

УДК 371.321.5

ЗАДАЧІ НА ПОБУДОВУ З ВИКОРИСТАННЯМ ЦИРКУЛЯ ТА ЛІНІЙКИ ТА ЇХ ВПЛИВ НА УЧНІВ У СЕРЕДНІЙ ШКОЛІ

Марченко Катерина

Науковий керівник: професор Волков Ю.І.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені

Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті проаналізовано зміст задач на побудову з використанням циркуля та лінійки в основній школі. Охарактеризовано різновиди методів для розв'язування задач на побудову з циркулем та лінійкою. Викладена поетапність розв'язування задач на побудову. Проілюстровано вплив на формування умінь та навичок учнів під час розв'язування даних задач. Розглянуто проблему труднощів у розв'язуванні задач на побудову в учнів основної школи. Сформовані рекомендації щодо розв'язування задач на побудову з використанням циркуля та лінійки в основній школі.

Ключові слова: *задачі на побудову, циркуль, лінійка, фігура, точка.*

**Tasks to build using compasses and rulers and their
impact on high school pupils**

K. Marchenko

Scientific supervisor: professor Volkov Yu.I.

The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University,

Kropyvnytsky, Ukraine

The article analyzes the content of construction tasks using compasses and rulers in primary school. Various methods for solving problems with compass and ruler are described. The stages of solving problems for construction are outlined. The influence on the formation of students' skills in solving these problems is illustrated. The problem of difficulties in solving problems for construction of primary school students is considered. Recommendations for solving problems for construction using compass and ruler in primary school were formed.

Keywords: *construction problems, compasses, ruler, figure, point.*

Постановка проблеми. Питання геометричних побудов було досить цікавим, починаючи із давньої Греції. Математики VI-V ст. до н. е. займались тим, що вивчали методи розв'язування задач на побудову. Серед видатних вчених того часу можна назвати: Піфагора та його учнів, Гіппократа, Евкліда, Архімеда, Аполона, та інших.

Період Середньовіччя мало дало в області розвитку конструктивної геометрії, хоча нею займались багато математиків.

Тільки в новий час XVII-XX ст. теорія геометричних побудов стала розвиватися далі головним поштовхом став розвиток нових розділів

математики. Серед видатних вчених, які займались вивченням конструктивної математики, були: Декарт, Ферма, Ньютон, Паскаль, Ейлер, Гаусс [4, с. 11].

У XVII-XIX століттях розробляється теорія геометричних побудов за допомогою різних інструментів, відмінних від прийнятих раніше. Видатними вченими даного періоду були Мор (1672 р.) та італійського походження Маськероні (1797 р.). Вони вивчали побудови, здійсненні циркулем, і виявили, що циркуль дозволяє розв'язати будь-яку конструктивну задачу.

На базі накопиченого фактичного матеріалу починаючи з кінця XIX з'являється ряд творів, узагальнюючих результати теорії геометричних побудов.

В даний час теорія геометричних побудов представляє велику і глибоко розвинену область математики, пов'язану з вирішенням різноманітних принципів питань, що йдуть в інші гілки математики. Ні один вид завдань не дає стільки матеріалу для розвитку математичної ініціативи і логічних навичок, як геометричні задачі на побудову.

Вони зазвичай не допускають стандартного підходу до них і формального сприйняття їх учнями. Задачі на побудову зручні для закріплення теоретичних знань з будь-якого розділу шкільного курсу геометрії.

Геометричні побудови виконують важливу роль в підготовці учнів. Виконання різних геометричних побудов сприяють розвитку логічного мислення, просторової уяви учнів, формують графічні навички, розвивають конструктивні здібності, допомагають кращому засвоєнню теоретичного матеріалу. Діючі навчальні посібники написані так, що всі розділи програми вивчаються з широким залученнями геометричних побудов і вимірювань.

На геометричних побудовах ґрунтується використання в геометрії конструктивних прийомів при вивченні різних понять і доведень теорем. Наприклад, понять симетрії щодо точки (So), щодо прямої (Sg), і інших перетворень, поняття призми, піраміди, конуса, а уявні побудови в стереометрії є доказом існування тієї або іншої фігури .

Розглянемо зміст тлумачення «фігура». Фігурою в геометрії називають будь-яку сукупність точок, що містить принаймні одну точку.

У просторі дана деяка площа, яку назвемо основною площиною.

Прикладами фігур можуть бути: точка, пара точок, пряма, пара паралельних прямих, відрізок, інтервал, промінь, окружність і ін.

Одна фігура називається частиною іншої фігури, якщо кожна точка першої фігури належить другій фігурі.

Об'єднанням двох або декількох фігур називається сукупність всіх точок, що належать хоча б одній з цих фігур.

Перетином, або загальної частиною декількох фігур, називається сукупність всіх точок, які є загальними для цих фігур.

Різницею двох фігур Φ і Φ називається сукупність всіх таких точок фігури Φ , які не належать Φ .

Може виявитися, що перетин (або різницю) двох фігур не містить жодної точки. У цьому випадку говорять, що перетин (або відповідно різниця) даних фігур є порожня множина точок.

Є загально прийняті положення. Наприклад: прийнято вважати, що задача на побудову є розв'язаною, якщо вказана впорядкована скінченна послідовність основних побудов для обраних інструментів, виконання дає фігуру, яка є розв'язком задачі.

Процес розв'язування задачі на побудову полягає в знаходженні такої конкретної послідовності основних побудов.

При розв'язуванні складніших задач число основних побудов досить велике. Тому розв'язування таких задач розбивають на особливі блоки, кожен з яких є розв'язком певної частини задачі. Такий розв'язок відносно простих завдань називають елементарними побудовами. До їх числа відносяться:

- побудова відрізка, рівного даному;
- побудова кута, рівного даному;
- поділ відрізка навпіл;
- поділ кута навпіл;
- поділ відрізка в даному відношенні;
- побудова трикутника за трьома сторонами;
- побудова трикутника за двома сторонами і кутом між ними;
- побудова трикутника за стороною і двома прилеглими кутами;
- побудова прямокутних трикутників;
- побудова серединного перпендикуляра для відрізка;
- побудова прямої, паралельної даній;
- побудова прямої, перпендикулярної даній;
- побудова точок, з яких відрізок видно під даним кутом [7, с. 14].

У шкільному курсі геометрії є досить велика кількість задач на побудову з використанням циркуля та лінійки. Учні з цікавістю вивчають геометрію, добре сприймають цей предмет, якщо вчитель з перших уроків пропонує неважкі графічні вправи, намагається, щоб учні набули чіткого уявлення про геометричне місце точок, властивості геометричних фігур, і викладання всього курсу геометрії супроводжується систематичним розв'язуванням задач на побудову.

За допомогою геометричних задач на побудову учні вчаться проявляти ініціативу, винахідливість, дисципліну та увагу, логічно мислити, самостійно вирішувати поставлені завдання, працювати самостійно чи в групах.

Розв'язання будь-якої задачі на побудову циркулем і лінійкою зводиться до скінченного числа основних побудов, які вивчаються ще у перших розділах курсу геометрії, а саме: побудова бісектриси кута, поділ відрізка навпіл, побудова дотичної до кола. Розв'язати задачу на побудову означає звести її до скінченного числа елементарних побудов, які виконуються за допомогою циркуля та лінійки на основі аксіом конструктивної геометрії.

Задачі на побудову з використанням циркуля та лінійки мають велике значення для розвитку образних форм мислення учнів. Створення спочатку зорового образу, а потім способу побудови розвиває в учнів здатність уявити результат своїх дій.

Однак до сих пір для багатьох характерна недооцінка ролі завдань даного виду. Багато хто вважає, що для розвитку просторового мислення учнів слід регулярно користуватися наочними моделями геометричних об'єктів.

Труднощі посилюється тим, що часто пошук розв'язку задачі являє собою досить складний процес, що вимагає від учнів великої уваги. Для того щоб даний процес протікав успішно, необхідно, щоб учні зацікавилися вирішенням завдань, щоб вони зрозуміли, наскільки цікава дана робота. Тому завжди слід заохочувати прояв учнями винахідливості, ініціативи, самостійності в знаходженні рішення.

Аналіз досліджень і публікацій. Дана тема є достатньо актуальною але на жаль не достатньо досліджувалась. Використання методичного апарату у розв'язуванні задач на побудову з циркулем та лінійкою проаналізувала

Л.Ізюмченко. Дослідники Д.Ізаак та Л.Фрідман вважають, що при розв'язуванні багатьох задач необхідно проводити дослідження завдання, яким чином можна спроектувати побудову з використанням циркуля та лінійки. Велика кількість педагогів та психологів наголошують на розвитку вмінь та навичок учнів під час розв'язування задач на побудову з використанням лінійки та циркуля, серед них: В.Тименко, О.Савченко, Л.Сухарева, Я.Король та інші.

Мета статті: обґрунтувати особливості формування вмінь та навичок учнів під час розв'язування задач на побудову з використанням циркуля та лінійки.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження. Вміння і навички використання задач на побудову за допомогою циркуля та лінійки має вирішальний розвиток просторового мислення дитини, що доведено у дослідженнях Я.Короля [3, 10].

На думку, В.Тименко наочні зображення допомагають розвитку просторових уявлень, але тільки на ранніх щаблях навчання. Надалі вони можуть, навпаки, гальмувати цей розвиток, оскільки не вимагають, щоб учні бачили геометричну форму предметів, самостійно оперували цією формою з метою її перетворення [7, 29].

Г.Філіпповський вважає, що розв'язування задач на побудову полегшує початок розвитку просторової уяви, бо аналіз в задачі на побудову – це міркування в процесі пошуку способів розв'язування, коли учень «робить вигляд», що шукана побудова відбулася [8, 12]. Такі задачі також сприяють формуванню в учнів вміння виділяти окремі кроки в процесі розв'язання та фіксувати їх в процесі його пояснення, бо при розв'язуванні задач на побудову такі кроки пов'язані з практичною діяльністю.

А.Боравльов наголошує на тому, що задачі на побудову сприяють формуванню строгості логічного мислення учнів середньої школи (відокремлення аналізу умови від саме побудови, а останнього від доведення; необхідної умови від достатньої), а їх запис – вміння обґрунтовано та лаконічно формулювати думку [1, 20].

Розв'язування задач на побудову з використанням циркуля та лінійки складається з декількох етапів, а саме: аналіз задачі, тобто пошуку способу

розв'язування задачі; побудова, що в свою чергу означає послідовне виконання основних побудов чи раніше розв'язаних задач, що дають можливість одержати шукану фігуру; доведення, має на меті встановити, що побудована фігура дійсно задовольняє всім умовам задачі; дослідження, тобто скільки розв'язків має задача при кожному виборі заданих елементів.

Навчання учнів геометричних побудов, на думку, І.Ленчук, переслідує дві мети: навчання виконання власне геометричних побудов та навчання розв'язування задач на побудову. Кожному з цих питань в різних класах повинно бути приділена різна увага [4, 10].

Для успішного засвоєння та розв'язування задач на побудову за допомогою циркуля та лінійки вчитель може використовувати емоційні чинники і пізнавальні інтереси (наприклад, без використання транспортира побудувати бісектрису кута, не використовуючи ділення лінійки розділити відрізок навпіл).

З перших уроків геометрії, підбиваючи учнів до розв'язування задач на побудову, треба забезпечувати їм деяку самостійність, а тоді, коли це необхідно, направити їх думку на бажаний шлях.

Л.Сухарева, вважає, що іноді, навіть слід викликати в учнів ілюзію самостійності з тим, щоб надати їм впевненості, зацікавленості у розв'язування задач на побудову. Міра самостійності в роботі, що виконується учнями, повинна визначатися вчителем, виходячи з їхнього віку, підготовки, складності розв'язання задачі [6, 18].

Основними методами розв'язування задач на побудову з використанням лінійки та циркуля якими повинен оперувати учень основної школи є: метод перетину геометричного місця точок; метод геометричних перетворень; алгебраїчний метод.

Але іноді виникають труднощі в учнів у вирішенні таких завдань через їх не самостійність, не достатню обізнаність у навчальному предметі, низьку мотиваційну та пізнавальну складову та інші фактори. Що в свою чергу стимулює педагогів з геометрії звертати увагу на дану проблему та зацікавлювати учнів у вирішенні поставлених завдань.

На нашу думку ефективним у розв'язуванні задач на побудову з використанням циркуля та лінійки є правильно сформована мотиваційна

складова, що сприяє формуванню в учнів до самостійного вирішення задач. Також вчитель повинен враховувати вікові та індивідуальні особливості кожного учня та класу в цілому, їх рівень знань та добирати ті методи та засоби, що як найефективніше сприяли до стимулювання учнів.

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Отже, розв'язування задач на побудову з використанням циркуля та лінійки в основній школі іноді має свої труднощі у виконанні, але якщо педагог чітко та налагоджено організовує навчальний процес на уроках геометрії, тоді труднощів не виникає. Так до прикладу учні при розв'язуванні задач на побудову однієї лінійкою у разі заборони використання циркуля, але в такому випадку можливості однієї лінійки виявляються вкрай обмеженими, не можна навіть розділити відрізок навпіл. Однак, якщо на лінійці є дві позначки з довільною відстанню між ними, то всі традиційні побудови можна відтворити. Звичайно, лінійкою можна намалювати коло, але якщо для окружності відомий центр і радіус, то можна знайти точки перетину з прямою або з іншим колом; цього виявляється цілком достатньо. З використанням циркуля можна провести пряму лінію, тому вважається, що пряма задана двома своїми точками. Використання циркуля та лінійки у задачах на побудову є ефективним у формуванні в учнів навичок та умінь логічно мислити, розвивати уяву, самостійно виконувати завдання.

Список використаної літератури

1. Боравльов А.П. Аналіз у розв'язанні задач на побудову: Навч. посіб. для студ. мат. спец. вищ. пед. навч. закл. / А.П. Боравльов, І.Г. Ленчук. – К.: Вища шк. 2012., – 191 с.
2. Гібалова Н.В. Математика : навч. посіб. / Н.В. Гібалова, Н.Д. Карапузова, В.А. Ржеко; Полтав. нац. пед. ун-т ім. В.Г. Короленка. 2-е вид., перероб. – Полтава: АСМІ, 2017. –360 с.
3. Король Я. Формування практичних умінь і навичок на уроках математики / Я. Король. – Тернопіль: Навчальна книга Богдан, 2000. – 136 с.
4. Ленчук І.Г. Система навчання майбутнього вчителя конструктивної геометрії: монографія / І.Г. Ленчук. – Житомир, 2011. – 356 с.
5. Математика. Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів / М.І. Бурда, Ю.І. Мальований, Є.П. Нелін, Д.А. Номіровський, А.В. Паньков, Н.А.

- Тарасенкова, М.В. Чемерис, М.С. Якір [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.mon.gov.ua/ua//activity/education/56/generalsecondareducation/educational>
6. Сухарева Л. Як розвинути просторову увагу вашої дитини / Л. Сухарев. – Х.: Вид-во «Ранок», 2009. – 80 с.
 7. Тименко В.П. Концептуальні засади формування конструктивних умінь в учнів початкової школи [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://eprints.zu.edu.ua/1413/1/72.pdf>
 8. Філіпповський Г.Б. Чудові обмеження в задачах на побудову /Г.Б. Філіпповський. – Х.: Вид. група «Основа». 2011.– 143 с.