

**МЕТОДИКА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ НА ПОБУДОВУ ЗАСОБАМИ  
ІНТЕРАКТИВНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ СЕРЕДОВИЩ  
У ШКІЛЬНОМУ КУРСІ ГЕОМЕТРІЇ**

**Чернявський Богдан**

**Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,  
старший викладач кафедри Гаєвський М.В.**

*Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені  
Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

*У статті досліджуються методичні особливості використання засобів інтерактивних геометричних середовищ при навчанні геометрії. Розглянуто змістову лінію задач на побудову в курсі геометрії та способи формування знань та умінь при розв'язанні учнями типових задач із циркулем та лінійкою. Вивчаються можливості застосування інтерактивного геометричного середовища GeoGebra при розв'язуванні задач на побудову та побудові перерізів багатогранників.*

**Ключові слова:** *задачі на побудову, GeoGebra, циркуль, лінійка, переріз.*

**Methodology of solving tasks for building means of interactive geometric environments in the school geometry course**

**B. Cherniavskyi**

**Scientific supervisor: Candidate of Physical and Mathematical Sciences Haievskyi M.V.**

*The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University,  
Kropyvnytsky, Ukraine*

*The article explores the methodological peculiarities of the use of interactive geometric media in geometry training. The content line of the geometry course and the methods of forming knowledge and skills in solving students typical tasks with compass and ruler are considered. Possibilities of using GeoGebra interactive geometric environment in solving problems for constructing and constructing cross sections of polyhedra are explored.*

**Keywords:** *tasks for building, GeoGebra, compasses, ruler, section.*

**Постановка проблеми.** В даний час найбільш сильний вплив на систему походить із сфери інформаційно-комп'ютерних технологій (ІКТ). Застосування засобів ІКТ розширює можливості комп'ютерного математичного моделювання, дозволяє будувати інформаційні моделі з метою вибору найбільш оптимального методу розв'язання задачі. В сучасних умовах в рамках математичної діяльності

все більш звичне застосування набувають потужні комп'ютерні математичні системи як MatLAB, Maple, GeoGebra, Mathematica тощо. Проблемою роботи є дослідження як можливості інтерактивних геометричних середовищ у навчальному процесі допомагають у розв'язанні задач на побудову, якими є їх можливості при вивченні, узагальненні та систематизації шкільного курсу геометрії.

**Мета статті:** дослідження особливостей вивчення та методики навчання у шкільному курсі геометрії задач на побудову за допомогою циркуля та лінійки, застосування можливостей інтерактивних геометричних середовищ на прикладі GeoGebra з урахуванням того факту, що дана змістова лінія проходить через курс геометрії, але на її вивчення відводиться все менше часу.

**Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження.** Під впливом розвитку і поширення ІКТ гострим є також питання побудови змісту освіти. В цьому напрямі головним є формування у учнів та студентів дослідницької поведінки [1].

Дослідницька поведінка – це тип поведінки, заснований на основі пошукової активності і спрямований на вивчення об'єкта або розв'язання нетипової (проблемної) ситуації. Можливості ІКТ при моделюванні різних задач та їх дослідження дають найкращі можливості для вироблення дослідницької поведінки. Розуміння унікальних варіативних можливостей різних засобів і методів ІКТ для реалізації різних способів розв'язання математичних задач (точні і наближені методи, символічні, чисельні та графічні результати) стає результатом зростання математичної культури школяра, його наукового світогляду.

Під впливом ІКТ значних змін зазнає і методика навчання шкільного курсу геометрії, що пов'язано з поширенням інтерактивних геометричних середовищ (ІГС). ІГС являє собою програмне забезпечення, що дозволяє виконувати геометричні побудови на комп'ютері таким чином, що при зміні одного з геометричних об'єктів інші також змінюються, але при цьому інваріантними лишаються певні особливі характеристики задачі.

В останнє десятиліття спостерігається стрімкий розвиток засобів візуалізації геометричних об'єктів, до одних з яких відноситься інтерактивна геометрична середу. Під інтерактивними геометричними середовищами (ІГС) ми розуміємо програмне забезпечення, спеціально розроблене для освітніх цілей і дозволяє виконувати на комп'ютері геометричні побудови, що складаються з геометричних об'єктів, а також задавати співвідношення між цими об'єктами. Інтерактивні геометричні середовища забезпечують можливість змінювати геометричні об'єкти в рамках заданих співвідношень. При цьому інші геометричні об'єкти також змінюються, зберігаючи задані співвідношення незмінними. Наприклад, сторони паралелограма залишаються паралельними при будь-яких переміщеннях його вершин; при переміщенні прямих, перпендикуляр до неї також переміститься, залишаючись перпендикулярним до цієї прямої. Точку, через яку побудовано перпендикуляр, також можна рухати, тоді перпендикуляр буде переміщатися паралельно самому собі, як і раніше проходячи через цю точку.

Залучення інтерактивних геометричних середовищ у навчальному процесі починається з постановки і розв'язання задач на побудову динамічного креслення. Зупинимось на обговоренні методичних особливостей навчання постановці таких завдань і їх вирішення в ІГС GeoGebra [2].

Ці методичні особливості визначаються:

- схожістю діяльності з постановки задач на побудову в ІГС з діяльністю по виявленню властивостей геометричних об'єктів, які повинні бути відображені на схематичному кресленні, що ілюструє умову задачі, теореми або визначальну частину означення поняття;
- схожістю діяльності щодо розв'язання задач на побудову в ІГС з діяльністю щодо розв'язання задач на побудову циркулем і лінійкою.

Задачі на побудову в ІГС не є чимось самостійним, їх постановка і розв'язання починається із розв'язку певної геометричної задачі, доведення деякого твердження, отримання або осмислення визначення геометричного поняття.

Схематичний рисунок до задачі, теореми або визначення використовується, як відомо, для створення образу типового представника множини досліджуваних геометричних об'єктів і отримання висновків про їх позиційні властивості (взаємне розташування, можливості виділення і переосмислення частини об'єкта з точки зору інших понять). У зв'язку з цим тільки позиційні властивості на них і відображаються.

У динамічних креслень дещо інше призначення. Вони створюють образ всієї множини досліджуваних об'єктів і призначені для отримання висновків про стійкість і мінливість не тільки їх позиційних, але і метричних властивостей. У зв'язку з цим спосіб побудови динамічних креслень повинен бути таким, що зберігає всі властивості досліджуваних об'єктів, які обумовлені умовою задачі, теореми, визначальною частиною означення поняття. Ці ж вимоги пред'являються до побудови геометричних об'єктів циркулем і лінійкою.

Таким чином, методика навчання постановки та розв'язування задач на побудову в ІГС бере свій початок як в методиці навчання аналізу умови задачі, теореми, аналізу означення з метою виділення характеристичних властивостей, які повинні знайти відображення на схематичному кресленні, так і в методиці навчання розв'язування задач на побудову циркулем і лінійкою.

Однак тут є свої особливості. Перша з цих особливостей визначена тим, що з постановки і розв'язання задачі на побудову в ІГС починається розв'язування будь-якої геометричної задачі, доведення будь-якої теореми із залученням можливостей середовища. Для своєчасної підготовки учнів до розв'язування задач на побудову в ІГС слід розглянути методичну лінію, що пронизує весь систематичний курс геометрії. Ця лінія має увібрати в себе і лінію задач на побудову циркулем і лінійкою, яка в курсі геометрії розвивається епізодично.

Основними результатами навчання розв'язання задач циркулем і лінійкою є наступні:

- знання про конструктивні можливості циркуля і лінійки;

- знання про особливості рішення задач на побудову;
- знання про деякі методи розв'язування задач на побудову: методом ГМТ, методом подібності, методом руху;
- навички вирішення базових завдань на побудову;
- вміння вирішувати завдання на побудову, що зводяться до базових.

Ці навчальні результати можуть і повинні бути досягнуті і при навчанні розв'язання задач на побудову в ІГС (за винятком набуття практичних навичок роботи з циркулем і лінійкою). Ця можливість визначається наявністю в ІГС інструментів, які є аналогами циркуля і лінійки: «циркуль»; «Пряма по двох точках» (інструменти Geogebra);

До основних побудов (ОП) за допомогою циркуля і лінійки відносять наступні, див., наприклад, [3]:

- Побудувати відрізок, що дорівнює даному відрізку,
- Побудувати кут, що дорівнює даному куту.
- Поділити даний відрізок навпіл.
- Поділити даний кут навпіл.
- Провести через дану точку пряму, перпендикулярну до даної прямої, якщо а) дана точка лежить на даній прямій; б) дана точка не лежить на даній прямій.
- Провести через дану точку пряму, паралельну даній прямій.
- Побудувати трикутник за трьома сторонами.
- Побудувати трикутник за двома сторонами і кутом між ними.
- Побудувати трикутник за стороною і прилеглими до неї двома кутами.
- Побудувати прямокутний трикутник за гіпотенузою і катетом.
- Побудувати прямокутний трикутник за гіпотенузою і гострим кутом.
- Побудувати коло, вписане в даний трикутник.
- Побудувати коло, описане навколо даного трикутника.
- Побудувати дотичні, проведені з даної точки до даного кола.
- Побудувати спільні дотичні до двох даних кіл

Наявність в ІГС додаткових інструментів, які виводять на екран результати розв'язання базових задач на побудову циркулем і лінійкою

(«бісектриса кута», «середина відрізка», «паралельна пряма» тощо), а також наявність в ІГС можливості поповнення конструктивних інструментів може використовуватися дwoяко: 1) в тому випадку, коли оволодіння способом розв'язання відповідних задач на побудову циркулем і лінійкою є передчасним через відсутність базових теоретичних відомостей у учнів; 2) в тому випадку, коли спосіб розв'язання цих задач вже добре засвоєний учнями, і витратити навчальний час на його відтворення недоцільно.

На етапі оволодіння способами розв'язання базових задач на побудову циркулем і лінійкою додаткові інструменти ІГС повинні можуть бути прибрані з панелі інструментів.

Наявність додаткових інструментів в ІГС дозволяє включати учнів в діяльність постановки і розв'язання задач на побудову динамічних креслень до появи теоретичних можливостей обґрунтування способів їх розв'язання. Це дає можливість розподілити навчальний матеріал, що відноситься до побудови в ІГС, а також циркулем і лінійкою, відповідно до потреб використання динамічних креслень, так за рівнем теоретичної підготовки учнів

Навчання побудові за допомогою інструментів ІГС можна здійснюватися з наведеною нижче методичною схемою:

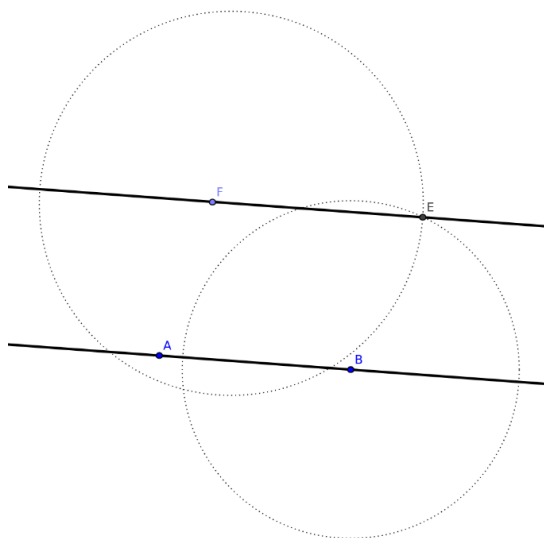
- 1) навчання застосуванню інструменту (пропедевтичний);
- 2) формування знань про принципи його роботи - розкриття алгоритму розв'язання базової задачі циркулем і лінійкою і його теоретичне обґрунтування (основний);
- 3) формування умінь застосовувати інструмент в поєднанні з іншими для розв'язання базових задач на побудову і завдань, що до них зводяться (заключний).

Друга особливість методики навчання побудові в ІГС пов'язана з можливістю поєднувати в одному розв'язку різні способи завдання характеристичних елементів геометричної фігури (арифметичний, алгебраїчний, координатний, геометричний тощо), а також переходити від одного способу завдання до іншого.

Крім того, середовище GeoGebra є корисним і для навчання задачам на побудову у просторі, тобто для розв'язання задач на побудову перерізів многогранників за наявними елементами.

Розглянемо деякі можливості застосування середовища GeoGebra у шкільному курсі геометрії, див. наприклад, [3,4].

Приклад 1. Провести через дану точку пряму, паралельну даній прямій.



Розв'язання цієї задачі базується на означенні паралелограма – конструктивний розв'язок полягає у побудові двох кіл і знаходженні їх точки перетину (рис. 1).

Рис 1.

Приклад 2. Побудувати дотичні, проведені з даної точки до даного кола.

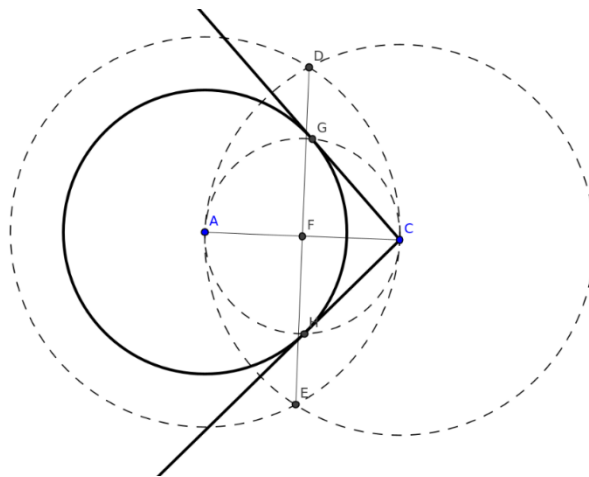


Рис. 2.

Розв'язання цієї задачі базується на властивості вписаного кута, що спирається хорду кола.

Для розв'язання слід побудувати коло, що спирається на діаметр, що рівний відстані між центром заданого кола та заданою точкою. Це дасть нам змогу знайти точки дотику та

побудувати дотичні. Дослідження задачі

покаже нам два розв'язки та варіант, коли задача не має розв'язку.

Розглянемо можливості Geogebra при побудові перерізів. Відмітимо, що у Geogebra не передбачена можливість копіювання фігур. В цьому випадку у вчителя є дві можливості: 1) заготовити креслення самому і надати його учням

після постановки відповідної задачі на побудову для подальшого використання;  
2) надати учневі можливість побудувати динамічний рисунок за допомогою створеного вчителем нового інструменту, наприклад, «трикутник, рівний даному по набору характеристичних елементів», застосування можливостей паралельного перенесення тощо.

Приклад 3. Побудувати переріз шестикутної призми за трьома точками

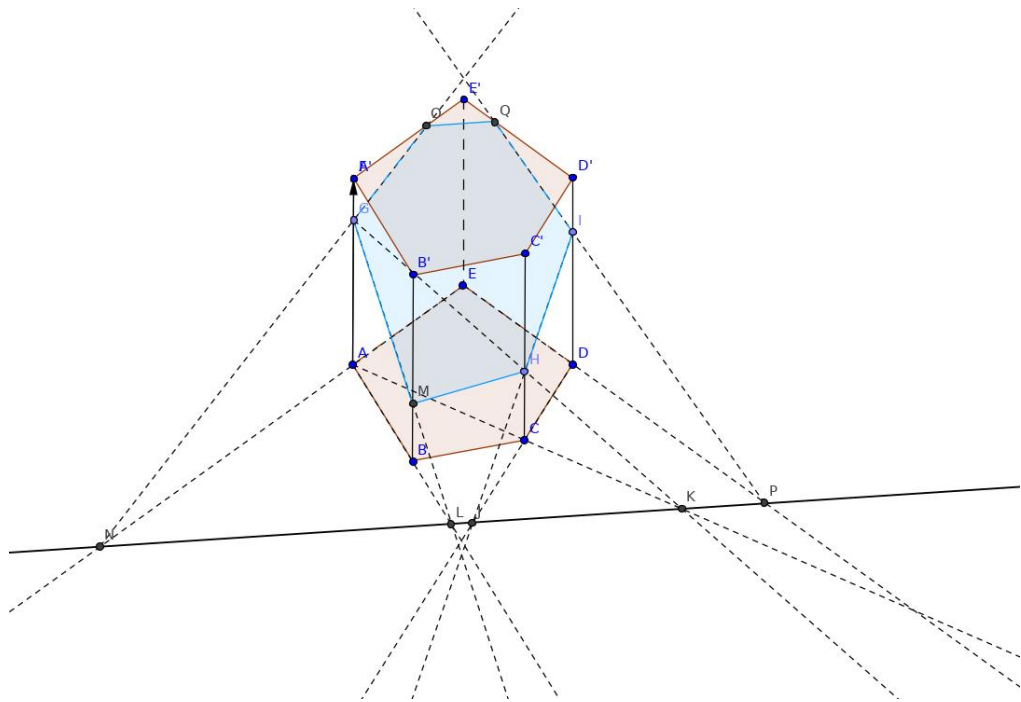


Рис. 3.

Приклад 4. Побудувати переріз трикутної піраміди за трьома точками.

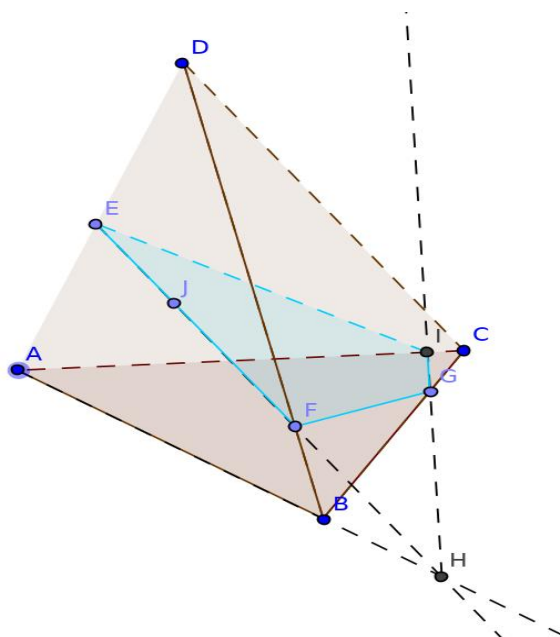


Рис. 4.



**Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.** Вивчення теми «Метод математичної індукції» є важливою та доступною для дітей старших класів. Розв'язування задач прикладного змісту, які виникають не лише в математиці, а й поза її межами, сприяє посиленню гнучкості та системності навчання учнів. Крім того, засвоєння учнями цього матеріалу дасть змогу учням більш успішно брати участь у олімпіадних змаганнях з математики. Подальші дослідження цієї теми можуть бути пов'язані із дослідженням застосування методу математичної індукції у геометрії, аналізі, теорії функціональних рівнянь тощо. Це матиме позитивний вплив на теоретичні та практичні знання, уміння та навички учнів старшої школи.

#### **Список використаної літератури:**

1. Сергеева Т. Ф., Шабанова М. В., Гроздев С. И. Основы динамической геометрии : монография / Т. Ф. Сергеева, М. В. Шабанова, С. И. Гроздев. - М. : АСОУ, 2016. - 152 с.
2. Гриб'юк, О.О., Юнчик, В.Л. Використання системи динамічної математики GEOGEBRA в процесі навчання математичних дисциплін. // Освітні горизонти. Інформаційно-методичний вісник. – 2016, 1, №74 – с. 508-514.
3. Погорелов Геометрія: підручник для 7-11 класів. / О. В. Погорелов. – Київ: Освіта, 2001. – 392 с.
4. Мерзляк А.Г. Геометрія. 10 клас: підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: академ. рівень, проф. рівень / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2018. – 240 с.