

**ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ  
СТАРШОЇ ШКОЛИ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ  
АЛГЕБРИ І ПОЧАТКІВ АНАЛІЗУ**

**Єременко Оксана**

**Науковий керівник: канд.пед.наук, старший викладач Дереза І. С.**

*Криворізький державний педагогічний університет, м. Кривий Ріг, Україна*

*У статті розкрито сутність поняття «математична компетентність», виділено предметно-галузеві математичні компетентності та показано можливості її формування у процесі вивчення алгебри та початків аналізу. Розглянуто формування процедурної компетентності учнів старшої школи на прикладі вивчення визначених інтегралів, а саме знаходженні площі криволінійної трапеції в залежності від її розташування на координатній площині.*

*Ключові слова: математична компетентність, визначений інтеграл, процедурна компетентність, площа криволінійної трапеції.*

***Formation of mathematical competence of high school student in the process of study  
algebra and the beginning of analysis***

***O. Yeremenko***

**Scientific supervisor: Candidate of Pedagogical Sciences, Senior Lecturer Dereza I. S.**

*Kyryv Rih State Pedagogical University, Kryvy Rih, Ukraine*

*In the article the essence of the concept of «mathematical competence» is disclosed, the subject-branch mathematical competencies are highlighted and the possibilities of its formation in the process of studying algebra and the principles of analysis are shown. The formation of procedural competence of high school students is considered on the example of the study of definite integrals, namely the finding of the area of the curvilinear trapezium, depending on its location on the coordinate plane.*

*Keywords: mathematical competence, definite integral, procedural competence, the area of the curvilinear trapeze.*

**Постановка проблеми.** Головною метою освіти є формування розвинутої та творчої особистості, забезпечення можливостей для її постійного культурного та духовного самовдосконалення. Але зміст освіти недостатньо відповідає вимогам суспільства на ринку праці, тому зараз відбувається його модернізація, однією із складових якої є компетентнісний підхід, що полягає у

спрямованості начального процесу на формування та оволодіння учнями набором компетентностей.

Алгебра та початки аналізу як шкільний предмет має достатній потенціал для формування та розвитку стійких компонентів творчого стилю мислення, тих якостей, які необхідні людині для того, щоб бути успішною в сучасному житті, тобто бути компетентною. Саме математична освіта сприяє розвитку пам'яті, уваги та просторової уяви учнів, формує уміння аналізувати, узагальнювати та робити висновки. Крім того, надзвичайно важливе значення має алгебра для вивчення інших шкільних дисциплін, таких як фізика, хімія, біологія, астрономія, а також вона розглядає задачі прикладного спрямування, які пов'язані з різними галузями науки, техніки, економіки та виробництва – звідси й актуальність розвитку математичної компетентності.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Питанням реалізації компетентнісного підходу в математичній освіті присвячені праці І. Аллагулової, В. Ачкана, Л. Зайцевої, С. Скворцової, Н. Бібік, І. Єрмакова, О. Овчарук, О. Пометун, Дж. Равена, С. Шишова, А. Капіносова, С. Ракова, Є. Скафи, Н. Тарасенкової, І. Зіненко, Д. Кудрявцевої та ін. Вчені однозначно наголошують на тому, що саме компетентнісний підхід є одним з шляхів, що сприяє модернізації освіти й підвищує результативність навчання.

Не зважаючи на велику кількість досліджень щодо впровадження компетентнісного підходу в процес навчання, значно менше уваги приділяється розвитку математичної компетентності у старшокласників.

**Мета статті** – розкрити поняття «математична компетентність» та показати можливості її формування у процесі вивчення алгебри та початків аналізу.

**Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження.** Необхідність модернізації сучасної освіти спонукає вчених до обґрунтування та пошуку способів реалізації компетентнісного підходу в освіті. І змістовна, і процесуальна складові компетентнісного підходу спрямовані на досягнення нового цілісного освітнього результату, який віддзеркалює підсумок

одночасного засвоєння змісту освіти й розвитку особистості, що опанувала значущий для неї зміст [4].

На відміну від традиційного навчання, де учні поступово набувають знання та формують вміння і навички, при компетентнісному підході відбувається поєднання знань та навичок; проектування життєвих ситуацій під час навчання; формування та розвиток навичок творчо використовувати набуті знання.

Особливої уваги потребує формування математичної компетентності старшокласника, оскільки вона буде одним з ефективних засобів його залучення до методів наукового пізнання, оволодіння загальними логічними прийомами мислення, які необхідні як в професійній, так і повсякденній діяльності.

У науковій літературі існують різні погляди на визначення поняття «математична компетентність».

І. Зіненко розглядає математичну компетентність як якість особистості, яка поєднує в собі математичну грамотність та досвід самостійної математичної діяльності [2].

Л. Кудрявцев стверджує, що математична компетентність – це інтегративна особистісна якість, заснована на сукупності фундаментальних математичних знань, практичних умінь і навичок, що свідчать про готовність і здатність учня здійснювати математичну діяльність [4].

М. Головань відзначає, що математична компетентність – це інтегративне утворення особистості, що поєднує в собі математичні знання, уміння, навички, досвід математичної діяльності, особистісні якості, які обумовлюють прагнення, готовність і здатність розв'язувати проблеми і завдання, що виникають в реальних життєвих ситуаціях і потребують використання математичних методів розв'язання, усвідомлюючи при цьому значущість предмету і результату діяльності **[Ошибка! Источник ссылки не найден.]**.

Ми будемо спиратися на визначення, яке дає С. Раков, під математичною компетентністю він розуміє уміння бачити та застосовувати математику в

реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень [5].

До предметно-галузевих математичних компетентностей автор відносить такі компетентності:

1) процедурну – вміння розв’язувати типові математичні задачі:

- використовувати на практиці алгоритм розв’язання типових задач;
- уміти систематизувати типові задачі, знаходити критерії зведення задач до типових;
- уміти використовувати різні інформаційні джерела для пошуку алгоритму розв’язування типових задач.

2) логічну – володіння дедуктивним методом доведення та спростувань тверджень:

- здійснювати дедуктивне обґрунтування правильності розв’язання задач та шукати логічні помилки у неправильних дедуктивних міркуваннях;
- використовувати математичну та логічну символіку на практиці.

3) технологічну – володіння сучасними інформаційно-комунікаційними технологіями підтримки математичної діяльності:

- оцінювати похибки при використанні наближених обчислень;
- будувати комп’ютерні моделі для предметної області задачі з метою їх евристичного, наближеного або точного розв’язання.

4) дослідницьку – володіння методами дослідження практичних та прикладних задач математичними методами:

- формулювати математичні задачі;
- будувати аналітичні моделі задач;

5) методологічну – вміння оцінювати доцільність використання математичних методів для розв’язання практичних та прикладних задач:

- аналізувати ефективність розв’язання задач математичними методами;
- рефлексія власного досвіду розв’язання задач та подолання перешкод з

• метою постійного вдосконалення власної методології проведення досліджень [5].

Для прикладу розглянемо формування процедурної компетентності при вивченні визначених інтегралів, а саме знаходженні площі криволінійної трапеції в залежності від її розташування на координатній площині.

*Приклад 1:*

Обчислити площу фігури обмеженої лініями  $y^2 = 2x + 1$ ,  $x - y - 1 = 0$ .

Дану площу можна обчислити двома способами, розглянемо окремо кожен з них.

I спосіб:

1. Будуємо графік функцій  $y = x - 1$ ,  $y = \sqrt{2x + 1}$  (Рис.1).
2. Визначаємо межі інтегрування, тобто знаходимо точки перетину графіків функцій, з віссю  $Ox$  (графічно або аналітично):

$$\begin{aligned}y^2 &= 2x + 1 \\x - y - 1 &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(x - 1)^2 &= 2x + 1 \\y &= x - 1\end{aligned}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0$$

$$\begin{aligned}x &= 0 & \text{або} & & x &= 4 \\y &= -1 & & & y &= 3\end{aligned}$$

Отже, маємо такі точки перетину  $(0; -1)$  і  $(4; 3)$ .

3. Знаходимо площу обмеженої фігури за формулою  $S = \int_a^b f(x) - g(x) dx$ . З рисунка видно, що для того щоб знайти площу заштрихованої фігури потрібно знайти суму площ, тобто  $S = S_1 + S_2$ . Площа першої фігури знаходиться на відрізку  $x \in [-\frac{1}{2}; 0]$ , а площа другої фігури знаходиться на відрізку  $x \in [0; 4]$ :

$$\begin{aligned}
S_1 &= \int_{-\frac{1}{2}}^0 (\sqrt{2x+1} - (-\sqrt{2x+1})) dx = 2 \int_{-\frac{1}{2}}^0 \sqrt{2x+1} dx = \frac{2 \cdot 2x+1^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_{-\frac{1}{2}}^0 = \\
&= \frac{2 \cdot 2 \cdot 0 + 1^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{2 \cdot 2 \cdot (-\frac{1}{2}) + 1^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{\frac{3}{2}} - 0 = \frac{2}{\frac{3}{2}} \\
S_2 &= \int_0^4 (\sqrt{2x+1} - (x-1)) dx = \int_0^4 \sqrt{2x+1} - x + 1 dx = \int_0^4 \sqrt{2x+1} dx - \\
&- \int_0^4 x dx + \int_0^4 1 dx = \frac{2 \cdot 2x+1^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 - \frac{x^2}{2} \Big|_0^4 + x \Big|_0^4 = -\frac{4^2}{2} + \frac{0^2}{2} + 4 - 0 + \\
&+ \frac{2 \cdot 2 \cdot 4 + 1^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{2 \cdot 2 \cdot 0 + 1^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = -8 + 0 + 4 - 0 + 9 - \frac{1}{3} = \frac{14}{3}
\end{aligned}$$

Отже, шукана площа заштрихованої фігури має вид:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{2}{\frac{3}{2}} + \frac{14}{3} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3} \text{ (кв. од.)}$$

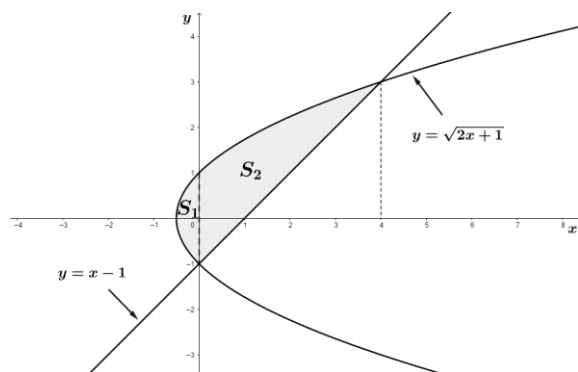


Рис. 1

II спосіб:

Розглянемо фігуру (Рис.2) на відрізку  $y \in [-1; 3]$ . В цьому випадку для знаходження площі використаємо формулу виду  $S = \int_a^b (f(y) - g(y)) dy$ . Тобто, лінії, що обмежуються потрібно представити у вигляді функції від аргументу  $y$ :  $x = y + 1$  та  $x = \frac{y^2}{2} - \frac{1}{2}$ . Таким чином, шукана площа має вид:

$$S = \int_{-1}^3 \left( y + 1 - \frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{2} \right) dy = \left[ \frac{y^2}{2} + y - \frac{y^3}{6} + \frac{x}{2} \right]_{-1}^3 = \frac{3^2}{2} - \frac{(-1)^2}{2} + 3 -$$

$$- (-1) - \frac{3^3}{6} + \frac{(-1)^3}{6} + \frac{3}{2} - \frac{(-1)}{2} = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} + 4 - \frac{27}{6} - \frac{1}{6} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 5\frac{1}{3} \text{ (кв. од)}$$

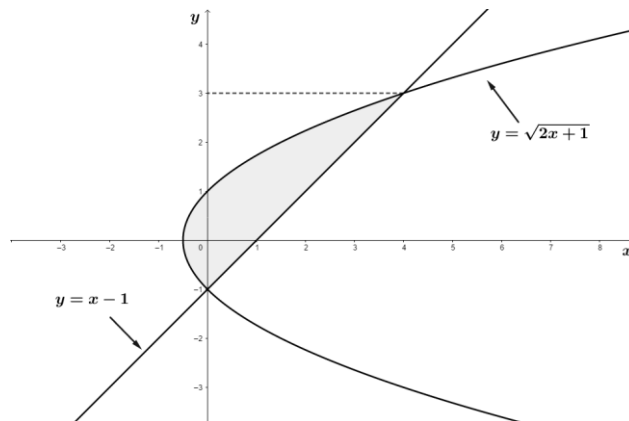


Рис. 2

Приклад 2:

Обчислити площу фігури обмеженої лініями  $2x + 4y + 1 = 0$ ,  $3x^2 + 4y = 0$

1. Представимо функції у такому виді  $y = \frac{-2x-1}{4}$ ,  $y = -\frac{3}{4}x^2$  та побудуємо їх графіки.

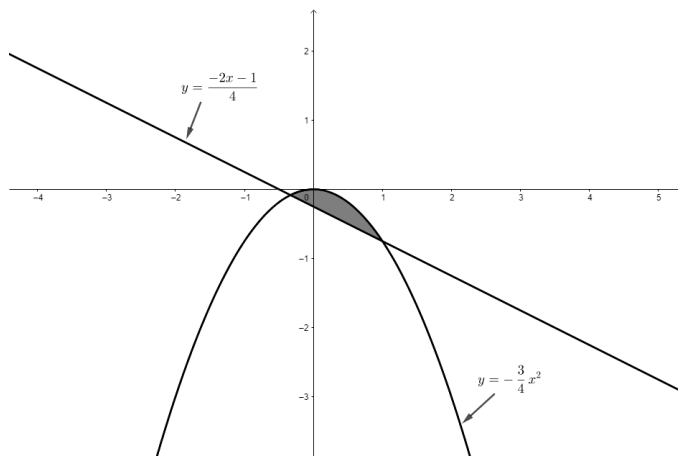


Рис. 3

2. Для того, щоб визначити межі інтегрування, знайдемо точки перетину прямої та параболи. Для цього розв'яжемо рівняння:

$$\frac{-2x - 1}{4} = -\frac{3}{4}x^2$$

$$3x^2 = 2x + 1$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x_1 = -\frac{1}{3} \quad x_2 = 1$$

3. На відрізку  $[-\frac{1}{3}; 1]$  очевидно, що парабола знаходиться вище прямої, а тому від  $-\frac{3}{4}x^2$  потрібно відняти  $\frac{-2x-1}{4}$ , тобто площа фігури знайдеться так:

$$S = \int_{-\frac{1}{3}}^1 \left( -\frac{3x^2}{4} + \frac{x}{2} + \frac{1}{4} \right) dx = \left[ -\frac{x^3}{4} + \frac{x^2}{4} - \frac{x^3}{4} \right]_{-\frac{1}{3}}^1 = \left[ \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12} - \frac{1}{36} - \left( -\frac{1}{108} \right) \right] = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + \frac{1}{12} - \frac{1}{36} - \frac{1}{108} = \frac{1}{4} \cdot \frac{32}{27} = \frac{8}{27} \text{ (кв. од.)}$$

**Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.** Узагальнюючи все вище зазначене, можна сказати, що впровадження в навчальний процес компетентнісного підходу є необхідною умовою для оволодіння учнями набором компетентностей, які формують розвинену та творчу особистість. Саме формування у старшокласників математичної компетентності у процесі вивчення алгебри і початків аналізу сприяє умінню аналізувати, узагальнювати і робити висновки, що забезпечує оволодіння загальними логічними прийомами мислення, які необхідні як в професійній, так і повсякденній діяльності.

### Список літератури:

1. Болотов В. А. Компетентностная модель: от идеи к образовательной парадигме / В. А. Болотов, В. В. Сериков // Педагогика. – 2003. – № 10. – С. 7–13.
2. Головань М. С. Математична компетентність: сутність та структура / Микола Степанович Головань. // Науковий вісник Східноєвропейського національного університету. – 2014. – № 1. – С. 35–39.
3. Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку / І. М. Зіненко // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. – 2009. – № 2. – С. 165–174.
4. Кудрявцев Л. Д. Мысли о современной математике и ее изучении / Л. Д. Кудрявцев. – Москва: Наука, 1977. – 111 с.
5. Раков С. А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія освіти / С. А. Раков // Математика в школі. – 2007. – № 5. – С. 2–8.