

**РОЗРОБКА ФАКУЛЬТАТИВНОГО КУРСУ НА ТЕМУ
МНОГОЧЛЕНИ В КІЛЬЦІ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ**

Матвієнко Вікторія, Нічишина Вікторія

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук, доцент Нічишина В.В.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені

Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті висвітлено актуальність вивчення теми «Многочлени в кільці дійсних чисел» у старшій школі та обґрунтовано застосування цієї теми на факультативних заняттях з математики. Основне завдання статті – розробити структуру факультативного курсу з даної теми, його програму та продемонструвати зміст одного із занять факультативного курсу з розділу «Многочлени в кільці дійсних чисел».

***Ключові слова:** факультативний курс, раціональні корені многочлена, рівняння, методика викладання математики.*

Creation of the elective course "Polynomial in the circle of real numbers"

V. Matvienko, V. Nichyshyna

Scientific supervisor: Candidate of Pedagogic Science, Docent Nichyshyna V.V.

*The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University,
Kropyvnytsky, Ukraine*

The article is dedicated to the study of Polynomial in the circle of real numbers in high school. The usage of this topic in elective courses of Maths is also actualized in the article. The aim of the article is to create the structured plan of elective course of the following topic, its program and to demonstrate the concept of one of the elective course lessons from the chapter "Polynomial in the circle of real numbers".

***Key words:** elective course, rational roots of Polynomial, equation, methodology of teaching Maths.*

Постановка проблеми. На сучасному етапі розвитку суспільства перед системою освіти стоїть важлива задача підготовки підростаючого покоління, яке здібне до творчості, відповідає навчальним потребам суспільства і держави, успішне в професійній та соціальній сферах.

Розв'язання цієї задачі в певній мірі буде сприяти успішному оволодінню учнями математичних знань, оскільки все більшої актуальності набувають

математичні методи дослідження в областях знань, що не є суміжними з математикою.

Одне з найважливіших математичних понять, яке має широке практичне застосування, є многочлени. Пошук коренів многочленів є однією з найважливіших задач алгебри. Слід зауважити, що іноді навіть немає потреби знаходити числові значення коренів, а досить лише з'ясувати їх розміщення на площині (теорія стійкості в механіці). Тематика задач не виходить за рамки основного курсу, але рівень їх складності значно перевищує обов'язковий. Тому такий факультатив є доречним і необхідним для поповнення багажу знань учнів.

Для класів гуманітарного профілю, учні яких орієнтуються на поглиблене вивчення історії, літератури, мови, мистецтва та інших областей гуманітарного знання, і при цьому в більшості випадків мають низький рівень інтересу і мотивації до вивчення математики, головним завданням при створенні даного математичного курсу буде змінити ставлення цих учнів до математики. Для класів з поглибленим вивченням математики курс представлений з метою поглибити знання з математики.

При відвідуванні факультативних занять учні дізнаються про різноманітні способи знаходження коренів многочленів.

Аналіз досліджень і публікацій. Матеріал з теми «Многочлени в кільці дійсних чисел» є доволі складним для учнів старших класів та має прикладний характер, тому найбільш ефективним способом для засвоєння знань з теми є використання факультативного курсу, адже факультативні заняття підвищують ефективність навчальної діяльності шляхом індивідуалізації.

Островерхова Н. М. зазначила, що факультативні заняття – це «одна з ефективних форм диференційованого навчання, яка розрахована на розвиток пізнавальних інтересів, здібностей та формування професійної орієнтації учнів, оволодіння методами наукових досліджень» [3].

Також варто зазначити, що одне із завдань факультативних занять є сформувати потребу продовжувати навчання при будь-якому виборі подальшого життєвого шляху.

На думку Фіцули Михайла, факультативні заняття сприяють розвитку творчості, здібностей, талантів [6].

В Україні питання про факультативні курси ретельно вивчено Л. Ю. Благодаренко. Нею досліджено сучасні підходи до факультативів, запропоновані методології до їх організації та проведення. Також розробкою програм факультативів займаються такі науковці, як О. І. Павленко, В. Д. Сиротюк, М. І. Шут.

Мета статті. Метою є розробка факультативного курсу з теми «Многочлени в кільці дійсних» та методики його викладання для учнів старших класів.

Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження.

Вивчення курсу «Многочлени в кільці дійсних чисел» передбачає формування в учнів інтересу до питань математики, розвиток уявлень про математику та збагачення досвіду її використання.

Очікується, що результатами освоєння учнями цього факультативу можуть стати наступні уміння:

- використовувати математичні знання, алгебраїчний і геометричний матеріали для опису і розв'язування задач прикладного характеру;
- застосовувати отримані знання для знаходження коренів многочленів;
- наводити узагальнення і відкривати закономірності на основі аналізу часткових прикладів, експериментів, висувати гіпотези і робити необхідні перевірки.

Програма надасть учителю можливість формувати в учнів загальну математичну культуру, математичний стиль мислення; розуміння того, як за допомогою математичного апарату можна досліджувати оточуючий нас світ.

Програма забезпечить подальший розвиток змістових ліній освітньої галузі «Математика», а саме:

- поняття про дійсні числа;
- многочлен;
- розв'язування многочлена;
- степінь;
- корінь многочлена.

Зміст навчального курсу формується за принципом наступності, поєднання науковості та доступності навчального матеріалу [7].

Особливістю занять має бути спонукання учнів до самоосвіти.

В результаті вивчення тем факультативного заняття в учнів будуть сформовані уявлення:

- про многочлени та різноманітні методи розв'язування многочленів;
- про знаходження проміжків, де містяться корені многочлена;
- про раціональні корені многочлена та способи їх знаходження;
- про метод Феррарі та його застосування.

Факультативний курс розрахований на 11 занять – 2 заняття на тиждень. Такий розподіл є доречним, оскільки така кількість годин дозволяє показати більш вагомні способи знаходження коренів многочлена та визначення проміжків їх знаходження. А розподіл у вигляді двох занять на тиждень дає достатньо часу для підготовки до заняття.

Планування

№п/ п	Тема заняття	Кількість годин
1.	Поняття кореня многочлена	2
2.	Метод Штурма	4
3.	Раціональні корені многочлена	2
4.	Метод Феррарі	8
5.	Нестандартні способи розв'язування алгебраїчних рівнянь	6

Розглянемо одне із занять факультативного курсу «Многочлени в кільці дійсних».

Заняття 1: «Поняття кореня многочлена»

Тема: Поняття кореня многочлена.

Мета:

Навчальна: навчити учнів підбирати оптимальні способи для знаходження коренів многочленів.

Виховна: виховати раціональність, терплячість, логічне мислення, розсудливість.

Розвиваюча: розвинути пізнавальний інтерес учнів, увагу, інтерес до математики, винахідливість.

Обладнання: дошка, крейда, навчальний посібник.

Хід заняття:

I. Організаційний момент.

Перевірка готовності учнів до заняття, налаштування на роботу.

II. Мотивація навчальної діяльності.

Одним з основних понять сучасного шкільного курсу алгебри є поняття многочлена. Це поняття пройшло довгий історичний шлях свого розвитку у математиці. Його історичними коренями є рівняння першого і другого степеня, які розв'язувалися у древньому Вавилоні ще 2 тисячі років до нашої ери. Пізніше ці рівняння були описані у VII-ій та VIII-ій книгах з математики стародавнього Китаю. Загалом, до середини XIX століття, основним змістом алгебри було розв'язування рівнянь різних степенів та їх систем. Суттєвим для розвитку теорії многочленів стали три важливих події у світі математики.

Франсуа Вієт – французький математик, який започаткував алгебру як науку про перетворення виразів, про розв'язування рівнянь у загальному вигляді.

У сучасній математиці многочленам належить значна роль. Так результати моделювання різних процесів засобами математики та комп'ютерної

техніки часто приводять до рівнянь, розв'язування яких безпосередньо пов'язане з теорією многочленів.

На сьогоднішньому уроці ми з вами починаємо більш детально вивчати теорію многочленів.

III. Формулювання теми та мети заняття.

Тому тема сьогоднішнього заняття: «Поняття кореня многочлена».

Почнімо с деяких означень.

IV. Сприйняття та усвідомлення нового матеріалу.

Відомо, що многочленом від однієї змінної над областю цілісності R називається вираз виду $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, де n – довільне ціле невід'ємне число, $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ – елементи R , а x, \dots, x^{n-1}, x^n – деякі символи; x^k називається k -м степенем змінної x (або невідомого x), а a_k – k -м коефіцієнтом многочлена або коефіцієнтом при x^k ($k = 0, 1, \dots, n$) [1].

Нехай $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ – многочлен над полем P , а Δ – будь-яке розширення поля P (зокрема, може бути $\Delta = P$). Для довільного $\alpha \in \Delta$ можна обчислити значення многочлена $f(x)$ при $x = \alpha$ (або в точці α), тобто елемент $f(\alpha) = a_n \alpha^n + a_{n-1} \alpha^{n-1} + \dots + a_1 \alpha + a_0 \in \Delta$.

Нас особливо цікавитимуть такі елементи $\alpha \in \Delta$, для яких значення $f(\alpha)$ є нулем поля P (або, що те саме, поля Δ).

Означення. Коренем многочлена $f(x) \in P[x]$ називається елемент α будь-якого розширення Δ поля P такий, що $f(\alpha) = 0$.

Корінь многочлена $f(x)$ називають також нулем многочлена $f(x)$ [2].

Щоб знайти корені рівняння з достатнім степенем точності, треба знати, як ці корені розміщені на комплексній площині або на дійсній осі. Обмежимося розглядом питань, пов'язаних з розміщенням на дійсній осі коренів рівнянь з дійсними коефіцієнтами, що мають особливо важливе значення для задач практичного характеру.

Теорема. Усі дійсні корені рівняння

$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0$, містяться в інтервалі $(-M, M)$, де

$$M = \frac{A}{|a_n|} + 1 \quad (A = \max\{|a_{n-1}|, \dots, |a_1|, |a_0|\}).$$

V. Закріплення нових знань.

Приклад 1. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $5x^3 - x^2 + 2x - 6 = 0$ [5].

Очевидно, що $A = \max\{|-1|, |2|, |-6|\} = 6$, а $|a_n| = 5$, отже всі $x \in \left(-\frac{11}{5}; \frac{11}{5}\right)$.

Відповідь: $x \in \left(-\frac{11}{5}; \frac{11}{5}\right)$.

Приклад 2. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $9x^5 - 4x^4 + x^3 - 2x^2 + 7x + 3 = 0$.

У даному рівнянні $A = \max\{|1|, |-2|, |3|, |-4|, |7|\} = 7$ та $|a_n| = 9$, тому всі $x \in \left(-\frac{16}{9}; \frac{16}{9}\right)$.

Відповідь: $x \in \left(-\frac{16}{9}; \frac{16}{9}\right)$.

Приклад 3. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $15x^7 - 6x^3 + 23x = 0$.

$A = \max\{|-6|, |23|\} = 23$ та $|a_n| = 15$, тому всі $x \in \left(-\frac{38}{15}; \frac{38}{15}\right)$.

Відповідь: $x \in \left(-\frac{38}{15}; \frac{38}{15}\right)$.

Приклад 4. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $-x^{10} - 3x^8 + 4x^5 - 48x^2 + 50x - 7 = 0$.

$A = \max\{|-3|, |4|, |-48|, |50|, |-7|\} = 50$ та $|a_n| = 1$, тому всі $x \in (-51; 51)$.

Відповідь: $x \in (-51; 51)$.

Приклад 5. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $6x^6 - 18x^5 + 9x^4 - 21x + 8 = 0$.

$$A = \max\{|-18|, |9|, |-21|, |8|\} = 21 \text{ та } |a_n| = 6, \text{ тому всі } x \in \left(-\frac{27}{6}; \frac{27}{6}\right).$$

$$\text{Відповідь: } x \in \left(-\frac{27}{6}; \frac{27}{6}\right).$$

Приклад 6. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $-105x^4 - x^3 - 54x^2 - 8 = 0$.

$$A = \max\{|-1|, |-54|, |-8|\} = 54 \text{ та } |a_n| = 105, \text{ тому всі } x \in \left(-\frac{159}{105}; \frac{159}{105}\right).$$

$$\text{Відповідь: } x \in \left(-\frac{159}{105}; \frac{159}{105}\right).$$

VI. Підсумки заняття.

Отже, на сьогоднішньому уроці ми з вами зрозуміли важливість многочленів в математиці, визначили, що є коренем многочлена, та ознайомились з алгоритмом, який дозволяє відшукати інтервали, що містять у собі корені многочленів.

VII. Домашнє завдання.

Приклад 1. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $9x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 5x + 10 = 0$.

$$A = \max\{|-5|, |2|, |6|, |10|\} = 10, \text{ а } |a_n| = 9, \text{ отже всі } x \in \left(-\frac{19}{9}; \frac{19}{9}\right).$$

$$\text{Відповідь: } x \in \left(-\frac{19}{9}; \frac{19}{9}\right).$$

Приклад 2. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $-48x^5 + x^3 - 16x + 4 = 0$.

$$A = \max\{|-16|, |1|, |4|\} = 16, \text{ а } |a_n| = 48, \text{ отже всі } x \in \left(-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

$$\text{Відповідь: } x \in \left(-\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Приклад 3. Визначити інтервал, в якому містяться дійсні корені рівняння $79x^8 - 35x^7 + 6x^6 - 4x^5 + x^4 = 0$.

У даному рівнянні $A = \max\{|-35|, |6|, |-4|, |1|\} = 35$ та $|a_n| = 79$, тому всі $x \in \left(-\frac{114}{79}; \frac{114}{79}\right)$.

$$\text{Відповідь: } x \in \left(-\frac{114}{79}; \frac{114}{79}\right).$$

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.

Цінність факультативів не тільки в навчанні, але й у виховному впливі на учнів. Саме в позакласній роботі учні мають можливість повною мірою виявити свої творчі здібності. Дослідницька робота школярів робить на них величезний емоційний вплив, дає можливість випробувати ні з чим непорівняну радість творчості. У невеликій групі педагог має можливість простежити за ходом думки кожного учня, показати усім красу знахідок одного з них [4].

На мою думку, цікавість допоможе школярам освоїти факультативний курс з даної теми, ідеї і методи математичної науки, які містяться в ньому, логіку і прийоми творчої діяльності.

Список використаної літератури

1. Завало С.Т. Алгебра і теорія чисел / С.Т. Завало, В.М. Костарчук, Б.І. Хацет. – К. : Вища школа, 1976. – 384 с.
2. Ляпин Е. Алгебра и теория чисел / Е.Ляпин, А. Евсеев. – М. : Просвещение, 1974. – 448 с.
3. Островерхова Н. М. Аналіз уроку: концепції, методика, технології / Н. М. Островерхова, Інститут педагогіки АПН України . – Київ : ІНКІОС, 2003 . – 351 с.
4. Слєпкань З.І. Методика навчання математики: Підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – К.: Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
5. Фадєєв Д. К. Збірник задач з вищої алгебри / Д. К. Фадєєв, І. С. Сомінський. – К. : Вища школа, 1971. – 288 с.
6. Фіцула М. М. Педагогіка вищої школи: навч. посіб. / М. М. Фіцула. – К. : «Академвидав», 2006. – 352 с.
7. Шарко В. Д. Сучасний урок: технологічний аспект : посібник для вчителів і студентів [Текст] / В. Д. Шарко. – К., 2006. – 220 с.