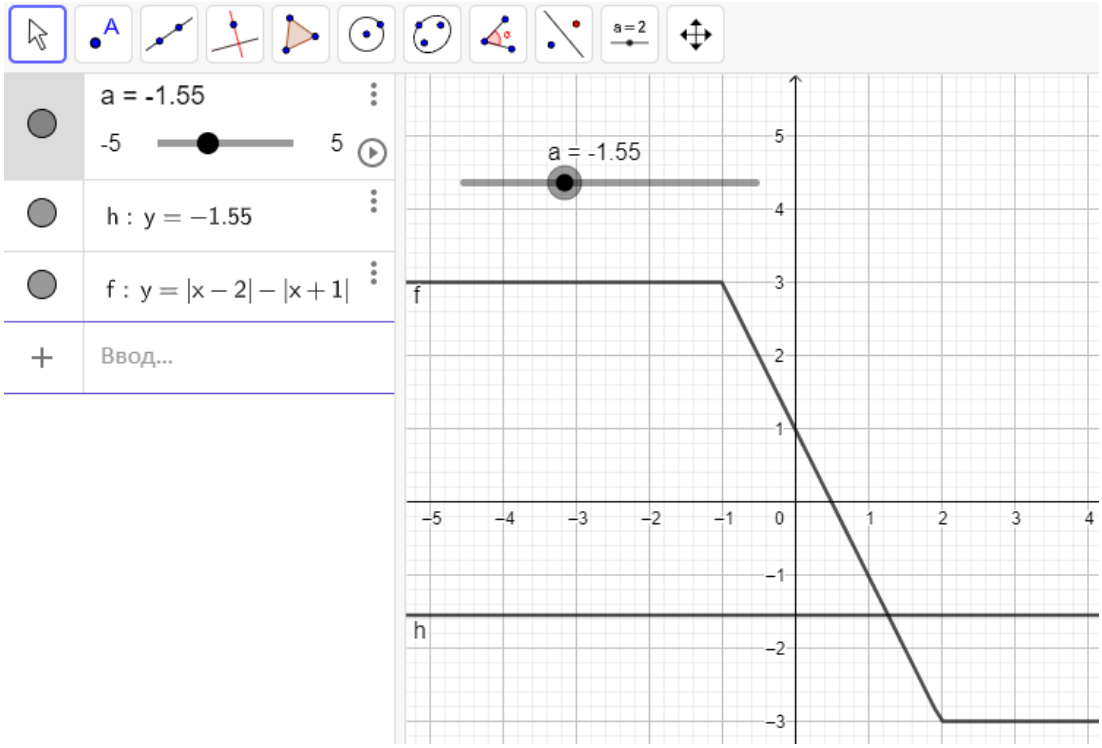


Рис. 4.

З рис. 4 бачимо, що цілі корені рівняння матиме при таких значеннях параметра $a \in \{-3;-1;1;3\}$

Не зважаючи на свою простоту для більшості учнів нерівності наступного типу є досить складними. Найбільш поширеною помилкою є розгляд не всіх можливих випадків значень параметра.

Приклад 4. Розв'язати нерівність $(x-3)(x-a)<0$ в залежності від значень параметра a.

Застосувавши середовище GeoGebra учню будуть більш наочні можливі випадки і при аналітичному розв'язанні він може розглянути їх всіх.

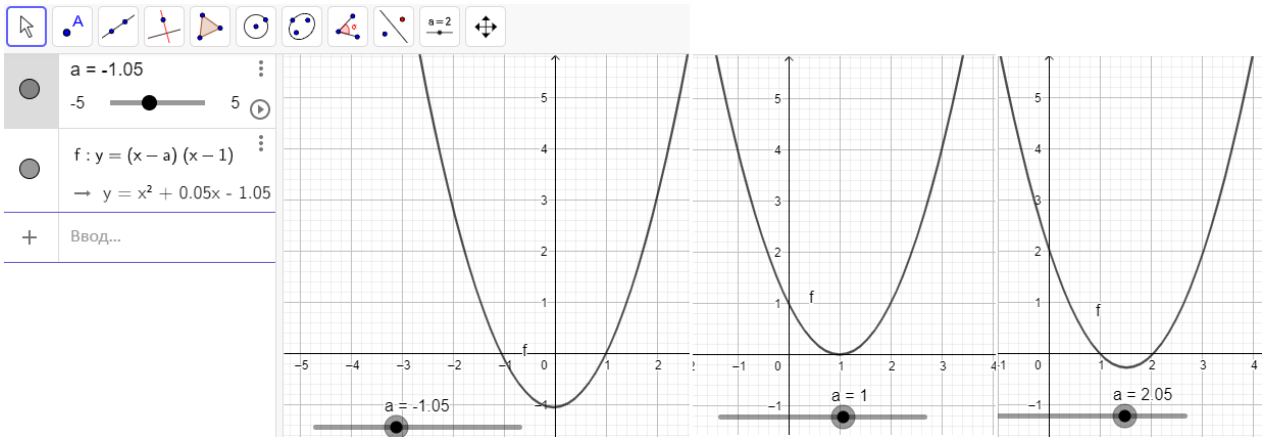


Рис. 5.

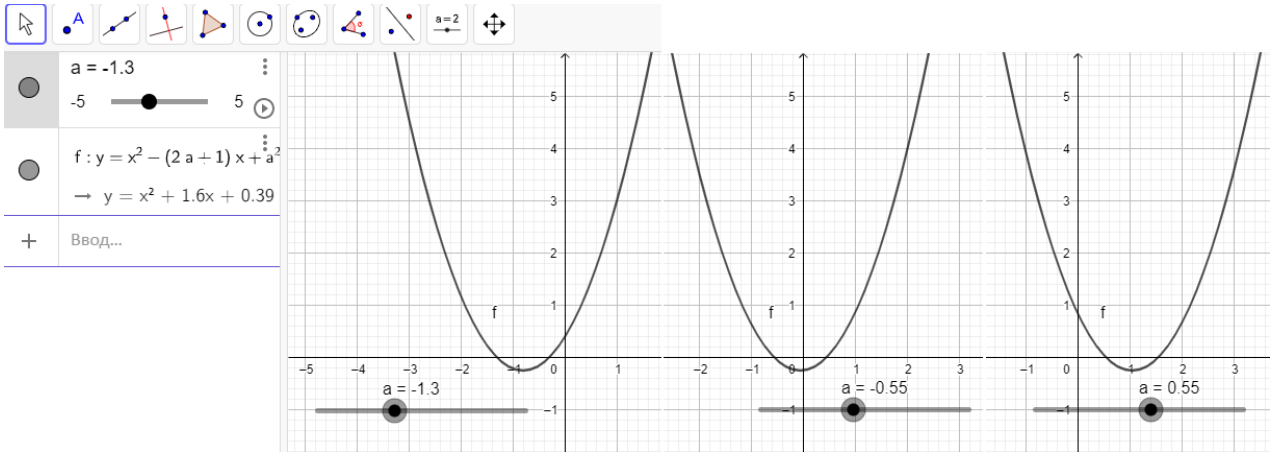
При засвоєнні прикладів вищенаведених типів можна переходити до розгляду більш складних прикладів.

Приклад 5. Розв'язати нерівність $25^x-(2a+1)\cdot 5^x+a^2+a<0$.

Ясно, що використавши заміну $t=5^x>0$ отримаємо нерівність

$$t^2-(2a+1)\cdot t+a^2+a<0$$

Застосувавши графічний метод розв'язання для даної нерівності учню буде більш зрозумілим, які випадки слід розглянути для отримання повного розв'язку, при цьому слід не забути умову $t>0$.



Отже, дослідивши розв'язок нерівності $t^2-(2a+1)\cdot t+a^2+a<0$ і врахувавши умову $t>0$ учень легко отримає три різні випадки значень параметра.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Застосування наочних методів дасть змогу учням краще зрозуміти задачі з параметром. При використанні сучасних наочних засобів, котрі реалізовано сучасними можливостями ІКТ, складні задачі стають більш доступними для більшого кола учнів, що сприятиме покращенню їх результатів при проходженні ЗНО з математики. Подальші дослідження цієї теми можуть бути пов'язані із дослідженням застосування графічних методів при розв'язуванні олімпіадних задач, інших типів задач з параметром.

Список використаної літератури

1. Лебедєва І. Л. ЗНО з математики: про що свідчать результати (порівняльний аналіз методичних підходів та результатів тестування) / І. Л. Лебедєва, Л. О. Норік // Фізико-математична освіта. - 2019. - Вип. 1. - С. 102-107. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/fmo_2019_1_18

2. Гриб'юк, О.О., Юнчик, В.Л. Використання системи динамічної математики GEOGEBRA в процесі навчання математичних дисциплін. // Освітні горизонти. Інформаційно-методичний вісник. – 2016, 1 , №74 – с. 508-514.

3. Капіносов А. М. Математика: Комплексна підготовка до зовнішнього незалежного оцінювання / Уклад.: А. М. Капіносов, Г. І. Білоусова та ін. – Тернопіль: 2018.

4. Мерзляк А.Г. Алгебра і початки аналізу. Підручник для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номировський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. Харків, «Гімназія», 2010.

5. Будна О. С. Зовнішнє оцінювання (підготовка). Алгебра і початий аналізу. 11 клас: Тести для тематичного оцінювання / О. С. Будна, С. М. Будна. — Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2007.

6. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Алгебра і початки аналізу: Дворівневий підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів.— 2-ге вид., виправл. і доп.— Х.: Світ дитинства, 2006.