

## **ВИКОРИСТАННЯ STEM-ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ТЕМИ «МНОГОГРАННИКИ»**

**Горелік Олена**

**Науковий керівник: кандидат фізико-математичних наук,  
доцент Яременко Ю. В.**

*Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені  
Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

*На сьогоднішній день існує проблема незацікавленості дітей у навчанні. Особливо при вивченні стереометрії, коли зображення просторових фігур здаються дітям складними і незрозумілими, бажання докладати зусиль зникає. Повернути зацікавленість навчальним предметом можна використовуючи елементи STEM-навчання. У статті розкривається актуальність впровадження STEM-елементів у процесі вивчення стереометрії та шляхи інтеграції геометрії з іншими навчальними предметами (фізикою, технологіями, інженерією) при вивченні теми «Многогранники».*

**Ключові слова:** *STEM-освіта, многогранники, стереометрія, GeoGebra.*

**Usage of STEM elements while learning the theme «Polyhedrons»**

**O. Horelik**

**Scientific supervisor: Candidate of Physical and Mathematical Sciences,  
Docent Yaremenko Y. V.**

*The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University,  
Kropyvnytsky, Ukraine*

*The problem of the pupils' disinterest in education becomes urgent nowadays. Aspecially, while learning Stereometry, when depiction of spatial shapes seems complicated and incomprehensible, the pupils' desire to take efforts disappears. In order to make pupils to be interested in the subject its reasonable to use STEM education. This article deals with the actuality of the implementation of the STEM education into the process of Stereometry, studing together with other subject (such as Phisics, Tehnologies, Engineering) while learning the theme «Polyhedrons».*

**Keywords:** *STEM education, polyhedrons, stereometry, GeoGebra.*

**Постановка проблеми.** Навколишній світ є інформаційно насиченим, а швидкість входження нових технологій у повсякденне життя дуже високою. Це вимагає від сучасного школяра особливої психологічної та емоційної підготовки. Саме STEM-навчання, шляхом інтеграції теоретичних

відомостей, практичних дослідів та методів аналізу, синтезу та узагальнення, дає можливість досягти високого рівня розуміння фундаментальних наук через призму сучасних технологій.

**Мета статті:** Проаналізувати існуючі шляхи впровадження та можливості застосування STEM-елементів на уроках математики, а також розробити методику впровадження елементів STEM-освіти на уроках стереометрії під час вивчення теми «Многогранники».

**Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження.** Сьогодні прийшов час вивчати предмети природничо-математичного циклу по-новому. Просто давати навчальний матеріал, без можливості його застосування на практиці – неефективно. Вирішити цю проблему можна за допомогою впровадження елементів STEM-освіти у навчальний процес.

STEM-освіта – це низка чи послідовність курсів або програм навчання, яка готує учнів до успішного працевлаштування, до освіти після школи або для того й іншого, вимагає різних і більш технічно складних навичок, зокрема із застосуванням математичних знань і наукових понять.

Акронім STEM вживається для позначення популярного напрямку в освіті, що охоплює природничі науки (Science), технології (Technology), технічну творчість (Engineering) та математику (Mathematics). Це напрям в освіті, при якому в навчальних програмах посилюється природничонауковий компонент з інноваційними технологіями [1, 5].

Математика є основою STEM, оскільки вона забезпечує математичний апарат для інших STEM-предметів. Впровадження елементів STEM-освіти дає можливість показати міжпредметні зв'язки математики з іншими предметами, а також її прикладну спрямованість.

Впроваджувати елементи STEM-освіти на уроках математики можна за допомогою:

- використання математичних програмних засобів,
- залученням учнів до самостійної дослідної діяльності,
- інтеграції навчальних предметів,
- створення проектів,

- організації різноманітних заходів (тижнів математики, математичних гуртків тощо).

Розглянемо особливості використання STEM-підходів на уроках стереометрії під час вивчення теми «Многогранники».

Для багатьох школярів, задачі, особливо ті, які потребують побудов об'ємних фігур, їх елементів та перерізів, викликають значні труднощі. Як результат, учні можуть втратити інтерес до вивчення математики, вважаючи її складною і незрозумілою наукою. Вирішити цю проблему можна використовуючи різноманітні програмно-педагогічні засоби [2; 3].

Яскравим прикладом таких засобів при вивченні теми «Многогранники» є система динамічної математики GeoGebra, в якій можна виконувати динамічні 3D-моделі [4; 5]. Завдяки програмі GeoGebra учні можуть поглянути на даний рисунок з різних боків, чого не можна зробити в зошиті.

Але до застосування GeoGebra на уроках стереометрії слід підходити обережно, оскільки постійно постачаючи учня готовими, красивими і правильними малюнками, тим більше 3D-моделями, ми зрештою починаємо гальмувати розвиток просторової уяви учнів, а деякі завдання взагалі майже втрачають сенс, якщо дати до них готовий малюнок.

Вивчення математики не повинно бути засвоєнням фрагментів знань, а стати захоплюючим процесом пізнання оточуючого світу. Тому, як варіант, при вивченні теми «Многогранники», можна використовувати мобільні технології. Наприклад, голограми зі смартфонів.

Голограма – це фактично тривимірний простір, який закодовано в плоскому зображенні. Кут і форма зорового уявлення змінюється відносно точки зору спостерігача [6]. Крім того, її можна створити власноруч. Для цього необхідні лише смартфон з можливістю виходу в мережу Інтернет і прозора коробочка від CD-диска.

Розглянемо фрагмент інтегрованого уроку на тему «Зрізана піраміда» з використанням цієї технології, а також системи динамічної математики GeoGebra.

**Тема уроку.** Зрізана піраміда.

**Мета уроку:**

**Навчальна:** вивчити основні елементи та властивості правильної зрізаної піраміди. Розширити коло застосування законів оптики. Показати взаємозв'язок математики, фізики та техніки.

**Розвиваюча:** розвивати навички дослідницької діяльності; здатність самостійно мислити в нестандартних ситуаціях; навички наукової мови. Формувати цілісне уявлення про світ.

**Виховна:** виховувати політехнічний інтерес учнів; мотивувати учнів цікавими прикладами та фактами. Виховувати такі якості особистості, як: ініціативність, організованість, робота в групі.

**Типу уроку.** Урок вивчення нового матеріалу, формування певних умінь (комбінований урок).

**Наочність та обладнання:** аркуш паперу, креслярські інструменти, упаковка від компакт-диску, канцелярський ніжик, ножиці, смужки скотчу, смартфон з голографічним відео.

**Очікувані результати діяльності учнів:**

- **Конструювати** практичне створення моделі правильної чотирикутної зрізаної піраміди.
- **Спостерігати** проведення практичного дослід з відтворення голографічного зображення.
- **Аналізувати** вивчення взаємозв'язку між теоретичними відомостями та проведенням дослідом.

**Інтеграція предметів:**

- **Математика (геометрія):** Многогранники. Піраміда. Правильна піраміда.
- **Фізика:** Хвильова і квантова оптика. Інтерференція світла.
- **Технології.** Практичне створення моделі правильної чотирикутної зрізаної піраміди.
- **Інженерія.** Виконання креслень та рисунків, необхідних для створення моделі правильної зрізаної піраміди.

## Хід уроку

### I. Організаційний момент (1 хв)

Привітання, перевірка присутніх на уроці. Контроль зовнішнього вигляду та робочих місць учнів. Налаштування учнів на роботу.

### II. Перевірка домашнього завдання (2 хв)

Оскільки задачі домашньої роботи відтворювали ситуації, аналогічні до розглянутих а попередньому уроці, то домашнє завдання перевіряється за готовими відповідями до задач. Наявність виконаного домашнього завдання у зошитах перевіряється в учнів, які потребують додаткової педагогічної уваги.

### III. Актуалізація знань, умінь і навичок (6 хв)

#### *Самостійна робота*

#### Варіант I

1. [7, 27] Сторона основи правильної семикутної піраміди дорівнює 10 см, а її апофема – 20 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди?

А.  $400\text{ см}^2$ ;    Б.  $700\text{ см}^2$ ;    В.  $800\text{ см}^2$ ;    Г.  $2800\text{ см}^2$ .

2. [7, 27] Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює 8 см, а бічне ребро нахилено до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайдіть сторону основи піраміди.

А. 8 см;    Б.  $8\sqrt{2}$  см;    В. 16 см;    Г.  $16\sqrt{2}$  см.

3. [8, 60] Апофема правильної шестикутної піраміди дорівнює  $4\sqrt{3}$  см і утворює кут  $60^\circ$  із висотою. Знайдіть висоту піраміди та сторону основи піраміди.

А.  $2\sqrt{3}$  см і 8 см;    Б.  $2\sqrt{3}$  см і 12 см;  
В.  $2\sqrt{3}$  см і  $\frac{12}{\sqrt{3}}$  см;    Г.  $4\sqrt{3}$  см і  $12\sqrt{3}$  см.

#### Варіант II

1. [7, 28] Площа бічної поверхні правильної п'ятикутної піраміди дорівнює  $300\text{ см}^2$ , а її апофема – 15 см. Знайдіть сторону основи піраміди.

А. 2 см;    Б. 4 см;    В. 8 см;    Г. 12 см.

2. [7, 27] Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 12 см, а бічне ребро утворює з площиною основи кут . Знайдіть висоту піраміди.

А. 8 см;      Б.  $8\sqrt{2}$  см;      В. 12 см;      Г.  $12\sqrt{2}$  см.

3. [8, 60] Висота правильної трикутної піраміди дорівнює  $6\sqrt{3}$  см і утворює кут  $30^\circ$  з апофемою. Знайдіть апофему піраміди та сторону основи піраміди.

А. 16 см і  $16\sqrt{3}$  см;      Б.  $12\sqrt{3}$  см і 12 см;  
В. 6 см і  $6\sqrt{3}$  см;      Г. 12 см і  $12\sqrt{3}$  см.

#### IV. Мотивація навчальної діяльності учнів (1 хв)

**Учитель.** Не завжди вивчаючи теоретичний матеріал нового уроку ми можемо застосувати свої знання на практиці, крім розв'язання задач. На сьогоднішньому уроці у нас буде така можливість.

Діти записують число, «Класна робота», тему та план роботи на уроці.

#### **План вивчення теми**

1. Зрізана піраміда та її елементи.
2. Площа бічної та повної поверхонь зрізаної піраміди.
3. Властивості правильної зрізаної піраміди.

#### V. Сприймання та усвідомлення учнями нового матеріалу (20 хв)

##### **Зрізана піраміда та її елементи**

Перетнемо довільну піраміду  $SABC$  площиною  $A_1B_1C_1$  паралельно основі піраміди. Ця площина розіб'є дану піраміду на два многогранники:

- Піраміду  $SA_1B_1C_1$  подібну до даної (коефіцієнт подібності  $k = \frac{SA_1}{SA} = \frac{A_1B_1}{AB}$ ).
- Зрізану піраміду  $ABCA_1B_1C_1$ .

**Зрізаною пірамідою** називається частина піраміди, що міститься між її основою і січною площиною, яка паралельна основі.

Паралельні грані  $ABC$  та  $A_1B_1C_1$  – основи зрізаної піраміди; чотирикутники  $AA_1B_1B$ ,  $BB_1C_1C$ ,  $AA_1C_1C$  – бічні грані зрізаної піраміди (рис. 1).

Бічні грані зрізаної піраміди є трапеціями, а основи – подібними багатокутниками.

Висотою зрізаної піраміди називається перпендикуляр, проведений із будь-якої точки однієї основи на іншу основу.

$O_1O$  – висота зрізаної піраміди (рис. 1).

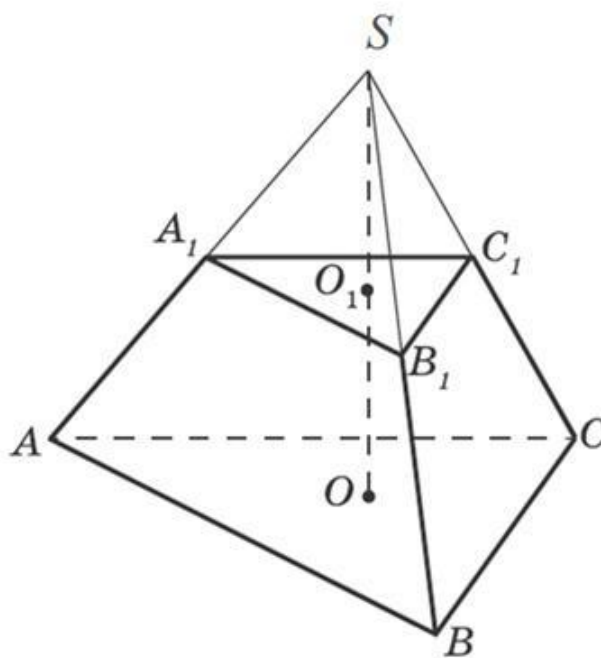


Рис. 1. Зрізана піраміда

Зрізану піраміду називають **правильною**, якщо вона отримана з правильної піраміди перетином її площиною, паралельною до основи.

Основи правильної зрізаної піраміди – правильні багатокутники, а бічні грані – рівні між собою рівнобічні трапеції. **Апофемою правильної зрізаної піраміди** називається відрізок, який є висотою цих рівнобічних трапецій. **Віссю правильної зрізаної піраміди** є пряма, що містить висоту піраміди, яка проходить через центри її основ [7, 55-56].

**Теорема 1.** Площина, що перетинає піраміду і паралельна її основі, відтинає подібну піраміду [10, 72].

**Площа бічної та повної поверхонь зрізаної піраміди**

Площею бічної поверхні зрізаної піраміди називають суму площ усіх її бічних граней, а площею повної поверхні – суму площ усіх її граней.

**Теорема 2** (про площу бічної поверхні правильної зрізаної піраміди). Площа бічної поверхні правильної зрізаної піраміди дорівнює добутку півсуми периметрів основ на апофему [10, 56].

*Доведення.* Нехай у правильній  $n$ -кутній зрізаній піраміді довжини сторін верхньої і нижньої основ відповідно дорівнюють  $a$  і  $b$ , а довжина апофеми –  $l$ .

$$\text{Тоді } S_{\text{біч}} = n \cdot \frac{a+b}{2} \cdot l = \frac{na+nb}{2} \cdot l$$

Оскільки  $na = P_1$  – периметр верхньої основи,  $nb = P_2$  – периметр нижньої основи, то  $\frac{na+nb}{2} = \frac{P_1+P_2}{2}$  – півпериметри основ.

$$\text{Отже, } S_{\text{біч}} = \frac{P_1+P_2}{2} \cdot l$$

*Доведено.*

### ***Властивості правильної зрізаної піраміди***

1. Бічні ребра – рівні.
2. Апофеми – рівні.
3. Бічні грані – рівні рівнобічні трапеції.
4. Двогранні кути при основі – рівні.

## **VI. Практична частина уроку**

### ***3-D проєктор власними руками***

**Підготовчий етап.** Беремо прозору пластикову коробочку від компакт-дисків, канцелярський ніж, ножиці, лінійку, рулон скотчу і смартфон. За допомогою лінійки креслимо на звичайному аркуші паперу обрис рівнобічної трапеції, дотримуючись наступних пропорцій: нижня основа – 6 см, верхня – 1 см, висота – 6,5 см (рис. 2).



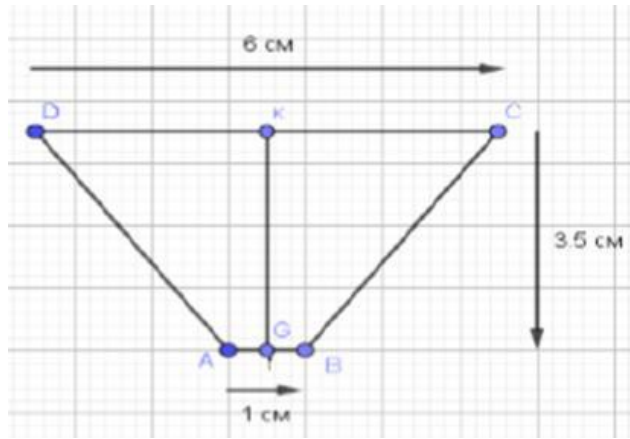


Рис. 2

Прикладаючи такий трафарет до стінок коробочки від компакт-диску, вирізаємо чотири фігури. Скріплюємо їх між собою за допомогою скотчу так, щоб отримати фігуру, що зображена на рисунку 3.



Рис. 3

**Спостереження досліду.** Запускаємо на смартфоні заздалегідь скачану програму з демонстрування 3-D зображення. Розташовуємо на екран смартфона виготовлену фігуру так, як показано на рисунку 4 і спостерігаємо за тим, що буде відбуватися.

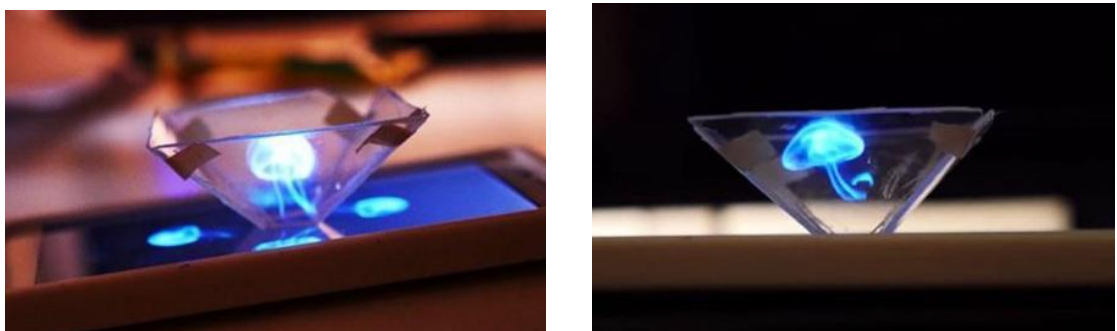


Рис. 4

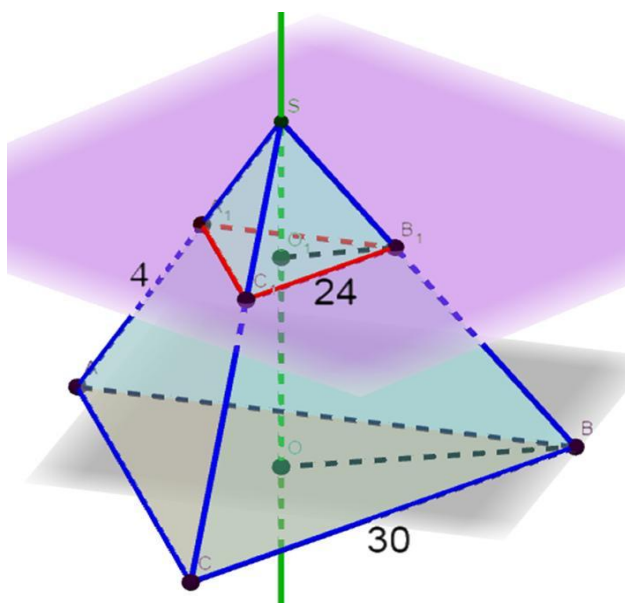
**Аналіз спостереження.** Зображення, яке ми спостерігаємо, утворюється за рахунок заломлення і накладання світлових променів.

Знаючи властивості зрізаної піраміди ми мали змогу власноруч сконструювати 3-D проектор і спостерігати неймовірне видовище, яке базується на законах фізики. Зображення, яке ми спостерігаємо, утворюється за рахунок заломлення і накладання світлових променів.

Тобто, ми на уроці змогли не тільки побувати інженерами та конструкторами, а й показати зв'язок таких наук як математика та фізика.

## VII. Закріплення й осмислення нового матеріалу (10 хв)

**Задача 1.** Сторони основ правильної трикутної зрізаної піраміди дорівнюють 24 см і 30 см, а бічні ребра – 4 см. Знайдіть висоту піраміди [8, 36]



**Дано:**  $ABCA_1B_1C_1$  – правильна трикутна зрізана піраміда;  
 $AB = BC = AC = 30$  см;  
 $A_1B_1 = B_1C_1 = A_1C_1 = 24$  см;  
 $AA_1 = BB_1 = CC_1 = 4$  см.

**Знайти:**  $OO_1$ .

**Розв'язання:**

1.  $ABCA_1B_1C_1$  – правильна трикутна зрізана піраміда, тоді  $ABC$  і  $A_1B_1C_1$  – рівносторонні трикутники.

Оскільки всі бічні грані піраміди рівні, то точки  $O$  і  $O_1$  є центрами описаних навколо трикутників  $ABC$  і  $A_1B_1C_1$  кіл. Знайдемо радіуси цих кіл:

$$R = OB = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} \text{ (см);}$$

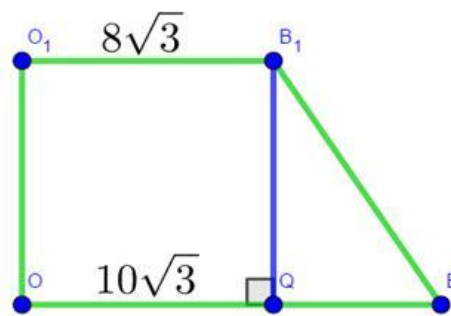
$$R_1 = O_1B_1 = \frac{A_1B_1\sqrt{3}}{3} = \frac{24\sqrt{3}}{3} = 8\sqrt{3} \quad (\text{см}).$$

2.  $OO_1$  перпендикулярна до площин основ зрізаної піраміди, отже вона перпендикулярна до кожної прямої, що лежить в цій площині:

$$OO_1 \perp (ABC), \text{ то } OO_1 \perp OB;$$

$$OO_1 \perp (A_1B_1C_1), \text{ то } OO_1 \perp O_1B_1.$$

Отже,  $OBB_1O_1$  – прямокутна трапеція, її висота  $OO_1$  є висотою зрізаної піраміди.



3. Проведемо  $B_1Q = OO_1$ . Тоді  $O_1B_1 = OQ = 8\sqrt{3}$ . Знайдемо  $BQ$ :

$$BQ = BO - O_1B_1 = 10\sqrt{3} - 8\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \quad (\text{см}).$$

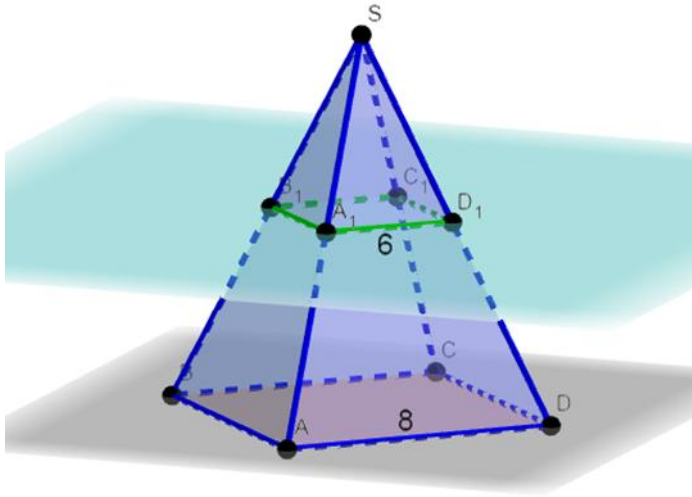
4. Розглянемо прямокутний трикутник  $BQB_1$  ( $\angle BQB_1 = 90^\circ$ ). В цьому трикутнику гіпотенуза  $BB_1$  є бічним ребром зрізаної піраміди  $ABCA_1B_1C_1$ , тому  $BB_1 = 4$  см і катет  $BQ = 2\sqrt{3}$  см. Знайдемо за теоремою Піфагора інший катет  $B_1Q$ :

$$B_1Q = \sqrt{BB_1^2 - BQ^2} = \sqrt{16 - 12} = \sqrt{4} = 2 \quad (\text{см}).$$

$$B_1Q = OO_1, \text{ тому } OO_1 = 2 \quad \text{см.}$$

**Відповідь:** 2 см.

**Задача 2.** Сторони основ правильної зрізаної чотирикутної піраміди дорівнюють 8 см і 5 см, а бічне ребро – 5 см. Знайдіть площу повної поверхні зрізаної піраміди [9, 22].



**Дано:**  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  – правильна чотирикутна зрізана піраміда;  
 $AB = BC = CD = DA = 8$  см;  
 $A_1 B_1 = B_1 C_1 = A_1 C_1 = D_1 A_1 = 5$  см;  
 $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = 5$  см.

**Знайти:** .

**Розв'язання:**

1. Площа повної поверхні зрізаної піраміди дорівнює сумі площ усіх її граней:

$$S_{\text{пов.}} = S_{ABCD} + S_{A_1 B_1 C_1 D_1} + S_{AA_1 D_1 D} + S_{AA_1 B_1 B} + S_{BB_1 C_1 C} + S_{CC_1 D_1 D}.$$

2. Так як дана зрізана піраміда є правильною, то:

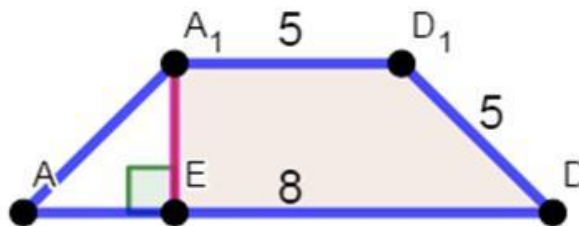
- бічні грані – рівні рівнобічні трапеції:

$$S_{\text{тр.}} = \frac{a + b}{2} \cdot h;$$

- основи – квадрати:

$$S_{\text{кв.}} = a^2.$$

3. Розглянемо трапецію  $AA_1 D_1 D$ .



Трикутник  $AEA_1$  – прямокутний ( $\angle AEA_1 = 90^\circ$ );

$AA_1 = DD_1 = 5$  (см) – гіпотенуза;

$AE = AD - A_1 D_1 = 8 - 5 = 3$  (см) – катет.

Отже, трикутник  $AEA_1$  – єгипетський, тому:

$$EA_1 = 4 \text{ см.}$$

Знайдемо площу трапеції  $AA_1D_1D$  :

$$S_{mp.} = \frac{AD + A_1D_1}{2} \cdot A_1E ;$$

$$S_{mp.} = \frac{8+5}{2} \cdot 4 = \frac{13}{2} \cdot 4 = 26(\text{см}^2)$$

4. Знайдемо площі основ зрізаної піраміди:

$$S_{ABCD} = AB^2 = 8^2 = 64(\text{см}^2) ;$$

$$S_{A_1B_1C_1D_1} = A_1B_1^2 = 5^2 = 25(\text{см}^2)$$

5. Отже,  $S_{нов.} = S_{ABCD} + S_{A_1B_1C_1D_1} + 4S_{mp.}$

;

$$S_{нов.} = 64 + 25 + 4 \cdot 26 = 64 + 25 + 104 = 193(\text{см}^2)$$

**Відповідь.**  $193\text{см}^2$  .

### **VIII. Підбиття підсумків уроку (3 хв)**

#### **Запитання до класу**

1. Яку піраміду відтинає площина від заданої піраміди, що паралельна до її основи?
2. Що таке зрізана піраміда, назвіть її елементи.
3. Що таке правильна зрізана піраміда?
4. Що є апофемою та віссю правильної зрізаної піраміди?
5. Що таке площа бічної та повної поверхонь зрізаної піраміди?
6. Як обчислюється площа бічної поверхні правильної зрізаної піраміди?

### **IX. Повідомлення домашнього завдання (2 хв)**

Вивчити теоретичний матеріал уроку та виконати письмово вправи:

1. Сторони основ правильної трикутної зрізаної піраміди дорівнюють 6 см і 12 см, а площа бічної поверхні –  $54\text{ см}^2$ . Знайдіть апофему піраміди [8, 36].

2. У правильній зрізаній чотирикутній піраміді діагоналі основ дорівнюють 10 см і 6 см, а бічна грань утворює з площиною більшої основи кут  $60^\circ$ . Знайдіть висоту зрізаної піраміди [9, 22].

**Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.** Метою кожного вчителя, який веде STEM-предмет, має стати мотивування та зацікавлення учнів. Чим різноманітнішими і цікавішими будуть уроки, тим більше учнів захопляться даним предметом. Впровадження елементів STEM-освіти в навчання математики дає можливість підвищити якість науково-технологічної підготовки учнів, що в подальшому сприятиме підвищенню їх життєвих компетентностей.

Застосування програмних засобів, а саме системи динамічної математики GeoGebra, під час вивчення теми «Многогранники» значно полегшує сприйняття учнями просторових фігур, їх елементів, перерізів. Це значно підвищує інтерес до вивчення предмету та економить час на уроці.

Перспективи полягають у розробці методики викладання математики з використанням інноваційних технологій в умовах розвитку STEM-освіти.

### **Список використаної літератури:**

1. STEM-освіта: стан впровадження та перспективи розвитку: матеріали III Міжнародної науково-практичної конференції, 9 – 10 листопада 2017 року, м. Київ. – К.: ДНУ «Інститут модернізації змісту освіти», 2017. – 160 с.
2. Яременко Ю.В., Яременко Л.І. Використання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій при викладанні геометрії // Наукові записки. Серія: педагогічні науки. – Кропивницький: ЦДПУ ім. В.Винниченка, 2019 – Випуск 179. – С. 181-187.
3. Яременко Ю.В. Використання сучасного програмного забезпечення при викладанні геометрії // Інноваційні технології в освіті : зб. матеріалів Міжнародної науково-технічної конференції, 9-11 квітня 2019 року – Івано-Франківськ, ІФНТУНГ, 2019 – С. 277-279.
4. Яременко Ю.В., Гелевер І.Г. Використання інформаційно-комунікаційних технологій при зображенні фігур в геометрії // Наукові записки. Серія: педагогічні науки. – Кропивницький: ЦДПУ ім. В.Винниченка, 2019. – Випуск 177, Ч.II. – С. 172-176.
5. Яременко Ю.В. Використання програми GeoGebra при викладанні геометрії // Вісник Черкаського університету: Педагогічні науки. 2019 – №3 – С.102-107.

6. Голорама – що це таке і як вона працює? [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://hi-news.pp.ua/tehnka-tehnologyi/1597-golograma-scho-ce-take-yak-vona-pracyuye.html>.  
– Назва з екрана.
7. Істер О. С. Геометрія : (профіль. рівень) : підруч. для 11-го кл. закл. загал. серед. освіти / Олександр Істер, Оксана Єргіна. – Київ : Генеза, 2019. – 288 с.
8. Мерзляк А. Г. Геометрія : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. – Х. : Гімназія, 2019. – 204 с.
9. Мерзляк А. Г. Геометрія. 11 кл. : збірник задач і контрольних робіт / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір. – Х. : Гімназія, 2011. – 112 с.
10. Нелін Є. П. Геометрія (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова. – Харків : Вид-во «Ранок», 2019. – 208 с.