

УДК 519.23

СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ МАТЕМАТИЧНИХ ТЕСТІВ НЕКЛАСИЧНОГО ТИПУ

Лопуленко Владислав, Макарчук Олег

Науковий керівник: канд.ф.-м. наук, доцент Макарчук О.П.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет

імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький Україна

Стаття присвячена побудові системі тестових завдань з неklasичним підходом оцінювання, апробація останніх на групі випробуваних та статистичному аналізу відповідних результатів.

Ключові слова: тест, апробація, кореляція, статистика, математичне сподівання, дихотомічний.

STATISTICAL ANALYSIS OF MATHEMATICAL TESTS OF NON-CLASSIC TYPE

Lopulenko Vladislav, Makarchuk Oleg

Scientific adviser: Ph.D. Sciences, associate professor Makarchuk O.P.

Central Ukrainian State Pedagogical University

named after Volodymyr Vynnychenko, Kropivnitsky Ukraine

The article is devoted to the construction of a system of test tasks with a non-classical evaluation approach, testing of the latter in the group of probed and statistical analysis of the corresponding results.

Keywords: test, approbation, correlation, statistics, mathematical expectation, dichotomy.

Постановка проблеми. побудова тестових систем неklasичного типу та статистичний аналіз показників апробації останніх.

Аналіз досліджень і публікацій. Сучасні зміни, що відбуваються у системі освіти України, викликані прагненням до вдосконалення її якості як необхідної умови євроінтеграції. **Тест (від англ. test – проба, випробування, перевірка)** – стандартизоване, часто обмежене у часі випробування, призначене для встановлення кількісних (і якісних) індивідуально-психологічних відмінностей. Безумовно основним напрямком використання тестів є цілеспрямованість на освітні стандарти, тобто педагогічну складову потрібно виокремити в процесі аналізу відповідного поняття.

Розробка окремих питань методики контрольної діяльності А.М.Аванесовим [1], Л.Ф.Бурлачуком та С.М.Морозовим [4], А.А.Киверялгом [9] та окремі не завжди високопрофесійні публікації у періодичних виданнях не дозволяють створити ні методологічне, ні методичне забезпечення проблеми тестування у навчальному процесі вищої школи.

Більшість європейських країн проводять випускні та вступні іспити шляхом зовнішнього тестування. Починаючи з 1993 року систему зовнішнього незалежного оцінювання активно впроваджують також у країнах колишнього Радянського Союзу.

Безумовно хоча тести і є мірилом знань відповідного опитуваного в тій чи іншій області наукової діяльності в сучасний час актуальним також становиться вміння не тільки вирішувати ту чи іншу проблему але і вміння визначати чи вона має по суті вирішення[6]. Також важливим є вміння реагувати на провокації, а саме не тільки шукати розв'язок, а і визначати чи є він серед списку можливих. На розгляд відповідних моментів і націлена наукова робота.

Проблема дослідження: кількісно проаналізувати ефективність використання тестових завдань з неklasичною формою та шкалою вимірювання.

Побудуємо математичний тест науково-флексивного характеру. З'ясуємо етимологію слова флексивний. Вона походить від латинського flexio «згинання, перегиб». Тобто відповідне слово використовується як синонім вміння адаптуватися при зміні відповідних умов. Даний тест має ту особливість, що для деяких питань не має правильної відповіді, що змушує випробуваних не просто шукати чи вгадувати правильну відповідь а і аналізувати саме питання. Перед проведенням відповідного тесту вказується, що можуть бути питання на які не має правильної відповіді. Відповідні завдання мають таку ж саму структуру як і в завданнях ЗНО по математиці з якими можливо ознайомитись з ресурсу <https://zno.osvita.ua>.

Завдання в яких немає правильної відповіді виділені курсивом. Відповідний тест адаптований до тесту 2017 року.

1. Якщо для суміжних кутів $\angle 1 : \angle 2 = 2 : 1$, то $\angle 1 = ?$

А	Б	В	Г	Д
100°	110°	120°	130°	140°

2. Укажіть число, що є розв'язком нерівності: $\frac{6}{2x-3} \geq 1$

А	Б	В	Г	Д
0	1	-22	-1	-2

3. $0,6x^2 \cdot 5x^5 =$

А	Б	В	Г	Д
$3x^7$	$3x^{10}$	$30x^7$	$30x^{10}$	$0,3x^{10}$

4. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 5^x = 25^{-1} \end{cases}$. Якщо $(x_0; y_0)$ розв'язок цієї системи, то

$x_0 \cdot y_0 =$

А	Б	В	Г	Д
-12	-24	12	24	36

5. Укажіть функцію графіком якої є пряма

А	Б	В	Г	Д
$y = 3^x$	$y = x^2 + 4x$	$y = 2\cos(x)$	$y = 72\ln(x)$	$y = x(4 - x)$

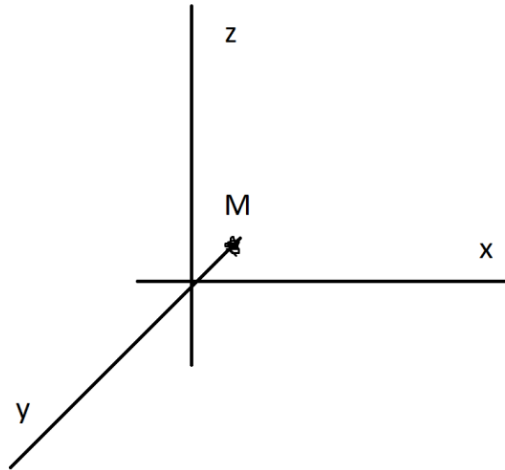
6. Трикутник з сторонами 3; 4; 16 є

А	Б	В	Г	Д
прямокутним	гострокутним	тупокутним	рівнобедреним	рівностороннім

7. Спростіть вираз: $\frac{1}{a(a+b)} - \frac{1}{a(a-b)}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{a^2 - b^2}$	$\frac{2}{a^2 - b^2}$	$\frac{2a}{a^2 - b^2}$	$\frac{2 + a}{a^2 - b^2}$	$\frac{1}{a^2 + b^2}$

8. Який із варіантів підходить для координат точки М:

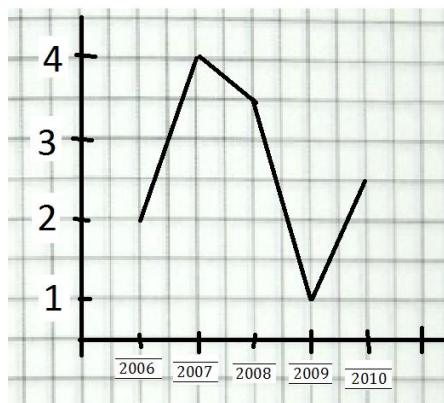


А	Б	В	Г	Д
$M(-3; 0; 0)$	$M(0; -3; 10)$	$M(0; 0; -3)$	$M(-3; 1; 0)$	$M(-3; 0; 1)$

9. Для арифметичної прогресії: $d = 0,6$; $a_{11} = 7$. Тоді $a_{101} =$

А	Б	В	Г	Д
1	4,2	42	61	6,1

10. Курс долара по відношенню до африканського зайчика зображений на малюнку. Укажіть рік в який відбулась **НАЙМЕНША** зміна курсу.



А	Б	В	Г	Д
2006	2007	2008	2009	2010

В процесі апробації тестових завдань брали участь **10 студентів**, які відповідали на завдання відповідного тесту який містить **10 завдань**.

Індивідуальний бал X_i випробування – це кількість правильних відповідей на тест. Цей бал обчислюється за формулою

$$X_i = \sum_{j=1}^M a_{ij},$$

де M – кількість завдань тесту.

Кількість правильних відповідей R_j на j -завдання обчислюється за формулою

$$R_j = \sum_{i=1}^N a_{ij}$$

де N – кількість учасників тестування.

Похідні величини від вище вказаних:

1) кількість неправильних відповідей на j -те завдання:

$$W_j = N - R_j;$$

2) долю правильних відповідей на j -те завдання:

$$p_j = \frac{R_j}{N};$$

3) долю не правильних відповідей на j -те завдання:

$$q_j = 1 - p_j.$$

Також введемо поняття долі неправильної від'ємної відповіді: $f_j = \frac{R_j^*}{N}$,

де R_j^* – кількість результатів -1 .

Результати та статистичні показники: індивідуальний бал X_i випробування, кількість правильних відповідей R_j , і похідні від них мають вигляд.

Таблиця 1. Статистичні показники результату апробації тесту.

Студ\завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	X_i
1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	4
2	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	7
3	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	6
4	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	5
5	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	8
6	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	4
7	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	5
8	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	7
9	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	5
10	0	0	1	0	0	1	1	1	1	0	5
R_j	5	5	7	4	5	8	9	6	5	2	
W_j	5	5	3	6	5	2	1	4	5	8	
p_j	0,5	0,5	0,7	0,4	0,5	0,8	0,9	0,6	0,5	0,2	
q_j	0,5	0,5	0,3	0,6	0,5	0,2	0,1	0,4	0,5	0,8	

Обчислимо класичні міри центральної тенденції тестових балів:

Мода: це таке значення, яке у вибірці зустрічається найчастіше.

Нагадаємо, що **медіана** це значення, яке ділить упорядкований набір даних навпіл так, що одна половина значень менша за медіану, а друга більша.

Середнє вибіркве обчислюється за формулою:

$$X = \frac{X_1 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$$

Для характеристики степеня розсіювання окремих значень навколо середнього використовуються різні міри: **розмах, дисперсія, стандартне відхилення.**

Дисперсія обчислюється за формулами:

$$S_X^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N - 1} = \frac{N \sum_{i=1}^N X_i^2 - (\sum_{i=1}^N X_i)^2}{N(N - 1)}$$

Стандартне відхилення дорівнює кореню квадратному з дисперсії:

$$S_X = \sqrt{S_X^2}.$$

Таблиця 2. Міри центральної тенденції тестових балів тесту.

<i>мода</i>	5
<i>медіана</i>	5
<i>розмах</i>	4
<i>Середнє вибіркове</i>	5,6
<i>дисперсія</i>	1,65
<i>Середнє квадратичне відхилення</i>	1,29

Обраховуємо міри центральної тенденції та коваріації Пірсона.

Степінь відхилення емпіричного розподілу від симетричного характерного для нормальної кривої, оцінюється за допомогою **асиметрії**, яка обчислюється за формулою:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^N X_i - X^3}{NS_X^3}$$

За допомогою **ексцесу** можна виявити форму вершини розподілу. **Ексцес** обчислюється за формулою:

$$E = \frac{\sum_{i=1}^N X_i - X^4}{NS_X^4} - 3.$$

Таблиця 3. Значення асиметрії та ексцесу тесту

асиметрія	0,481
ексцес	-0,964

Коефіцієнт кореляції обчислюється за формулою:

$$r_{XY} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - X)(Y_i - Y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - X)^2 \sum_{i=1}^N (Y_i - Y)^2}}$$

Таблиця 4. Кореляційна матриця тесту.

r_{XY}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	-0,2	0,21821 8	0,40824 8	0,6	-0,5	0,33333	0,40825	-0,2	-1,38778E- 17
2	-0,2	1	- 0,21822	0,40824 8	-0,2	0	0,33333 3	-4,5E-17	-0,2	-4,16334E- 17
3	0	0	1	- 0,35635	- 0,21822	- 0,32733	- 0,21822	- 0,08909	0,21821789	- 0,21821789
4	0,5	-0,5	0,10206	1	0,40824 8	- 0,10206	0,27216 6	- 0,16667	0	0,10206207 3
5	0,6	-0,2	0,40825	0,5	1	-0,5	0,33333	0,40825	0,2	0,5
6	- 0,21822	0,21821 8	- 0,53452	- 0,21822	- 0,21822	- 1	- 0,16667	0,61237 2	-0,5	0,25
7	- 0,33333	0,33333 3	0,40824 8	0,16666 7	- 0,33333	- 0,21822	- 1	- 0,27217	0,33333333 3	0,66666666 7
8	- 0,65465	0,21821 8	- 0,08909	- 0,76376	- 0,65465	- 0,52381	- 0,21822	- 1	0	0,40824829
9	-0,2	-0,2	0,40824 8	-1,4E-17	0,2	- 0,65465	0,33333 3	- 0,21822	1	1,38778E- 17
10	-1,4E-17	-1,4E-17	0,61237	-0,25	0,5	0,32732 7	- 0,66667	0,32732 7	1,38778E- 17	1
r	0,49379 5	0,66976 9	0,07020 4	0,89483 4	1,08382 6	- 0,45112	0,00239 6	0,37706 6	0,85155122 4	1,37542580 6

Потрібно відзначити, що відповідні статистичні обрахунки здійснювались за класичною схемою та відповідними формулами [2].

В результаті статистичної обробки результатів досліджень можливо зробити наступні висновки:

1) низька дисперсія індивідуальних балів свідчить *про слабку диференціацію випробовуваних в групі*.

2) асиметрія *0,481* є додатною тому *тест можна вважати важким*, а також ексцес *-0,964* є від'ємним тому *крива розподілу є плосковершинною і є унімодальною*.

3) в кореляційній матриці значень кореляції наявні *як від'ємні сумарні значення, що є небажаними (наприклад для завдання 6)*, так і одиничні значення близькі до одиниці, що свідчить про, те що деякі завдання для даної групи потрібно виключити *(наприклад для завдань 8 і 4)*, найбільш *близьке до 0* значення сумарної кореляції відповідає *завданню 3*, що підтверджує про незначну корельованість цього завдання з усім тестом і *можливість його виключення*.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Аванесов В. С. Вопросы методологии педагогических измерений / В. С. Аванесов // Педагогические измерения. – 2005. – № 1. – С. 3–27.
2. Аванесов В. С. Определение, предмет и основные функции педагогической диагностики / В. С. Аванесов // Педагогическая диагностика. – 2002. – № 1. – С. 41–43.
3. Аванесов В. С. Опыт построения теста для оценки знаний студентов / В. С. Аванесов, Б. В. Володин, В. И. Короза // Научная организация учебного процесса. – М. : МИФИ, 1976. – № 3. – С. 15–34.
4. Бернштейн М. С. К методике составления и проверки тестов / М. С. Бернштейн // Вопросы психологии. – 1968. – № 1. – С. 51–66.
5. Бернштейн М. С. Методологические предпосылки метода тестов / М. С. Бернштейн // Тесты: теория и практика / [под ред. М. С. Бернштейна]. – Москва : Работник просвещения, 1930. – Т. 3. – С. 3–37.
6. Бине А. Введение в экспериментальную психологию / А. Бине ; [пер. с франц.]. – СПб. : Тип. В. Безобразова, 1903. – 215 с.

7. Вихрущ В.О. Методологія та методика наукового дослідження. – Тернопіль: Тайп, 2005. – 224 с.
8. Клайн П. Справочное руководство по конструированию тестов. Введение в психометрическое проектирование. – К.: ПАН ЛТД, 1994. - 283 с.
9. Кыверялг А.А. Методы исследования в профессиональной педагогике. – Таллинн, Валгус, 1980. – 334 с.