

УДК 519.862.6

## ЕКОНОМЕТРИЧНІ МОДЕЛІ НА ОСНОВІ СИСТЕМ ОДНОЧАСНИХ РІВНЯНЬ

Чеголя Катерина

**Науковий керівник: старший викладач Шевченко Н. Г.**

*Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені*

*Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

*Стаття присвячена побудові та дослідженню економетричних моделей ринків зерна та праці України. Проаналізовано види економетричних моделей. Акцентована увага на відповідності моделей обраним ринкам та доцільність побудови моделей.*

*Ключові слова: системи одночасних рівнянь, ідентифікованість моделі, метод найменших квадратів.*

**Econometric models based on systems of simultaneous equations**

**K. Cheholya**

**Scientific supervisor: Senior Lecturer Shevchenko N. G.**

*The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytsky,  
Ukraine*

*The article is devoted to the construction and research of econometric models of grain and labor markets of Ukraine. The emphasis made based on matching models to selected markets and feasibility of constructing models.*

*Keywords: systems of simultaneous equations, identification of the model, method of least squares.*

**Постановка проблеми.** Об'єктом статистичного вивчення в соціальних науках є складні системи. Окремо взяті рівняння множинної регресії не може характеризувати істинність впливу окремих ознак на варіацію результативної змінної. Саме тому в економічних, біометричних, соціологічних дослідженнях важливе місце зайняла проблема опису структури зв'язків між змінними системою так званих одночасних рівнянь або структурних рівнянь.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Проблемами опису моделей, що побудовані на основі одночасних рівнянь займались вчені О. В. Кузьменко, Р. В. Руська, С. І. Наконечний, М. О. Оліскевич, О. А. Рядно. Незважаючи на значні внески зазначених науковців та враховуючи аграрну спрямованість

економіки країни є доцільним постійне оновлення інформації та моделювання сучасного стану ринку зерна України та ринку праці за допомогою економетричних моделей на основі одночасних структурних рівнянь.

**Мета статті.** Метою статті є побудова та дослідження економетричної моделі «попиту-пропозиції» на ринку зерна України та моделі Кейнса на ринку праці. В процесі роботи використано методи дослідження: регресійний аналіз, непрямий та двокроковий метод найменших квадратів.

В таблиці 1 наведено статистичні дані про деякі параметри ринку зерна в Україні за 2000 - 2016 рр. Необхідно перевірити ідентифікованість моделі та отримати оцінки коефіцієнтів моделі за допомогою непрямого МНК [3].

**Таблиця 1.**

<i>рік</i>	<i>Рівноважна кількість споживання продукту (т)</i>	<i>ціна продукту (грн/т)</i>	<i>дохід на душу населення (грн)</i>	<i>Витрати на виробництво одиниці продукції(грн/т)</i>
	Y(Y1)	C(Y2)	S(X1)	T(X2)
2000	16670	489,3	3240	266
2001	16967	374,5	3732	261,4
2002	18979	378,4	4681,9	260,2
2003	19679	535,4	5591,5	367,3
2004	16698	452,8	7272,9	377
2005	19458	495,9	9371,6	403,6
2006	17814	520,2	11630,2	484,6
2007	17401,5	835,3	15496,5	649,3
2008	16989	779,6	20494,9	669,9
2009	20325,4	800,1	19832,3	753
2010	23661,7	1027,5	23600,4	794
2011	28609	2352,4	28813,9	988
2012	33668,8	2294	30912,5	1082

2013	38344,6	1990	31988,7	1346
2014	35865	3150	35834	2485
2015	38554	3500	46210,2	2907,5
2016	47795,8	3700	55853,5	3054

Розглянемо модель «попит-пропозиція» ринку зерна в Україні:

$$y_1 = f(y_2, x_1)$$

$$y_2 = f(y_1, x_2)$$

Система одночасних рівнянь з двома екзогенними та двома ендогенними змінними матиме вигляд:

$$\begin{aligned} Y &= b_{12} * C + a_{11} * S + \varepsilon_1 \\ C &= b_{21} * Y + a_{22} * T + \varepsilon_2 \end{aligned} \quad (1)$$

де  $Y$  - рівноважна кількість споживання продукту (т);

$C$  - ціна продукту (грн./т);

$S$  - дохід на душу населення (грн.);

$T$  - витрати на виробництво одиниці продукції (грн./т.).

В першому рівнянні системи (1) маємо 2 ендогенні змінні ( $C, S$ ), які позначимо через  $H$ , та 1 екзогенну змінну ( $Y$ ) – позначимо через  $D$ . Отже за умовою ідентифікованості:  $D+I=H$  - рівняння є **точно ідентифікованим**. Аналогічно, в другому рівнянні системи маємо 2 ендогенні змінні ( $Y, T$ ), які позначимо через  $H$ , та 1 екзогенну змінну ( $C$ ) – позначимо через  $D$ . Отже за умовою ідентифікованості:  $D+I=H$  - рівняння є **точно ідентифікованим**. Таким чином система (1) є точно ідентифікованою [1].

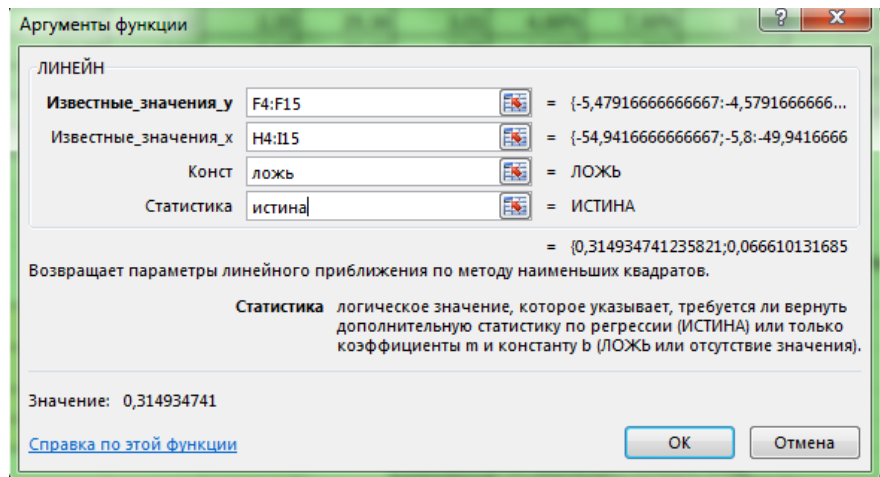
Система рівнянь у зведеній формі:

$$y_1 = \delta_{11} * x_1 + \delta_{12} * x_2$$

$$y_2 = \delta_{21} * x_1 + \delta_{22} * x_2$$

Наступні розрахунки проведемо за допомогою *MS EXCEL*

- 1) Розрахуємо середні значення для кожної змінної;
- 2) Визначимо відхилення кожної змінної від їх середніх;
- 3) За допомогою функції *ЛИНЕЙН* отримаємо коефіцієнти 1- го та 2- го рівняння системи (Рис. 3):



$\delta_{12}$	$\delta_{11}$	$\delta_{22}$	$\delta_{21}$
3,017560978	0,425555748	0,64187763	0,036237

Рис. 3. Знаходження коефіцієнтів системи

За допомогою формул (3) отримаємо структурні коефіцієнти та інші вільні члени рівнянь (Рис. 4):

$a_{11} =$	0,26	$a_{22} =$	0,38
$b_{12} =$	4,70	$b_{21} =$	0,09
$A_{01} =$	13276,19	$A_{02} =$	-1136,85

Рис. 4. Структурні коефіцієнти системи рівнянь

Таким чином, за отриманими даними, отримаємо економетричну модель «попит – пропозиція» ринку зерна України:

$$Y = 13276,19 + 4,7 * C + 0,26 * S$$

$$C = -1136,85 + 0,09 * Y + 0,38 * T$$

Оцінимо якість МНК-моделі за допомогою коефіцієнтів детермінації для кожного рівняння окремо. Використаємо функцію «Сервіс. Аналіз даних. Регресія» табличного процесора *MS EXCEL*.

### Результати регресійного аналізу

Вывод итогов								
<b>Регрессионная статистика</b>								
Множественный R	0,936425							
R-квадрат	0,876892							
Нормированный R-квадрат	0,859306							
Стандартная ошибка	3730,487							
Наблюдения	17							
<b>Дисперсионный анализ</b>								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>значимость F</i>			
Регрессия	2	1387781015	693890507,3	49,86086287	4,29E-07			
Остаток	14	194831508	13916536,29					
Итого	16	1582612523						
<b>Коэффициенты</b>								
	<i>Коэффициент</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>нижние 95%</i>	<i>верхние 95%</i>	<i>нижние 95%</i>	<i>верхние 95%</i>
Y-пересечение	13226,38	1591,263148	8,31187554	8,74971E-07	9813,461	16639,3	9813,461	16639,3
Переменная X 1	0,425556	0,170774573	2,491915159	0,025867429	0,059281	0,791831	0,059281	0,791831
Переменная X 2	3,017561	2,902165178	1,039761968	0,316075224	-3,20696	9,242086	-3,20696	9,242086

Множинний коефіцієнт кореляції  $R=0,936$

Коефіцієнт детермінації  $R^2=0,877$

$F_{факт}=49,86$

Рівень значимості рівняння регресії  $\alpha=0,00000043$

Вывод итогов								
<b>Регрессионная статистика</b>								
Множественный R	0,967995							
R-квадрат	0,937014							
Нормированный R-квадрат	0,928016							
Стандартная ошибка	315,8859							
Наблюдения	17							
<b>Дисперсионный анализ</b>								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
Регрессия	2	20782289,81	10391144,9	104,1365	3,93268E-09			
Остаток	14	1396974,368	99783,88342					
Итого	16	22179264,18						
<b>Коэффициенты</b>								
	<i>Коэффициент</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>нижние 95%</i>	<i>верхние 95%</i>	<i>нижние 95%</i>	<i>верхние 95%</i>
Y-пересечение	-10,5943	134,7431289	-0,078626203	0,938443	-299,5896088	278,4009	-299,59	278,4009
Переменная X 1	0,036237	0,014460651	2,505902039	0,025178	0,005221963	0,067252	0,005222	0,067252
Переменная X 2	0,641878	0,245746165	2,611953798	0,020495	0,114804527	1,168951	0,114805	1,168951

Множинний коефіцієнт кореляції  $R=0,968$

Коефіцієнт детермінації  $R^2=0,937$

$F_{факт}=104,14$

Рівень значимості рівняння регресії  $\alpha=0,0000000039$

Параметр 13226,38 - не значимий на рівні значущості  $\alpha = 0,05$ ;

Параметр 0,425556  $>0,05$ - не значимий;

Параметр  $0,118957888 > 0,05$ - не значимий.

- Перевірмо значимість 2-го рівняння та його коефіцієнтів:

Рівняння значимо на рівні значущості  $\alpha = 0,05$ , так як його значимість  $\alpha = 0,0000000039$

Параметр  $-10,5943$  - не значимий на рівні значущості  $\alpha = 0,05$ ;

Параметр  $0,036237 < 0,05$  значимий;

Параметр  $0,641878 - 0,05$  не значимий.

### **Результати:**

Збільшення попиту на зернові на 3,6% зумовлює зростання ціни продукту. На збільшення споживання продукту направляються відповідно 42,6% та 11,9% ціни продукту та доходів людини.

### **Побудова моделі Кейнса для ринку праці**

В таблиці 2 наведено статистичні дані заробітної плати, фондомісткості, плинності робочої сили та продуктивності праці в Україні за 2000-2016 рр [2].

**Таблиця 2.**

№	з/п	Продуктивність праці, людино-день	Попереднє значення	Фондомісткість, млн. грн	Коеф. Плинності робочої сили, %
	$Y_t$	$C_t$	$Y_{t-1}$	$I_t$	$G_t$
2000	231,04	8,43	177,39	0,51	7,9
2001	311,62	10,22	231,04	0,43	9,1
2002	371,98	11,24	311,62	0,89	10
2003	372,72	13,26	371,98	0,65	10,9
2004	524,14	17	372,72	0,7	11,3
2005	735,57	21,35	524,14	0,78	10,6
2006	928,81	34,48	735,57	0,36	8,9
2007	1197,91	45,21	928,81	0,56	7,2
2008	1573,99	45,23	1197,91	0,33	6,9
2009	1650,43	53,42	1573,99	0,43	9,5

2010	1982,63	64,07	1650,43	0,8	14,5
2011	2370,53	69,22	1982,63	0,65	12,5
2012	2752,95	71,23	2370,53	0,78	1,6
2013	2979,46	110,3	2752,95	0,48	12,9
2014	3149,95	121,6	2979,46	0,87	14,5
2015	3661,41	120,4	3149,95	0,65	13,6
2016	4482,35	140,6	3661,41	0,69	11,8

Побудувати модель виду:

$$\begin{aligned}
 C_t &= a_{11} + b_{11} * Y_t + b_{12} * Y_{t-1} + \varepsilon_1 \\
 I_t &= a_{21} + b_{21} * Y_t + \varepsilon_2 \\
 Y_t &= C_t + I_t + G_t
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

де  $C_t$ - продуктивність праці в період  $t$ ;  $Y_t$ - заробітня плата в період  $t$ ;  $Y_{t-1}$ - заробітня плата в період  $(t - 1)$ ;  $I_t$ - фондомісткість в період  $t$ ;  $G_t$ - коефіцієнт плинності робочої сили в період  $t$ .

Перевіримо модель на ідентифікованість

**Таблиця 3**

№	рівняння	$H$	$D$	правило	
1	$C_t = a_{11} + b_{11} * Y_t + b_{12} * Y_{t-1} + \varepsilon_1$	2	1	1=2-1	ідентифіковане
2	$I_t = a_{21} + b_{21} * Y_t + \varepsilon_2$	2	2	2>2-1	надіентифіковане
3	$Y_t = C_t + I_t + G_t$	Не підлягає перевірці			

Маємо: 1- е рівняння системи є ідентифікованим, 2- е рівняння – надіентифікованим, отже можемо застосувати ДМНК.

Зведена форма моделі матиме вигляд:

$$\begin{aligned}
 C_t &= \delta_{10} + \delta_{11} * G_t + \delta_{12} * Y_{t-1} \\
 I_t &= \delta_{20} + \delta_{21} * G_t + \delta_{22} * Y_{t-1} \\
 Y_t &= \delta_{30} + \delta_{31} * G_t + \delta_{32} * Y_{t-1}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

За допомогою *MS EXCEL* визначили параметри першого рівняння системи (2):

$$C_t = 0,053 + 0,0588 * G_t - 0,000056 * Y_{t-1}$$

Аналогічно визначили параметри 2- го та 3- го рівняння системи:

$$I_t = 11,919 - 1,1875 * G_t + 0,0391 * Y_{t-1}$$

$$Y_t = 242,7955 - 20,6955 * G_t + 1,16239 * Y_{t-1}$$

Отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} C_t &= 0,053 + 0,0588 * G_t - 0,000056 * Y_{t-1} \\ I_t &= 11,919 - 1,1875 * G_t + 0,0391 * Y_{t-1} \\ Y_t &= 242,7955 - 20,6955 * G_t + 1,16239 * Y_{t-1} \end{aligned} \quad (3)$$

За допомогою моделі (3) знайдемо структурні коефіцієнти першого рівняння. Для цього з третього рівняння виразимо

$$G_t = 11,732 + 0,0562 * Y_{t-1} - \frac{Y_t}{20,6955}$$

і підставимо значення  $G_t$  в перше рівняння системи

$$C_t = 0,7428 + 0,0032 * Y_{t-1} - 0,0028 * Y_t.$$

Використавши функцію «Сервіс. Аналіз даних. Регресія» табличного процесора *MS EXCEL* маємо параметри 2- го рівняння системи:

$$I_t = 49,083 + 11,631 * Y_t$$

Система структурних рівнянь матиме вигляд:

$$\begin{aligned} C_t &= 0,7428 + 0,0032 * Y_{t-1} - 0,0028 * Y_t \\ I_t &= 49,083 + 11,631 * Y_t \\ Y_t &= C_t + I_t + G_t \end{aligned}$$

- Перевірмо значимість 1- го рівняння системи та коефіцієнтів:

Множинний коефіцієнт кореляції  $R=0,705$  - лінійний зв'язок між факторами сильний. Коефіцієнт детермінації  $=0,497$ - 49,7% дисперсії результативної ознаки пояснюється моделлю.  $F_{факт}=6,9 > F_{теор}(1;14) = 4,49$  - рівняння є значимим. Рівень значимості рівняння регресії  $\alpha=0,008118$

Рівняння значимо на рівні значущості  $\alpha = 0,05$ , так як його значимість  $\alpha = 2,27 * 10^{-10}$

Параметр 1,582808- не значимий на рівні значущості  $\alpha = 0,05$

Параметр -0,00336  $<0,05$  - значимий;

Параметр 0,041197  $<0,05$  - значимий.



- Перевірмо значимість 2-го рівняння та його коефіцієнтів:

Множинний коефіцієнт кореляції  $R=0,99$  - лінійний зв'язок між факторами дуже сильний. Коефіцієнт детермінації  $=0,98$ - 98% дисперсії результативної ознаки пояснюється моделлю.  $F_{факт}=353,6 > F_{теор}(1;14)=4,49$  – рівняння є значимим. Рівень значимості рівняння регресії  $\alpha=0,008118$

Рівняння значимо на рівні значущості  $\alpha = 0,05$ , так як його значимість  $\alpha =0,696977$

Параметр  $49,08279 > 0,05$  - не значимий;

Параметр  $11,63076 > 0,05$  - не значимий.

### **Результати:**

Збільшення заробітної плати на 4% зумовлює збільшення продуктивності праці (людино-день). Підвищення заробітної плати на 11,6% спричиняє збільшення фондомісткості. В Україні за 2000-2016 рр. збільшилась заробітна плата, що зумовило зростання продуктивності праці.

**Висновки.** Враховуючи вищесказане для кожного виду ринку розроблено власну модель, що в повній мірі характеризує всі її складові. Вітчизняний ринок зерна є конкурентним ринком, на якому встановлюється рівновага між попитом та пропозицією, тому доцільно використовувати саме економетричну модель «попит-пропозиція». Модель Кейнса є класичною моделлю на ринку зайнятості, в якій зафіксовано рівень випуску продукції та зайнятості. Визначено, що з 2000-2016 роки на ринку зерна в Україні виробництво зернових культур збільшилось. Рівень рентабельності зернових в 2016 році становив 43%, що перевищило попередній рік на 17,2%. На ринку праці з 2000-2016 збільшилась заробітна плата, що зумовило зростання продуктивності праці на 4%.

### **Список літератури:**

1. Лук'яненко І.Г. Економетрика: Підручник/ І. Лук'яненко, Л. Краснікова.- К.: Товариство “Знання”, КОО, 1998. – 494 с.
2. Показник середніх заробітних плат в Україні [Електронний ресурс].- Режим доступу:<http://pensia.ua/ua/baza-znan/pensiyna-enciklopedia/item/485-pokaznyky-serednikh-zarobitnykh-plat-po-ukraini>

3. Ринок пшениці в Україні та світі [Електронний ресурс].- Режим доступу:  
<http://www.agro-business.com.ua/>