

УДК 372.851

## **ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ФУНКЦІЙ МЕТОДОМ ПЕРЕТВОРЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ПАКЕТУ GRAN 2D**

**Балєлов Микола**

**Науковий керівник: доктор іст. наук, професор Ріжняк Р.Я.**

*Центральноукраїнський державний педагогічний університет*

*імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький Україна*

*Стаття присвячена методичним аспектам апробації графічного пакету GRAN 2D у розумінні побудов графіків функцій класичного типу. Акцент здійснюється на графіки функцій, які розглядаються у шкільному курсі математики.*

*Ключові слова: пакет, функція, графік, паралельний перенос, гомотетія, симетрія.*

### **Construction of graphics of functions by transformation method using gran 2d package**

M. Balelov

**Scientific supervisor: Doctor of history Sciences, professor Ryzhnyak R.Ya.**

*Central Ukrainian State Pedagogical University*

*named after Volodymyr Vynnychenko, Kropivnitsky Ukraine*

*The article is devoted to the methodological aspects of approbation of the GRAN 2D graphical package in the understanding of the constructs of schedules of functions of classical type. The emphasis is on the graphs of functions that are considered in the school's mathematics course.*

*Keywords: package, function, graph, parallel transfer, homothety, symmetry.*

**Постановка проблеми.** Основне завдання сучасної освіти полягає вже не стільки в тому, щоб дати учням глибокі знання, а у тому, щоб навчити їх творчо мислити, самостійно застосовувати отримані знання та навички до розв'язування тих чи інших завдань. Саме тому для навчання слід застосовувати такі прийоми та методи, використання яких сприяло б тому, щоб учні прагнули опановувати нові знання, отримувати навички самостійної роботи та творчого мислення.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Можливості сучасних інформаційних технологій допомагають докорінно змінити освітній процес, у якому учень від

«споживача знань» входить в роль активного дослідника-«відкривача знань» [4].

Сьогодні значна увага приділяється використанню комп'ютерів та інформаційних технологій для посилення візуальної та експериментальної складової навчання математики, реалізації практичної спрямованості у навчанні математики на основі таких дидактичних можливостей сучасних засобів інформаційних та комунікаційних технологій, як комп'ютерна візуалізація навчальної інформації та комп'ютерне моделювання досліджуваних об'єктів, можливість «математичного експерименту» для дослідження тих чи інших математичних закономірностей чи властивостей геометричних фігур [5], [6].

Геометричні перетворення – дуже важливий розділ курсу геометрії. У геометрії Евкліда, яку ми вивчаємо в шкільному курсі математики, переважно досліджуються ті властивості геометричних фігур, що не змінюються при їх русі (образно кажучи, кожен геометричний фігуру можна розглядати як “тверду”, наприклад, вирізану з картону), – симетрія та поворот, а також ті, де відбувається перетворення подібності – гомотетія.

У процесі пошуку нових форм та засобів викладання математики, зокрема планіметрії, у ролі інструмента апробації може бути використано багато програмних засобів, серед яких відомі широкому загалу DG, Gran, Advanced Grapher та KmPlot. При всіх їх позитивних якостях, вони мають і головний недолік — кожна з перерахованих програм може бути застосована лише при вивченні однієї чи кількох тем з геометрії чи алгебри.

Пошуки більш потужного та універсального інструмента привели до вивчення можливостей, апробації та широкого застосування системи динамічної математики Gran [3].

Gran – інтерактивне творче середовище, засноване на принципах динамічної геометрії та комп'ютерної алгебри, призначене для створення інтерактивних креслень (моделей) з математики, що поєднують в собі конструювання, моделювання, динамічне варіювання та експеримент.

**Мета статті** – висвітлити методику організації побудови графіків функцій методом перетворень у середовищі динамічної математики *Gran*.

**Виклад основного матеріалу (результатів) дослідження.** Для початку нагадаємо, що до рухів відносяться такі перетворення як паралельне перенесення, центральна та осьова симетрія, поворот.

Якщо говорити про перетворення подібності, то в шкільному курсі ми згадуємо про гомотетію, хоча потрібно розуміти, що існують і інші її різновиди, зокрема поворотна гомотетія.

**Центральна симетрія** фігурує в наступному перетворенні графіків функцій:

Графік функції  $y = -f(x)$  можна дістати з графіка відомої функції  $y = f(x)$  за допомогою відображення симетрії відносно осі  $OX$ .

**Осьова симетрія** фігурує в наступних перетвореннях графіків функцій:

Графік функції  $y = f(-x)$  можна дістати з графіка відомої функції  $y = f(x)$  за допомогою відображення симетрії відносно осі  $OY$ .

Графік функції  $y = f(x)$  збігається з графіком функції  $y = f(x)$ , якщо  $x \geq 0$ , і з графіком  $y = f(-x)$ , якщо  $x < 0$ .

Щоб побудувати графік функції  $y = f(x)$ , досить побудувати графік функції  $y = f(x)$ , а ту частину графіка, яка розміщена нижче осі  $OX$ , відобразити симетрично осі  $OX$ .

**Паралельне перенесення** фігурує в наступних перетвореннях графіків функцій:

Графік функції  $y = f(x) \pm b$  можна дістати з графіка відомої функції  $y = f(x)$  за допомогою паралельного перенесення його вгору для «+» та вниз для «-» у напрямі осі  $OY$ .

Графік функції  $y = f(x) \pm a$  можна дістати з графіка відомої функції  $y = f(x)$  за допомогою паралельного перенесення його вліво для «+» та вправо для «-» у напрямі осі  $OX$ .

**Перетворення подібності (розтяг вздовж осей)** фігурує в наступних перетвореннях графіків функцій:

Графік функції  $y = af x$  можна дістати з графіка відомої функції  $y = f x$  за допомогою розтягування його в  $a$  разів від осі ОХ, якщо  $a > 1$ , і за допомогою стиснення в  $a$  разів до осі ОХ, якщо  $0 < a < 1$ .

Графік функції  $y = f ax$  можна дістати з графіка відомої функції  $y = f x$  за допомогою стиснення його в  $a$  разів до осі ОУ, якщо  $a > 1$ , і за допомогою розтягування в  $a$  разів від осі ОУ, якщо  $0 < a < 1$ .

Розглянемо приклад побудови графіка функції

$$y = |3 \sin 2|x| - \frac{\pi}{3} - 1|$$

Для побудови графіків складних в аналітичному розумінні функцій потрібно обов'язково складати алгоритм своїх дій, а потім планомірно його виконувати на практиці. Вище розглянута функція цікава тим, що для її побудови потрібно використати всі вище вказані перетворення.

*Алгоритм побудови графіка функції  $y = 3 \sin 2x - \frac{\pi}{3} - 1$ .*

1. Будуємо графік функції  $y = \sin x$  ;
2. Будуємо графік функції  $y = 3 \sin x$  , використовуючи розтяг в 3 рази вздовж осі ОУ;
3. Будуємо графік функції  $y = 3 \sin 2x$  , використовуючи стиск в 2 рази вздовж осі ОХ;
4. Будуємо графік функції  $y = 3 \sin 2x - \frac{\pi}{3}$  , використовуючи паралельне перенесення на  $\frac{\pi}{6}$  одиниць вздовж осі ОХ в додатному напрямі;

***Зауваження:** паралельне перенесення здійснюємо саме на  $\frac{\pi}{6}$  одиниць, адже  $3 \sin 2x - \frac{\pi}{3} = 3 \sin 2(x - \frac{\pi}{6})$  . В геометричному розумінні відповідне паралельне перенесення – це перенесення на вектор  $(\frac{\pi}{6}; 0)$ .*

5. Будуємо графік функції  $y = 3 \sin 2x - \frac{\pi}{3} - 1$ , використовуючи паралельне перенесення на 1 одиницю вздовж осі ОУ у від'ємному напрямі осі ОУ (в геометричному розумінні відповідне паралельне перенесення – це перенесення на вектор  $(0; -1)$ );

6. Будуємо графік функції  $y = |3\sin 2x - \frac{\pi}{3} - 1|$ , для цього ту частину графіка функції  $y = 3\sin 2x - \frac{\pi}{3} - 1$ , яка лежить під віссю  $OX$  симетрично відобразимо відносно останньої;

7. Оскільки для функції  $y = |3\sin 2|x| - \frac{\pi}{3} - 1|$  виконується наступна умова  $y(-x) = y(x)$ , тобто функція парна, то ту частину графіка функції  $y = 3\sin 2x - \frac{\pi}{3} - 1$ , яка лежить справа осі  $OY$  симетрично відобразимо відносно останньої;

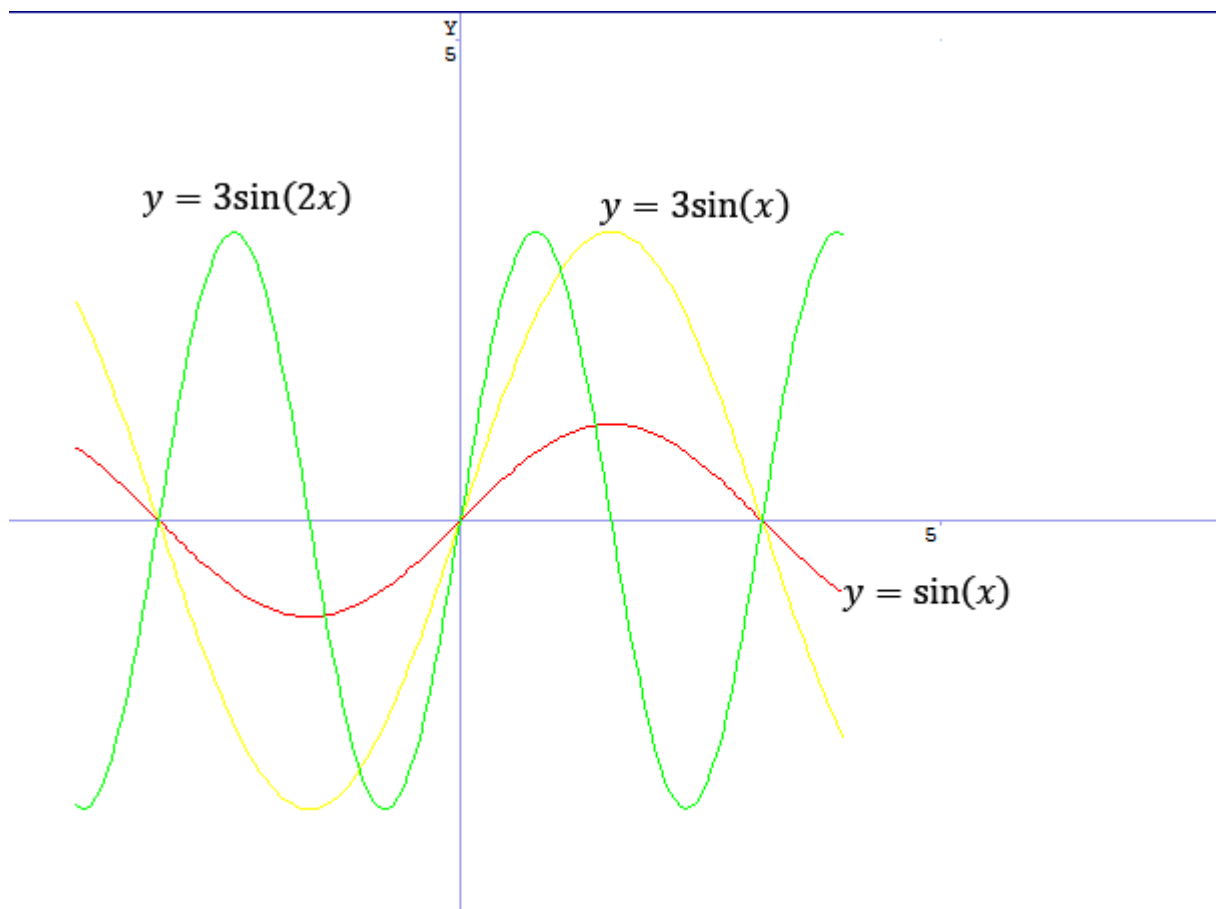


Рис 1. Графіки перетворень функції  $y = \sin x$  на етапах 1-3.

Графіки функцій  $y = \sin x$ ,  $y = 3\sin x$ ,  $y = 3\sin 2x$  зображені на рис 1, відповідно червоним, жовтим та зеленим кольором.

Побудуємо графіки функцій  $y = 3\sin 2x - \frac{\pi}{3}$ ,  $y = 3\sin 2x - \frac{\pi}{3} - 1$ , на одному рисунку, використовуючи синій та фіолетовий кольори.

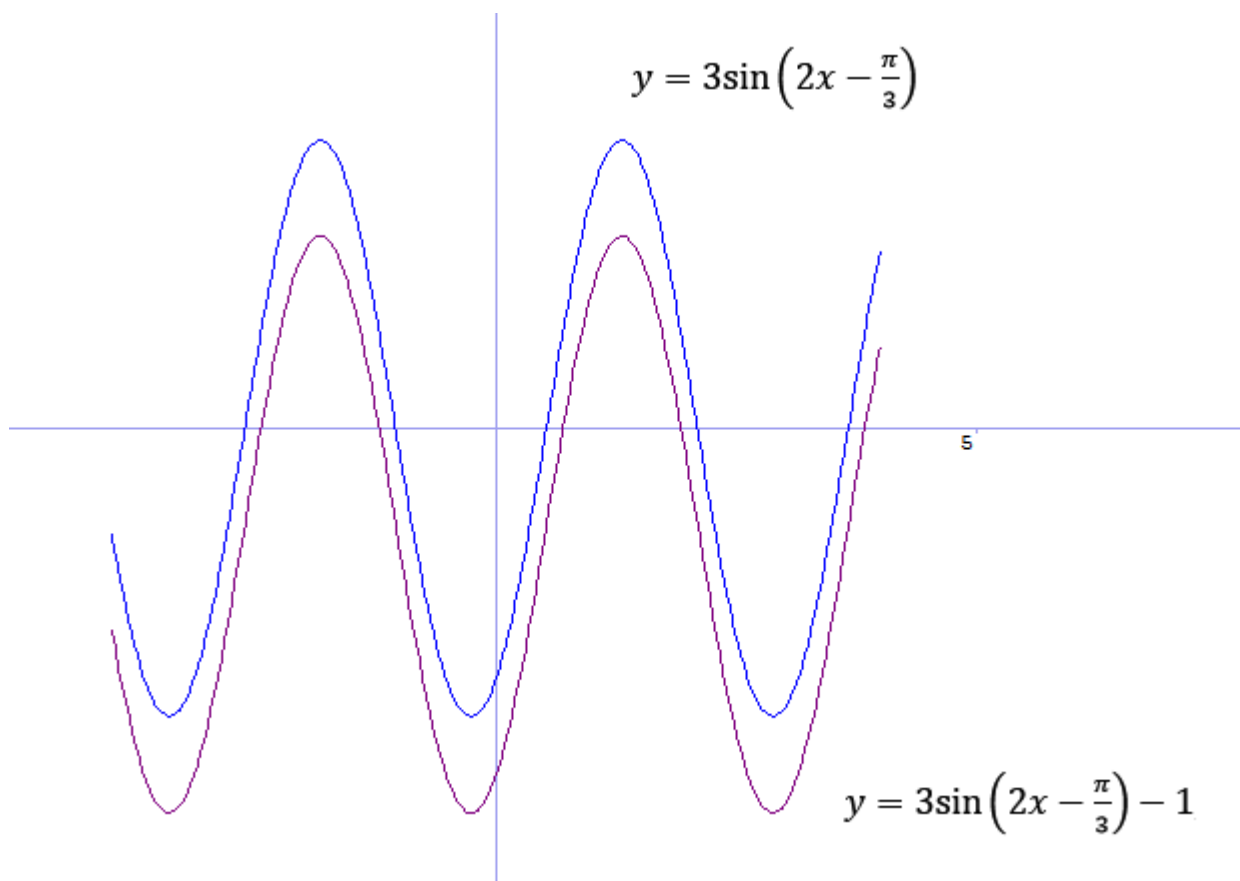


Рис 2. Графіки перетворень функції  $y = \sin x$  на етапах 4,5.

Побудуємо графіки функцій  $y = |3\sin 2x - \frac{\pi}{3}|$ ,  $y = |3\sin 2|x| - \frac{\pi}{3} - 1|$ , на одному рисунку, використовуючи чорний та червоний кольори.

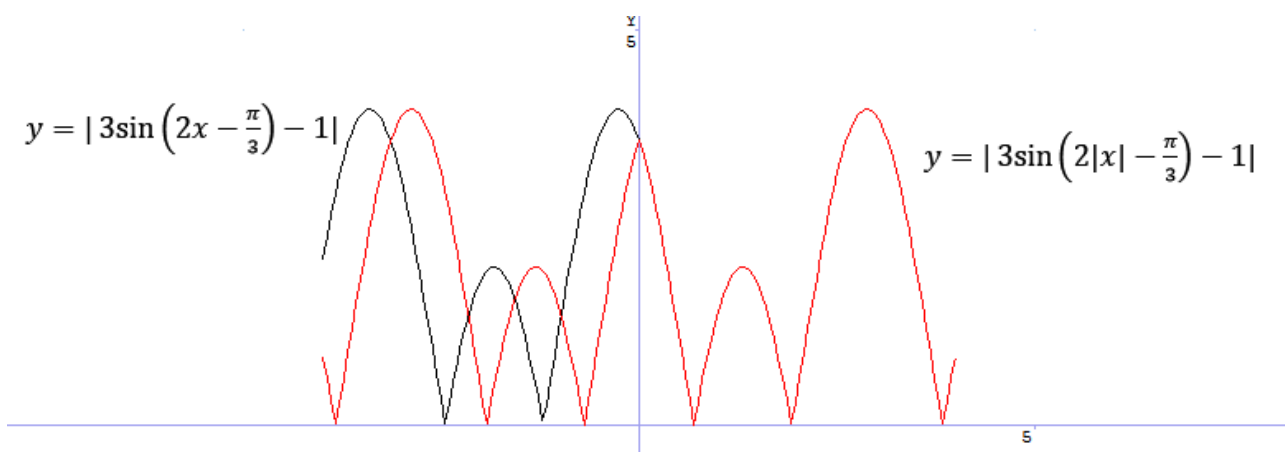


Рис 3. Графіки перетворень функції  $y = \sin x$  на етапах 6,7.

Безумовно, відповідних прикладів, які показують весь спектр перетворень графіків функцій, є достатньо багато. Перевагою пакету є те, що відповідні перетворення можливо продемонструвати динамічно у вигляді слайду, що однозначно має окрему методичну цінність.

**Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження.** Таким чином, використання пакету комп'ютерної математики GRAN-2D є методично доцільним та перспективним при формуванні умінь будувати графіки елементарних функцій (або їх комбінацій) методом геометричних перетворень. Це дає можливість зосередити увагу учнів на внутрішньому змісті природи використання геометричного матеріалу в курсі алгебри загальноосвітньої школи.

### Список літератури

1. Вінниченко Є.Ф. Деякі особливості геометричних перетворень в програмі GRAN-2D / Є.Ф. Вінниченко, А.О. Костюченко // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія № 2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / Ред-рада. – К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2007. – № 5 (12). – С. 114–120.
2. Горошко Ю.В. Використання комп'ютерних програм для створення динамічних моделей при вивченні математики / Ю.В. Горошко, Є.Ф. Вінниченко // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наук. праць / К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2006. – № 4 (11). – С. 56–62.
3. Жалдак М.І. Педагогічний потенціал комп'ютерно-орієнтованих систем навчання математики / М.І. Жалдак // Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання. Зб. наук праць / Редкол. – К. : НПУ ім.М.П. Драгоманова. – Випуск 7. – 2003. – С. 3-16.
4. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках геометрії: посібник [для вчителів] / М.І. Жалдак, О.В. Вітюк. – К.: Дініт, 2003. – 168 с.
5. Крамаренко Т.Г. Уроки математики з комп'ютером: навч. посіб. / Т.Г. Крамаренко; за ред. М.І. Жалдака. – Кривий Ріг: Видавн. дім, 2008. – 272 с.
6. Кушнір В.А. Технологія дослідження математичних функцій засобами комп'ютерного моделювання / В.А. Кушнір, Р.Я. Ріжняк // Комп'ютер в школі та сім'ї. – 2009. – № 8 (78). – С. 12-18.
7. Ракута В.М. Програми для роботи з функціями та графіками. / Ракута В.М. // Комп'ютер у школі та сім'ї. – 2010. – № 7 (87). – С. 29–33.

8. Смалько О.А. Використання програмного педагогічного засобу «GRAN-2D» на уроці планіметрії / О.А. Смалько // Математика в школі. – 2003.– №1. – С. 10–14.