

УДК 371.512

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧНОЇ СЕРІЇ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ

Васильчук Олександра

Науковий керівник: доктор іст. наук, професор Ріжняк Р.Я.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені

Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

В статті висвітлюються основні методичні прийоми використання задачних серій з метою формування в учнів старших класів математичних компетентностей через навчання їх математичного моделювання. В статті робиться висновок про те, що представлений приклад серії задач, які є змістовно близькими та поступово ускладненими, найповніше демонструє оптимізацію можливостей математичного моделювання як основного виду діяльності старшокласників, що спроможний забезпечити якісне формування математичних компетентностей.

Ключові слова: математична компетентність, моделювання, задачна серія, методика.

The modeling of task series for formation of mathematic competence of the teachers

O. Vasylichuk

Scientific supervisor: doctor of historical sciences, professor Rizhnyak R.Ya.

*The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytsky,
Ukraine*

The article covers the main methodical techniques of using the task series in order to form mathematical competences in high school students through the study of their mathematical modeling. The article concludes that the presented example of a series of tasks that are meaningfully close and gradually complicated is the most complete demonstration of the optimization of the possibilities of mathematical modeling as the main type of activity of high school students, that is capable to provide the qualitative formation of mathematical competencies.

Keywords: mathematical competence, modeling, task series, methodology.

Постановка проблеми. Формування в учнів математичних компетентностей є невід'ємною складовою загальнолюдської культури. Це реалізується впровадженням у шкільну практику науково обґрунтованої методики реалізації компетентнісного підходу в процесі навчання математики в

старшій школі, зокрема із застосуванням математичного моделювання з огляду на питання систематизації та узагальнення набутих в основній школі знань і вмінь, можливості реалізації внутрішньо-предметних та міжпредметних зв'язків, профілізації старшої школи.

Аналіз досліджень і публікацій. Математична компетентність – це вміння бачити і застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, вміння будувати математичні моделі реальних практичних задач, досліджувати їх методами математики, інтерпретувати отримані результати. Теоретичним аспектам формування компетентності в закладах освіти присвячено праці В. Адольфа [1], М. Аммосової [2], М. Голованя [3], В. Моторіної [6], О. Овчарук [7], О. Пометун [8], А. Семенової [10] та інших. Особливості застосування моделювання при формуванні математичних компетентностей зазначаються в працях В. Кушніра, Р. Ріжняка [4; 5], С. Ракова [9].

Метою статті є висвітлення прийомів використання задачних серій для навчання старшокласників моделювати задачні ситуації задля набуття учнями математичних компетентностей.

Виклад основного матеріалу дослідження. Впровадження прикладної спрямованості навчання математики невід'ємно пов'язане з відповідно орієнтованими методичними розробками та навчальними матеріалами. Змістова складова цих матеріалів визначається системою завдань для учнів. Провідна мета реалізації прикладної спрямованості – набуття учнями конкретних навичок та вмінь математичного характеру, освоєння певних видів діяльності, насамперед математичного моделювання. Певних результатів можна досягти, якщо учням пропонується не довільна добірка задач, а задачних серій, пов'язаних між собою спільним сюжетом та поступово ускладнених. Наведемо приклади таких задач.

Задача 1. Довжина кімнати – 4 м, ширина – 3 м. Яку площу має кімната?

Звичайно, це проста задача. Вона розв'язується «в один хід». Але вже в цій постановці вона містить певні моменти, які не усвідомлюють учні. Учителю

варто в розв'язання та обговорення задачі внести динаміку, яка дасть змогу розкрити подальші її прикладні можливості, збагатити та ускладнити модель. Для цього доцільно запропонувати учням кілька запитань:

– у скільки разів збільшиться площа кімнати, якщо довжина збільшиться удвічі?

– у скільки разів збільшиться площа кімнати, якщо довжина та ширина збільшаться удвічі?

Такі запитання сприяють засвоєнню структури формул, за якими обчислюють значення геометричних величин. А ось запитання, які передбачають розуміння реального походження даних:

– які ще лінійні розміри можуть бути в кімнаті, рівновеликій даній?

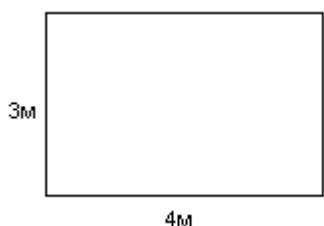
– чи можливий для реальної житлової кімнати варіант, коли один з лінійних розмірів дорівнює 0,8 м?

Побудова математичної моделі такої задачі теж потребує належної уваги. Можливі кілька варіантів опису математичної моделі такої задачі:

А. Знайти площу прямокутника зі сторонами 3 м та 4 м.

В. Обчислити площу фігури.

Варіант А – найпростіший, але йому бракує наочності, яку має варіант В. Проте варіант В складніший у побудові – потрібен геометричний малюнок, та



ще й необхідно простежити за збереженням пропорційності сторін згідно з умовою задачі. Кожен варіант має свої негативні та позитивні сторони, на них необхідно завжди звертати увагу при подальшому розв'язуванні задачі. Як бачимо, одна така нескладна задача дає достатньо матеріалу для обговорення, аналізу. Знаходження площі простої фігури повинно бути базовим завданням, приводом для дослідження. Обґрунтовані відповіді на супроводжувальні запитання є найціннішим результатом розв'язання такої задачі.

Реалізація прикладної спрямованості передбачає побудову на базі однієї задачі системи завдань. Для такої задачної серії характерним повинно бути

поступове ускладнення, залучення нових видів діяльності, розгляд під різними кутами стандартної (заданої) ситуації, вдосконалення вже існуючих математичних моделей та побудова нових.

Задача 2. Довжина кімнати – 4 м, ширина – 3 м. Скільки фарби необхідно мати для фарбування підлоги, якщо витрати фарби на 1 м^2 дорівнюють 120 г?

Задача 3. Якщо в кімнаті довжиною 4 м та шириною 3 м підлогу покрити лаком, то технологія вимагає робити це три рази. Витрати для першого разу – 90 г на 1 м^2 , для другого та третього – 30 г на 1 м^2 . Які витрати лаку передбачаються в цілому на всю кімнату?

Задача 4. Система «тепла підлога» передбачає монтування в підлогу кабелю як теплоносія. На 1 м^2 витрачається 6 м такого кабелю, вартість одного метра його – 5 грн. Скільки коштуватиме придбання такого кабелю для кімнати з розмірами 3 м на 4 м?

Ці три задачі на обчислення витрат матеріалів, незважаючи на спільність геометричної моделі, передбачають різні алгебраїчні викладки. Переклад умови задачі на мову математики і є побудовою математичної моделі. Отже, математична модель у кожному випадку буде своя. Більше того, можливість розв'язання однієї задачі кількома способами дає змогу будувати для цієї задачі кілька моделей. На вибір моделі впливають й інші фактори (необхідність повторення раніше набутих знань, залучення додаткової інформації, рівень існуючої математичної підготовки учнів тощо). У нашому випадку для побудови моделі можливе використання пропорції.

Доречно додати, що витрати матеріалу можна обчислювати в банках, котушках тощо. Це є матеріалом для подальшого урізноманітнення та ускладнення цих задач. Також не зайвим тут буде залучення теми округлення з надлишком. Наприклад, модифікований варіант задачі 2 може бути таким:

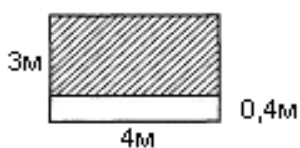
Задача 5. Довжина кімнати – 4 м, ширина – 3 м. Скільки банок фарби вагою 0,5 кг необхідно мати для фарбування підлоги, якщо витрати фарби на 1 м^2 дорівнюють 120 г?

Слід відзначити, що створення нових задач для актуалізації необхідних знань (умінь, навичок) необов'язкове, у деяких випадках достатньо сформулювати систему запитань (як і в задачі 1). Важливіше попрацювати з однією ситуацією, ускладнюючи її, змінюючи поступово умову, ніж нарощувати кількість задач. Такий підхід дає змогу повноцінно керувати діяльністю учнів на етапі інтерпретації результатів, найскладнішому в процесі математичного моделювання.

Наступні задачі стосуються проблеми покриття.

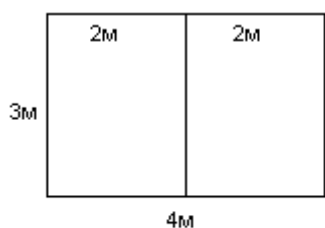
Задача 6. У прямокутній кімнаті з розмірами 3 м та 4 м килим на підлозі повинен відступати з одного боку від більшої стіни на 40 см. Яку площу має килим?

У цьому випадку математичною моделлю може виступати задача 11. Знайти площу заштрихованого прямокутника.



Задача 7. Довжина і ширина кімнати – 4 м та 3 м. Лінолеум без малюнка продається в рулонах шириною 2 м. Скільки метрів лінолеуму необхідно придбати для покриття всієї підлоги?

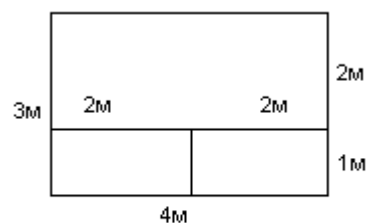
Моделювання в цій задачі приводить до необхідності розглядання різних варіантів покриття та необхідності робити вибір, користуючись певними критеріями. Визначення цих критеріїв є однією з найскладніших задач у математичному моделюванні. Для ілюстрації пропонується кілька можливих варіантів покриття (більш-менш ймовірних), але деякі з них мають суттєві вади з практичного (життєвого) погляду, наприклад залишки, зайві шви, велика кількість шматків. Інтерпретація (адаптація) результатів з урахуванням конкретної ситуації залишає тільки один варіант.



Так



Ні



Ні

Зауважимо, що корисним на уроці є не тільки виявлення правильного варіанту, а й пошук та обговорення хибних варіантів.

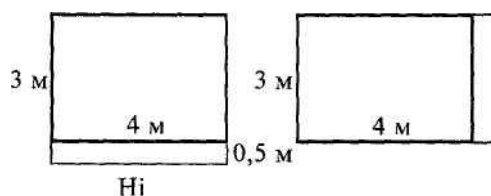
Пошук та обговорення критеріїв, дотримання всіх вимог для кожної окремої ситуації, урахування фактору економності матеріальних (грошових) ресурсів, економії часу та праці, визначення суттєвих та, навпаки, незначних (якими можна нехтувати) умов – це все складові оптимізації при розв’язуванні задачі, а отже, і при створенні математичної моделі, її дослідженні та аналізі результатів.

Задача 8. Довжина кімнати – 4 м, ширина – 3 м. Лінолеум без малюнка продається в рулонах завширшки 2,5 м. Скільки метрів лінолеуму необхідно придбати, щоб укрити всю підлогу? Як змінюється розв’язання задачі при дотриманні окремо кожної вимоги: щонайменше швів; щонайменше шматків; щонайменше залишків?

Зміна тільки одного чисельного значення – ширини рулону – зробила процес покриття підлоги складнішим. Така задача примушує моделювати кілька ймовірних варіантів, кожен з яких може стати розв’язанням. Пошук відповіді залучає учнів до аналізу та обговорення, дає змогу приймати рішення з урахуванням особистого життєвого досвіду.

Задача 9. Підлогу кімнати зі сторонами 3 м та 4 м вирішили вкрити килимовим покриттям. Продавець пропонує рулон шириною 3,5 м або 4,5 м. З якого рулону та скільки метрів килимового покриття доцільно придбати?

Пропонується почати, як і в задачі 8, з «незручного» рулону – його ширина не збігається ні з довжиною, ні з шириною кімнати. Але цього разу ми повинні ще визначити, який з двох «незручних» рулонів «найзручніший» стосовно лінійних розмірів кімнати. Порівняння чисельних даних з умови зводить розв’язання до необхідності робити вибір між двома варіантами:



Наступні задачі цікаві тим, що покриття виконується кахлем, таким чином, додаються нові можливості для ускладнення.

Задача 10. У кімнаті з розмірами 3 м на 4 м підлогу вкривають кахлем. Яка кількість плитки знадобиться, якщо сторона квадратної плитки кахлю дорівнює: а) 0,2 м; б) 0,5 м? Щілини між плитками незначні.

Задача 11. Кахельна плитка має форму квадрата зі стороною 0,3 м. Скільки таких плиток потрібно для вкриття підлоги в кімнаті з розмірами 3 м на 4 м? Щілини між плитками незначні.

Задача 12. Довжина та ширина кімнати становлять відповідно 4 м та 3 м. Кахель має форму квадратної плитки зі стороною 0,33 м, або 0,4 м, або 0,45 м. Якого розміру взяти кахель для економного покриття підлоги? Щілини між плитками незначні.

Ускладнимо вимогу задачі, не будемо нехтувати щілинами між плитками. Це вносить зміни в побудову математичної моделі. Зверніть увагу на те, що такий варіант найбільш наближений до дійсності.

Задача 13. Розміри підлоги – 3 м та 4 м. Сторона квадратного кахлю дорівнює 15 см. Щілини між плитками 3 мм. Скільки плиток кахлю потрібно мати для покриття підлоги?

Остання задача дає змогу «попрацювати» з малюнком укладки, що, в свою чергу, допомагає зрозуміти одну з основних властивостей площі – її чисельне значення не залежить від способу розбиття.

Задача 14. Розміри паркетної дощечки – 0,2 м на 0,05 м. Скільки дощечок потребує укриття підлоги в кімнаті з розмірами 3 м на 4 м? Чи впливають на розв'язок різні варіанти розміщення дощечок (малюнок укладки)?

Висновки. Таким чином, ми створили систему завдань, маючи за основу першу найпростішу задачу. Кожна задача потребує залучення нових знань, активізації додаткових умінь та навичок. Не виходячи за рамки «однієї ситуації», ми даємо учням змогу повноцінного дослідження. Така серія задач, змістовно близьких та поступово ускладнених, найповніше демонструє

можливості математичного моделювання як основного виду діяльності, що спроможний забезпечити якісне формування математичних компетентностей.

Список літератури

1. Адольф В.А. Теоретические основы формирования профессиональной компетентности учителя: дисс. ... д-ра. пед. наук: 13.00.00. – М., 1998. – 357 с.
2. Аммосова М.С. Профессиональная направленность обучения математике студентов горных факультетов вузов как средство формирования их математической компетентности: дисс. ... канд. пед. наук: 13.00.00. – Красноярск, 2009. – 180 с.
3. Головань М.С. Компетенція та компетентність: порівняльний аналіз понять // Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології: наук. журн. – Суми: Сум ДПУ ім. А.С.Макаренка, 2011. – № 8 (18). – С. 224–234.
4. Кушнір В.А., Кушнір Г.А., Ріжняк Р.Я. Інноваційні методи навчання математики // Навчально-методичний посібник. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2008. – 148 с.
5. Кушнір В.А., Ріжняк Р.Я. Розв'язування математичних задач інтегративного змісту засобами комп'ютерного моделювання // Математика в школі. – 2009. – № 10. – С. 34–39.
6. Моторіна В.Г. Дидактичні і методичні засади професійної підготовки майбутніх учителів математики у вищих педагогічних навчальних закладах: дис. ... д-ра. пед. наук: 13.00.04. – Х.: Нац-й пед. ун-т ім. Г.С. Сковороди, 2005. – 512 с.
7. Овчарук О.В. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти // Стратегія реформування освіти в Україні: рекомендації з освітньої політики. – К.: «К. І. С.», 2003. – 296 с.
8. Пометун О.І. Компетентнісний підхід – найважливіший орієнтир розвитку сучасної освіти // Рідна школа. – 2005. – № 1. – С. 65–69.
9. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.02 – теорія і методика навчання інформатики / Харківський національний педагогічний університет імені Г. С. Сковороди. – Харків, 2005. – 526 с.
10. Семенова А.В. Формування професійної компетентності фахівців засобами парадигмального моделювання // Педагогіка вищої школи: навч. посіб. / Вісник Національної академії Державної прикордонної служби України. – К.: Знання, 2007. – С. 432–446.