УДК 519.676(09)

ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ У XVII-XIX СТ.

Погрібна Інна

Науковий керівник: доктор історичних наук, професор Ріжняк Р.Я.

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна

У статті розглянуто становлення теорії ймовірностей як науки, що має досить унікальні та специфічні особливості свого історичного розвитку. Акцент зроблено на дослідженні розвитку поняття ймовірності, математичного сподівання, а також відомого закону великих чисел, від найпростіших уявлень до завершених і обміркованих форм, що дає можливість, з методичної точки зору, глибше зрозуміти їхній зміст. Стаття буде корисна студентам та викладачам, які цікавляться теорією ймовірностей, а також тим, хто працює у сфері обробки статистичних даних.

Ключові слова: ймовірність, класичне означення, математичне сподівання, закон великих чисел, подія, теорія ймовірностей.

History of development of the theory of probability in the XVII-XIX st.

Pogribna Inna

Scientific supervisor: Doctor of Historical Sciences, Professor Rizhniak R.Y.

The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytsky, Ukraine

The article considers the formation of the theory of probabilities as a science that has rather unique and specific features of its historical development. An emphasis is made on the study of the development of the concept of probability, mathematical expectation, and also the well-known law of large numbers, from the simplest representations to completed and thought-out forms, which makes it possible, from a methodological point of view, to understand their meaning deeper. The article will be useful for students and teachers interested in probability theory, as well as for those who work in the field of statistical data processing.

Keywords: probability, classical definition, mathematical expectation, law of large numbers, event, probability theory.

Постановка проблеми. Вивчаючи теорію ймовірностей, слід звернути увагу на історичний розвиток науки, оскільки для того, щоб зрозуміти зміст конкретного поняття, потрібно дослідити динаміку його розвитку, розглянути ключові фактори, що вплинули на його утворення.

Теорія ймовірностей має багату і повчальну історію. Вона наочно показує, як виникали її поняття і розвивалися методи із завдань, з якими зіштовхувався стикався суспільний прогрес. Для кращого усвідомлення та сприйняття базового матеріалу, варто розглянути періоди розвитку науки, звернути увагу на науковців, котрі займалися цими питаннями.

Історично теорія ймовірностей має такі етапи свого розвитку:

1. Передісторія теорії ймовірностей (давні віки –XVI ст.);
2. Зародження теорії ймовірностей як науки (XVII–XVIII ст.);
3. Поява роботи Якоба Бернуллі «Мистецтво припущень» (XIX ст.);
4. Створення російської (Петербурзької) школи (XIX–XX ст.);
5. Сучасний період розвитку теорії ймовірностей (XX–…).

Кожен з етапів характеризується певною особливістю у розвитку науки, що видно з назв. У статті більш детально зупинимось на дослідженні двох етапів, а саме на зародженні теорії ймовірностей як науки та на роботі Якоба Бернуллі «Мистецтво припущень».

Аналіз досліджень і публікацій. Історичний розвиток теорії ймовірностей як науки розглядають у своїх працях Б.В. Гнєденко, Л.Е. Майстров, Л.М. Тичинська, А.А. Черепащук. У нашій роботі використаний аналіз доступних джерел: навчальні ресурси мережі Internet та наукова література з математики, а також методологія історичного дослідження [6].

Мета статті. Дослідження динаміки історичного розвитку теорії ймовірностей як науки упродовж XVII–XIX ст..

У середині XVII ст. до розробки питань теорії ймовірностей були залучені видатні математики. Вони використовували теореми додавання і множення ймовірностей, володіли такими поняттями, як залежність і незалежність подій, увели одне з основних понять теорії ймовірностей – математичне сподівання. У цей час створюються методи розв’язування ймовірнісних задач, визначається коло питань, яким повинна займатись нова наука, а також формуються її основні поняття – теорія ймовірностей перетворюється в науку [5, 47].

Вклад Б. Паскаля та П. Ферма у розвиток теорії ймовірностей. Переписка Блеза Паскаля (1623–1662) і П'єра Ферма (1601–1665) стала значним кроком у розвитку теорії ймовірностей. Паскаль, а за ним Ферма, по справедливості вважаються засновниками науки про ймовірність.

Азартний гравець, кавалер де Мере (1607–1648), пристрасно хотів розбагатіти за допомогою гри. Щоб переконатися, чи правильними були його припущення, пан де Мере звернувся до Б. Паскаля з проханням допомогти. Де Мере запитував: скільки разів потрібно підкидати два гральних кубика, щоб випадків випадіння відразу 2-х шісток було більше половини від загального числа підкидань? Другим питанням була задача про розподіл ставки. Для відповіді на перше питання Паскаль здійснив такий розрахунок. При одному підкиданні ймовірність випадіння шістки дорівнює $\frac{1}{6}$, а ймовірність, що цього не станеться $\frac{5}{6}$. Ймовірність того, що при 4-х разовому підкидані жодного разу не випаде шістка, дорівнює $\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$. Таким чином, для де Мере ймовірність програшу була рівна $\frac{625}{1296} < \frac{1}{2}$, а ймовірність виграшу була більшою за половину.

Основний зміст переписки був присвячений задачі про розподіл ставки. Наведемо розв'язання, запропоноване Паскалем. «Ось приблизно, що я роблю для визначення вартості кожної партії, коли два гравця грають, наприклад, по три партії і в кожній поставлено по 32 пістоля. Припустимо, що один виграв дві партії, а інший одну. Вони грають ще одну партію і якщо виграє 1-й, то він отримує всю суму в 64 пістоля, вкладених у гру; якщо ж цю партію виграє 2-й, то кожен гравець буде мати по дві виграшнихі партії, і, якщо вони мають намір здійснити розподіл, кожен повинен отримати назад свій вклад у 32 пістоля».

Розв'язання, яке для задачі Паскаля запропонував Ферма. Нехай до виграшу гравцю A не вистачає 2-х партій, а гравцю B – 3-х. Тоді для завершення гри досить зіграти ще максимум чотири партії. Їх можливі результати представлені у вигляді табл.1. Символ *А* означає виграш відповідної партії гравцем *А*, символ *В* – гравцем *В*. Номера партій розташовані у рядках.

Таблиця 1

Партії	**Можливі результати партій**			
1	*АААА*	*АВАА*	*АВВА*	*ВВВА*
2	*АААВ*	*ВААВ*	*ВАВА*	*ВВАВ*
3	*ААВА*	*ВААА*	*ВВАА*	*ВАВВ*
4	*ААВВ*	*АВАВ*		*АВВВ*
				ВВВВ
Гра виграна гравцем	*А* після 2-х партій	*А* після 4-х партій	*А* після 3-х партій	*В* після 3-х або 4-х партій

У перших 11-ти результатах перемагає гравець *А*, а в останніх 5-ти – гравець *В*. Отже, гравець *А* повинен отримати $\frac{11}{16}$ ставки, а гравець *В* – $\frac{5}{16}$ ставки.

Таким чином, азарт і жага розбагатіти дали поштовх до виникнення нової математичної дисципліни – теорії ймовірностей [2, с. 396-396; 4, с. 47-55].

Робота Х. Гюйгенса. Значний вплив на розвиток теорії ймовірностей, без сумніву, здійснила робота нідерландського механіка, математика, астронома і винахідника Християна Гюйгенса (1629–1695). У 1655 р. Гюйгенс приїжджав у Париж. Розмовляючи з Мілоном і Робенвалем, він зацікавився задачею про розподіл ставки, над якою працювали Паскаль та Ферма.

Результатом стала праця «Про розрахунки в азартних іграх», розміщена у вигляді доповнення до книги Франца ван Схоутена «Математичні етюди» у 1657 р. (латинською мовою праця Гюйгенса була перекладена його вчителем Схоутеном. У 1660 р. вона була видана голландською мовою – мовою оригіналу («Van rekeningh in Spelen van Geluck»), де вперше було введено формальне означення математичного сподівання. Слід відмітити, що дана праця була першою друкованою роботою, присвяченою теорії ймовірностей.

Робота Гюйгенса складається з невеличкого вступу і 14 тверджень. Твердження 1 і 2 є версією задачі про розділ ставки. Твердження 4-9 присвяченні розв'язанню задач, із справедливим поділом ставки. Твердження 10-14 містять різні задачі, які пов'язанні з підкиданням гральних кубиків.

Без сумніву, що саме перші 3 твердження складають ідейну основу всієї праці Гюйгенса і тому сформулюємо та наведемо їх доведення повністю.

Твердження 1. Маючи рівні шанси отримати a або b, маємо

$$\frac{a+b}{2} \qquad (1)$$

«…назвемо вартість мого шансу x. Я ставлю x проти іншого, який ставить стільки ж. Переможець дає a суперникові. Гра справедлива і тому, я маю рівні шанси отримати a при програші або $2x-a$ при виграші. Якщо $2x-a$ одне b, то я буду мати рівні шанси отримати a чи b. Тому я вважаю, що $2x-a=b$ і отримую вартість мого шансу $x=\frac{a+b}{2}$».

Твердження 2. Маючи рівні шанси отримати a, b або c, маємо

$$\frac{a+b+c}{3} \qquad (2)$$

«…Я граю проти 2-х і кожен із нас 3-х ставить x. Я домовляюся з ними, що у випадку їх виграшу 1-й з них дасть мені b, а 2-й – c, а якщо виграю я, то я дам b 2-му і c – 3-му. Отже, я маю рівні шанси отримати b, якщо виграє 1-й із них, або c, якщо виграє 2-й, або, нарешті, $3x-b-c$, якщо виграю я сам, тому, що в цьому останньому випадку я отримаю ставку $3x$, із якої віддам b одному з них і c – іншому. Але $3x-b-c=a$ і я маю рівні шанси отримати a, b або c. І тому $3x-b-c=a$, звідки я отримую вартість мого шансу $x=\frac{a+b+c}{3}$».

Твердження 3. Якщо число випадків, у яких отримується сума a, рівна p, а число випадків, в яких отримується сума b, рівна q, то *вартість сподівання* дорівнює

$$\frac{pa+qb}{p+q} \qquad (3)$$

«…Для цього я наберу стільки гравців, що разом зі мною їх буде $p+x$ і кожен із нас поставить x, загальна ставка буде $px+qx$. Припустимо, що з q гравцями, я домовлюся, що якщо хтось із них виграє, він дасть мені суму b, і що якщо виграю я, я дам йому стільки ж. З рештою $p-1$ гравцями, я домовляюся, що якщо хтось із них виграє, він дасть мені суму a, і, якщо виграю я, я дам йому стільки ж.

Я маю q шансів отримати b, $p-1$ шанс – a і один шанс, якщо виграю саме я, то одержу $px+qx-bx-ap+a$. В останньому випадку я здобуду ставку $px+qx$, з якої повинен буду віддати b кожному з q гравців і a – кожному з $p-1$, а всього $qb+pa-a$. І якщо $px+qx-bx-ap+a=a$, у мене буде p шансів отримати a тому, що я вже мав $p-1$ шанс одержати цю суму, і q шансів – b.

Таким чином, прирівнюючи всі шанси $px+qx-bx-ap+a=a$, відповідно знаходжу вартість мого шансу $x=\frac{pa+qb}{p+q}$ ».

Означення, наведене Гюйгенсом, застосовувалося в торгівлі та промисловості. Термінологія Х. Гюйгенса носить комерційний характер, він вважав, що математичне сподівання – це вартість шансу на виграш в елементарній грі. Для Голландії це було природним, оскільки на той час почав розвиватися торгово-промисловий і банківський облік.

Твердження 12. Знайти таке число підкидань грального кубика, щоб з першого разу випало дві шістки [5, с. 41-42; 2, с. 397-400; 3, с. 55-63; 1, с. 10-56].

Поява роботи Я. Бернуллі «Мистецтво припущень» (XIX ст.). Якоб Бернуллі (1654–1705) – швейцарський математик, професор математики Базельського університету. Один із засновників теорії ймовірностей та математичного аналізу. Через 8 років після смерті Я. Бернуллі у 1713 р. братами Турнізіус було опубліковано книгу «Мистецтво припущень» із передмовою Миколая Бернуллі (Миколай Бернуллі (племінник Я. Бернуллі) також займався питаннями теорії ймовірностей. У 1709 р. захистив дисертацію «Про використання мистецтва пропозицій у судових справах», яку оцінив Лейбніц) та під його керівництвом, яка зіграла значну роль в історії розвитку теорії ймовірностей.

Перша частина книги, що містить зміст трактату Х. Гюйгенса «Обчислення в азартних іграх» (1657 р.), із зауваженнями до тверджень (крім одного) Я. Бернуллі, становить передрук повного тексту книги Гюйгенса.

Зупинимось на деяких твердженнях, які були сформульовані вище. Розглядаючи *твердження 1* Я. Бернуллі за аксіому взяв наступне: *«Кожен може, або кожному слід очікувати саме стільки, скільки він неодмінно придбає».* У своїй праці він не вживає слово *сподівання* в звичайному сенсі, а розуміє щось проміжне між найкращим, на що ми сподіваємося, і найгіршим, чого ми побоюємось.

Бернуллі запропонував другий спосіб доведення *твердження 2*. «Уявімо собі 3 коробки; в 1-й заховано a, в 2-й – b і в 3-й – c. Мені і 2-м іншим дозволяється вибрати по коробці і забрати те, що в ній знаходиться. Ми в 3-х заберемо всі 3 коробки і отримаємо все те, що заховано в них, тобто $a+b+c$. Сподівання кожного рівносильні 3-й частині цієї загальної кількості $\frac{a+b+c}{3}$».

Розглядаючи *твердження 3* Бернуллі відмічає наступне: «Після роздумів стає зрозумілим, що це обчислення схоже з арифметичним правилом (про суміші), відповідно до якого в заданих кількостях змішуються речовини різної вартості і відшукується вартість суміші».

У зауваженні до *твердження 12* Бернуллі отримав результат, який ми називаємо *формулою Бернуллі*. Якщо ймовірність P настання події A в кожному з випробувань стала, то ймовірність $P_n(k)$ того, що подія A настане k разів в n незалежних випробуваннях обчислюється за формулою (4):

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k} \qquad (4)$$

У II частині роботи, яка складалась із 9-ти глав, «Вчення про перестановки і комбінації» Якоб Бернуллі ототожнював *комбінаторику* із мистецтвом, яке повинно шануватись. Перша глава частини II присвячена теорії перестановок. *Перестановками* Бернуллі називав такі зміни, в результаті яких кількість предметів зберігається, а порядок може змінюватись різними способами.

Правило 1. Кількість перестановок із *n* різних елементів знаходиться за формулою (5). Якоб Бернуллі також здійснив обчислення для кількості перестановок від 1 до12. Це були відповідні значення факторіалів.

$$1\cdot 2\cdot \ldots \cdot\ n-1\ \cdot n \qquad (5)$$

Правило 2. Для числа перестановок з повторенням було виведено формулу (6):

$$P_n\ \alpha_1,\alpha_2,\ldots,\alpha_k\ =\frac{n!}{\alpha_1!,\alpha_2!,\ldots,\alpha_k!} \qquad (6)$$

Як приклади Бернуллі розглядав число перестановок, утворених із букв різних слів. Із літер слова «Roma» можна отримати $1\cdot 2\cdot 3\cdot 4=24$ перестановки, із «Leopoldus» $\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{2\cdot 2}=\frac{362\,880}{4}=90\,720$, «Studiosus» $\frac{362\,880}{2\cdot 6}=30\,240$.

У другій главі математик переходить до розгляду комбінацій. Під *комбінацією* він розумів таке поєднання, у якому із даної множини здійснюється вибір і об'єднуються елементи без урахування порядку або положення. Для 5-ти елементів *a, b, c, d, e* він побудував таблицю комбінацій.

Таблиця 2

a								
b	*ab*							
c	*ac*	*bc*	*abc*					
d	*ad*	*bd*	*cd*	*acd*	*bcd*	*abcd*		
e	*ae*	*be*	*ce*	*de*	*abe*	*ace*	*bce*	*ade*
	bde	*cde*	*abce*	*abde*	*acde*	*bcde*	*abcde*	

Враховуючи дані табл.2 та користуючись методом математичної індукції Бернуллі доводить теорему про число можливих комбінацій всіх класів.

$$\frac{n}{1}+\frac{n}{2}+\ldots+\frac{n}{n}=2^n-1 \qquad (7)$$

Бернуллі також навів таблицю для числа комбінацій (табл. 3).

Таблиця 3

	I	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**	**VII**	**VIII**	**IX**	**X**	**XI**	**XII**
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	1	3	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0
5	1	4	6	4	1	0	0	0	0	0	0	0
6	1	5	10	10	5	1	0	0	0	0	0	0
7	1	6	15	20	15	6	1	0	0	0	0	0
8	1	7	21	35	35	21	7	1	0	0	0	0
9	1	8	28	56	70	56	28	8	1	0	0	0
10	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	0	0
11	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1	0
12	1	11	55	165	330	462	462	330	165	55	11	1

Наведемо деякі властивості табл. 3.

1. 2-й стовпчик починається з одного нуля, 3-й з 2-х, 4-й з 3-х, і взагалі С-й з $C-1$ нулів;

2. Щоб знайти будь-яку комбінацію таблиці, необхідно від цієї клітинки піднятись до клітинки, що розташована у попередньому рядку, і до неї додати клітинку зліва.

У VII главі «Про комбінації та перестановки, що розглядаються спільно» Бернуллі вивів формулу (8) для числа розміщень *k*-го класу із *n* елементів.

$$A_n^k = \frac{n\cdot\ n-1\ \ldots\ n-k+1}{1\cdot 2\cdot 3\ldots k}\cdot k\cdot\ k-1\ \ldots 3\cdot 2\cdot 1 = n\cdot\ n-1\ \ldots\ n-k+1 \qquad (8)$$

Частина ІІ книги «Мистецтво припущень» мала велике значення. Вона була підручником по комбінаториці упродовж XVIII ст. Частина ІІІ праці Бернуллі називається «Застосування вчення про комбінації до різних способів жеребкування в азартних іграх». Вона вміщує 24 задачі з докладним розв’язанням, у яких автор показує практичне застосування вчення про перестановки та комбінації для визначення сподівання гравців.

Але основна частина книги, що є початком нового етапу в історії теорії ймовірностей, – це частина IV , яка називається «Застосування попереднього вчення до громадянських, моральних і економічних питань». Вона містить доведення теореми Бернуллі, тобто закону великих чисел.

Частина IV залишилася незакінченою. Книга обривається після доведення теореми Бернуллі [1, с. 9-143; 4, с. 67-89; 5, с. 42, 84-86].

Висновки та перспективи подальших пошуків у напрямі дослідження. Становленню теорії ймовірностей як науки сприяли перші спроби математичного аналізу азартних ігор. Основні поняття не були математично визначеними, а ґрунтувалися лише на наочних уявленнях.

Перші наукові праці в галузі теорії ймовірностей належать до XVII ст. Досліджуючи прогнозування виграшу в азартних іграх, Блез Паскаль і П'єр Ферма відкрили перші ймовірнісні залежності, що виникають під час кидання гральних кубиків. Саме їх переписка, щодо розподілу ставки, стала основою для впровадження поняття математичного сподівання і спроб формулювання основних теорем додавання й добутку ймовірностей.

Християн Гюйгенс увів у своїй книзі поняття ймовірності як величину шансу (величина шансу пропорційна ймовірності); розглядав математичне сподівання для дискретних випадків, у вигляді вартості шансу, і широко його застосував при розв'язуванні задач; користувався основними властивостями ймовірності, вираженими теоремами додавання і множення ймовірностей, не виділяючи і не формулюючи їх.

Якщо зародженням нової науки вважається виділення її предмета та задач, характерних для даної науки, і розробка специфічного апарата для розв'язування нових проблем, то праці Паскаля, Ферма і в першу чергу Гюйгенса дають нам право говорити, що теорія ймовірностей зародилась як наука в середині XVII ст.. Центральним поняттям цієї науки з самого початку стало поняття ймовірності, до відкриття якого математики лише наблизились.

Розглянуті чотири частини книги Якоба Бернуллі «Мистецтво припущень», без сумніву, зробили суттєвий внесок не тільки у розвиток теорії ймовірностей, її історії, але й математики в цілому. У цих частинах по-новому осмислюються уже усталені стандартними деякі задачі теорії ймовірностей. Вперше послідовно викладена теорія комбінацій, причому отримано багато нових властивостей і різноманітних формул.

Викладений матеріал не вичерпує весь історичний розвиток теорії ймовірностей як науки з її багатим математичним апаратом. Зважаючи на це, перспективою у подальшому дослідженні стане написання магістерської роботи.

Список літератури

1. Бернулли Я. Искусство предположений. Части 1-3. / Перевод О.Б. Шейнина / – 145с.
2. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. Москва, Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988, 446 с.
3. Майстров Л.Е. Развитие понятия вероятности. Москва, Наука, 1980, 269 с.
4. Майстров Л.Е. Теория вероятностей. Исторический очерк. Москва, Издательство «Наука». 1967, 320 с.
5. Тичинська Л.М. Теорія ймовірностей. ч. 1. Історичні екскурси та основні теоретичні відомості. Вінниця, ВНТУ, 2010, 112 с.
6. Ріжняк Р.Я. Розвиток інформатики та інформаційних технологій у вищих навчальних закладах України у другій половині XX – на початку XXI століття. Кіровоград, Видавництво «Код», 2014, 436 с.