

УДК 375

## ЖИТТЄВИЙ І ТВОРЧИЙ ШЛЯХ КАРЛА ФРІДРІХА ГАУССА

Петріченко Олексій Анатолійович

**Науковий керівник: доктор іст. наук, професор Ріжняк Ренат Ярославович**

*Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені*

*Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

*В статті досліджено життя та вклад у математику німецького математика, астронома, геодезиста та фізика Карла Фрідріха Гаусса. Характерними рисами досліджень Гаусса є надзвичайна їх різнобічність і органічний зв'язок у них між теоретичною і прикладною математикою. Праці Гаусса мали великий вплив на весь дальший розвиток вищої алгебри, теорії чисел, диференціальної геометрії, класичної теорії електрики і магнетизму, геодезії, теоретичної астрономії. У багатьох галузях математики Гаусс активно сприяв підвищенню вимог до логічної чіткості доведень. «Арифметичні дослідження» – перший великий твір Гаусса, присвячений окремим питанням теорії чисел і вищої алгебри. Постановка і розробка цих питань Гауссом визначили дальший розвиток цих дисциплін. Гаусс докладно розвинув тут теорію квадратичних лишків, уперше довів квадратичний закон взаємності – одну з центральних теорем теорії чисел.*

*Ключові слова: Карл Фрідріх Гаусс, основна теорема алгебри, правильний  $n$ -кутник, теорія квадратичних лишків.*

### LIFE AND CREATIVE WAY OF KARL FREDRICH HAUSS

Petrichenko Alexey

**Scientific supervisor: doctor of historical sciences, Professor Rizhniak R.Ya.**

*The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytsky, Ukraine*

*The article explores the life and contribution to mathematics of German mathematician, astronomer, geodesist and physicist Karl Friedrich Gauss. Characteristic features of Gauss's research are extremely diverse and their organic connection between theoretical and applied mathematics. Gauss's works had a great influence on all further development of higher algebra, the theory of numbers, differential geometry, the classical theory of electricity and magnetism, geodesy, theoretical astronomy. In many fields of mathematics, Gauss has actively contributed to increasing the requirements for logical clarity of proofs. "Arithmetic Studies" is Gauss's first major work devoted to separate questions in the theory of numbers and higher algebra. The development and development of these issues by Gauss determined the further development of these disciplines.*

*Gauss developed here the theory of quadratic residues in detail, first proved the quadratic law of reciprocity - one of the central theorems of the theory of numbers.*

*Key words: Karl Friedrich Gauss, basic algebra theorem, correct n-angle, the theory of quadratic residues.*

**Постановка проблеми.** Історія математики веде свій відлік з давніх часів і налічує багато відомих вчених та велику кількість їхніх праць. Аналізуючи їх, можна побачити, що кількість людей, які залишили свій слід в історії невелика. Тому розглянемо одного з найвизначніших математиків Карла Фрідріха Гаусса. Проблема полягає в дослідженні його життєвого шляху та надбань в науці. Адже чи багатьох видатних математиків Ви можете згадати не замислюючись? А чи можете Ви назвати тих з них, хто за життя отримав заслужене звання «король математиків»? Одним з небагатьох цієї почесі удостоївся Карл Гаусс – німецький математик, фізик і астроном.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Аналізуючи дослідження і публікації можна сказати, що він працював в сфері математичних досліджень, починаючи з раннього віку: у 1795 р. він винайшов так званий «Метод найменших квадратів»; у 1796 р. розв'язав класичну задачу про поділ кола, з якої випливала побудова правильного 17-кутника, і написав велику й важливу працю «Арифметичні дослідження», яка була надрукована у 1801 р.

Над цими проблемами працювали і раніше. Наприклад, як припущення основна теорема алгебри вперше зустрічається у німецького математика Пітера Роуте. Перші доведення основної теореми алгебри належать Жирану (1629 р.) і Декарту (1637 р.) у формулюванні, відмінному від сучасного. Маклорен і Ейлер уточнили формулювання, надавши їй форму, еквівалентну сучасній. Даламбер першим в 1746 р. опублікував доведення цієї теореми. Доведення це було б абсолютно строгим, якби Даламбер міг довести, що десь на комплексній площині значення модуля многочлена досягає найменшого значення. У 2-й половині XVIII століття з'являються доведення Ейлера, Лапласа, Лагранжа й інших. У всіх цих доведеннях передбачається заздалегідь, що якийсь «ідеальний» корінь многочлена існує, а потім доводиться, що, принаймні, один

з них є комплексним числом. Гаусс першим надав доведення без цього припущення [1].

Інше важливе дослідження Гаусса – це метод найменших квадратів. Так як до початку XVIII ст. вчені не мали певних правил для розв'язання системи рівнянь, в якій число невідомих менше, ніж число рівнянь; до цього часу вживалися часткові прийоми, залежали від виду рівнянь і від дотепності обчислювачів, і тому різні обчислювачі, виходячи з тих же даних спостережень, приходили до різних висновків. Гауссу (1795) належить перше застосування методу, а Лежандр (1805) незалежно відкрив і опублікував його під сучасною назвою. Лаплас пов'язав метод з теорією ймовірності, а американський математик Едрейн (1808) розглянув його теоретико-імовірнісні додатки [2]. Метод поширений і вдосконалений подальшими дослідженнями Енке, Бесселя, Ганзена та інших. Роботи А.А. Маркова на початку XX століття дозволили включити метод найменших квадратів в теорію оцінювання математичної статистики, в якій він є важливою і природною частиною. Зусиллями Ю. Неймана, Ф. Девіда, А. Ейткена, С. Рао було отримано безліч важливих результатів в цій області [3]. Крім того, у нашій роботі використаний аналіз доступних джерел: навчальні ресурси мережі Internet та наукова література з математики, а також методологія історичного дослідження [9].

**Мета статті** полягає у дослідженні життєвого та творчого шляху Карла Гаусса.

Карл Фрідріх Гаусс народився 30 квітня 1777 р. у Брауншвейгу – одному з німецьких князівств, які на той час ще не були об'єднані в єдину централізовану державу [4]. Читати і писати Карл навчився сам: йому досить було знати лише кілька букв, підказаних матір'ю, щоб цілком оволодіти технікою читання. Вже в ранньому дитинстві у хлопчика виявились особливі здібності до математики. Пізніше він сам жартома говорив: «Я навчився рахувати раніше, ніж розмовляти». Розповідають про такий випадок. Якось до батька Карла зібралися товариші по роботі, щоб розподілити зароблені за тиждень гроші. Тут же був і трирічний Карл. Коли батько закінчив розрахунки,

які він проводив уголос, щоб усі чули їх, і оголосив наслідки, Карл вигукнув: «Татку, ти помилився!» Присутні були вражені заявою малої дитини, але батько підрахував усе спочатку. Коли він назвав нову цифру (а раніше він справді зробив помилку), Карл радісно вигукнув: «Тепер правильно!».

У 1784 р. Карла віддали до народної школи. Перші два роки навчання він нічим не відзначався серед товаришів, його виняткові здібності до арифметики виявилися у третьому класі. Якось учитель дав учням досить складне завдання з арифметики: відшукати суму деякої кількості натуральних послідовних чисел. Учитель вважав, що учні досить довго шукатимуть відповідь. Але через кілька хвилин Карл розв'язав задачу. Коли вчитель проглянув розв'язання, то побачив, що малий Гаусс винайшов спосіб скороченого знаходження суми членів арифметичної прогресії. Щасливий випадок звів Гаусса з першим у навчанні учнем цієї самої школи – Бартельсом; вони подружилися, бо обидва були закохані в математику. За порадою товариша Карл почав вивчати твори великих математиків, ознайомився з теорією бінома, властивостями деяких рядів тощо.

Після чотирирічного навчання в школі Гаусс перейшов до гімназії відразу в другий клас. Тут, у гімназії, яскраво виявились інші його здібності – з дивовижною швидкістю і успішністю він оволодів стародавніми мовами — грецькою і латинською. Талановитого юнака представили герцогу Брауншвейгському, який надалі піклувався про його виховання [5].

Після закінченні гімназії Гаусс у 1792 р. вступив до так званої Каролінської колегії. Тут він продовжував успішно вивчати стародавні мови, а разом з тим систематично і поглиблено студіював математичні дисципліни. На цей період припадає його ознайомлення з творами таких видатних математиків, як Ейлер, Лагранж і особливо Ньютон. Епохальний твір Ньютона «Математичні начала натуральної філософії» справив на Гаусса глибоке враження і запалив у ньому той негасимий потяг до математичних досліджень, який тривав усе його життя [6].

З 1795 р. Гаусс – студент Геттінгенського університету. Він охоче відвідує лекції з філософії і математики. В цей час він починає свої математичні дослідження. Як відомо, ще за часів Евкліда (III ст. до н. е.) задача про поділ кола була предметом досліджень багатьох учених, причому ще тоді було доведено, що за допомогою циркуля і лінійки можна побудувати правильні багатокутники, число сторін яких дорівнює:  $3 \cdot 2^n$ ,  $4 \cdot 2^n$ ,  $5 \cdot 2^n$ ,  $15 \cdot 2^n$ , , де  $n$  – будь-яке ціле число натурального ряду. К. Гаусс довів, що за допомогою циркуля та лінійки можна побудувати такий правильний  $n$ -кутник, число сторін якого виражається формулою  $n=2^{2^r}+1$ , де  $r$  – довільне ціле число або нуль. Якщо  $r=0$ , то  $n=3$ ;  $r=1$ , то  $n=5$ ,  $r=2$ , то  $n=17$ .

Побудови трикутника і п'ятикутника були відомі ще давнім грекам, але Гаусс першим здійснив побудову правильного 17-кутника.

Дослідження Гаусса про поділ кола мали велике значення не лише для розв'язання цієї складної задачі. Мабуть, ще важливішим було те, що тут він заклав основи загальної теорії так званих алгебраїчних рівнянь, тобто рівнянь виду  $a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n = 0$ , де коефіцієнти рівняння – комплексні числа.

Дуже важливе значення має доведена Гауссом у 1799 р. основна теорема алгебри про існування кореня алгебраїчного рівняння. На основі цієї теореми доведено таку властивість рівнянь: «Алгебраїчне рівняння має стільки коренів дійсних чи комплексних, скільки одиниць у показнику його степеня». За працю, в якій доведено ці теореми, Гаусс дістав звання приват-доцента.

У першій частині праці «Арифметичні дослідження» Гаусс глибоко проаналізував питання про так звані «квадратичні лишки» і вперше довів важливу теорему з теорії чисел, яку він назвав «золотою теоремою» про «квадратичний закон взаємності». Можна без перебільшень сказати, що теорія чисел, як наука, почала своє справжнє існування саме з досліджень Гаусса. «Арифметичні дослідження» Гаусса в математичній науці створили цілу епоху, а Гаусс був визнаний найбільшим математиком світу [7].

У 1807 р. йому було надано звання екстраординарного, а пізніше й ординарного професора Геттінгенського університету. В той же час його було призначено директором Геттінгенської обсерваторії.

В галузі астрономії Гаусс працював близько 20 років. У 1801 р. італійський астроном Піацці відкрив між орбітами Марса і Юпітера маленьку планету, яку він назвав Церерою. Спостерігав він цю планету протягом 40 днів, але Церера швидко наближалася до Сонця і зникла в його яскравих променях. Намагання Піацці відшукати її знову виявилися марними. Гаусс зацікавився цим явищем і, вивчивши матеріали спостережень Піацці, установив, що для визначення орбіти Церери досить трьох її спостережень. Після чого треба було розв'язати рівняння 8-го степеня, з чим Гаусс блискуче справився: орбіта планети була обчислена і сама Церера знайдена. Таким самим способом Гаусс обчислив орбіту іншої малої планети — Паллади. У 1810 р. французький астрономічний інститут за розв'язання задачі про рух Паллади присудив йому золоту медаль. У цей період учений написав і свою фундаментальну працю «Теорія руху небесних тіл, які обертаються навколо Сонця по конічних перерізах» (1809 р.).

Гаусс цікавився і геометрією. Окремі питання, як, наприклад, найважливіша проблема геометрії – проблема V постулату Евкліда – привертали його особливу увагу. У своїх міркуваннях він ішов шляхами, схожими па ті, які проробив Лобачевський, але не опублікував жодної сторінки. У листі до математика Бесселя Гаусс писав: «Певне, я ще не скоро зможу обробити свої широкі дослідження з цього приводу так, щоб їх можна було опублікувати. Можливо, навіть, що я не зважуся на це протягом усього мого життя, тому що боюсь крику беотійців, який піднімається, коли я висловлюю свої погляди».

Гаусс ознайомився з результатами досліджень Лобачевського за невеликою брошурою «Геометричні дослідження з теорії паралельних ліній», написаною німецькою мовою і виданою у 1840 р. Він зацікавився цією працею і в свої 62 роки вирішив вивчити російську мову, щоб мати можливість читати

твори Лобачевського в оригіналі. У листах до своїх друзів Гаусс з великою похвалою говорив про досягнення Лобачевського. Він писав, що праця Лобачевського містить основи тієї геометрії, яка могла б бути і була б цілком послідовною, якби геометрія Евкліда не була правильною. Він писав також, що вже 54 роки (з 1792 р.) має такі самі переконання. Самому Лобачевському Гаусс власноручно написав листа, в якому повідомив російського вченого, що його обрали членом-кореспондентом Геттінгенського математичного вченого товариства.

Через надзвичайно велику вимогливість до себе багато досліджень визначного математика залишилося за життя його неопублікованими (нариси, незакінчені праці, листування з друзями). Цю наукову спадщину Гаусса дуже ретельно опрацьовували в Геттінгенському вченому товаристві. В результаті було видано 11 томів творів Гаусса. Дуже цікавими із спадщини вченого є його щоденник і дослідження з неевклідової геометрії й теорії еліптичних функцій. Зокрема, з опублікованих матеріалів видно, що Гаусс прийшов до думки про можливість існування поряд з евклідовою геометрією неевклідової в 1818 році. Проте побоювання, що ідеї неевклідової геометрії не зрозуміють у математичному світі, і, можливо, недостатнє усвідомлення їх наукової важливості були причиною того, що Гаусс їх далі не розробляв і нічого за життя з цих питань не опублікував. Коли опублікував неевклідову геометрію М.І. Лобачевський, Гаусс поставився до цього з великою увагою і запропонував обрати Лобачевського членом-кореспондентом Геттінгенського вченого товариства, але власної оцінки великому відкриттю Лобачевського по суті не дав.

В архівах Гаусса знайдено матеріали із своєю теорією еліптичних функцій. Проте заслуга в її розробці й опублікуванні належить К. Якобі і Н. Абелю. У 1827 р. Гаусс опублікував велику працю «Загальні дослідження про криві поверхні», зміст якої стосується диференціальної геометрії.

Значні відкриття належать Гауссу і в галузі фізики. Він дослідив і встановив ряд нових законів у теорії рідин, теорії, магнетизму тощо. Наслідком

важливих розробок були такі праці: «Про один важливий закон механіки» (1820), «Загальні початки теорії рівноваги рідин» (1832), «Про абсолютне вимірювання магнітних величин» (1832), «Загальна теорія земного магнетизму» (1838). У 1836 р. Гауссу запропонували провести геодезичні вимірювання території Ганноверського королівства. У результаті він виготовив новий вимірювальний прилад – геліотроп, що діяв за допомогою сонячних променів.

Характерними рисами досліджень Гаусса є надзвичайна їх різнобічність і органічний зв'язок у них між теоретичною і прикладною математикою. Праці Гаусса мали великий вплив на весь дальший розвиток вищої алгебри, теорії чисел, диференціальної геометрії, класичної теорії електрики і магнетизму, геодезії, теоретичної астрономії. У багатьох галузях математики Гаусс активно сприяв підвищенню вимог до логічної чіткості доведень. «Арифметичні дослідження» – перший великий твір Гаусса, присвячений окремим питанням теорії чисел і вищої алгебри. Постановка і розробка цих питань Гауссом визначили дальший розвиток цих дисциплін. Гаусс докладно розвинув тут теорію квадратичних лишків, уперше довів квадратичний закон взаємності – одну з центральних теорем теорії чисел. У цьому творі він по-новому докладно розробив теорію квадратичних форм, яку раніше побудував Лагранж, виклав теорію поділу кола, яка багато в чому була прообразом теорії Галуа. Гаусс розробив загальні методи розв'язання рівнянь виду  $x^n - 1 = 0$ , а також встановив зв'язок між цими рівняннями і побудовою правильних багатокутників, а саме: знайшов усі такі значення  $n$ , для яких правильний  $n$ -кутник можна побудувати циркулем і лінійкою, зокрема розв'язав у радикалах рівняння  $x^{17} - 1 = 0$  і побудував правильний 17-кутник за допомогою циркуля і лінійки. Це було першим після старогрецьких геометрів значним кроком уперед у цьому питанні. Одночасно Гаусс склав величезні таблиці простих чисел, квадратичних лишків і нелишків, значень усіх дробів виду  $\frac{1}{p}$  від  $p = 1$  до  $p = 1000$  у вигляді десяткових дробів, доводячи обчислення до повного періоду (що іноді потребувало обчислення кількох сотень десяткових знаків).



В алгебрі Гаусса цікавила насамперед основна теорема. До неї він не раз повертався і дав понад шість різних її доведень. Усі вони були опубліковані в працях ученого у 1808-1817 рр. У цих працях були дані вказівки відносно кубічних і біквадратичних лишків. Теореми про біквадратичні лишки розглядаються в працях 1825-1831 рр. Ці праці значно розширили теорію чисел завдяки введенню так званих цілих гауссових чисел, тобто чисел виду  $a+bi$ , де  $a$  і  $b$  – цілі числа. У зв'язку з астрономічними обчисленнями, що ґрунтуються на розкладанні інтегралів відповідних диференціальних рівнянь у нескінченні ряди. Гаусс дослідив питання про збіжність нескінченних рядів, які він пов'язав з вивченням т. зв. гіпергеометричного ряду («Про гіпергеометричний ряд», 1812). Головне значення цього ряду полягає в тому, що він містить як окремі випадки відомих трансцендентних функцій, що мають широке застосування. Ці дослідження Гаусса разом з працями Коші і Абеля, які ґрунтуються на дослідженнях Гаусса, сприяли значному розвитку загальної теорії рядів [8].

Хоча Гаусс плідно працював у різних галузях науки, але він сам часто говорив: «Я весь відданий математиці». Математику він вважав царицею наук, а арифметику – царицею математики. В обчисленнях у думці йому не було рівних. Він знав напам'ять перші десяткові цифри багатьох логарифмів і користувався ними при наближених обчисленнях у думці. Розв'язуючи складні задачі, він помилявся дуже рідко, цифри писав чітко. Останні десяткові знаки перевіряв, не покладаючись на таблиці.

Відкриття Гаусса не зробили такого перевороту, як, наприклад, відкриття Архімеда і Ньютона, але через їх глибину, різносторонність, розкриття нових, невідомих до того законів природи в галузі фізики, геодезії, математики сучасники вважали Гаусса найкращим математиком світу. На медалі, виготовленій у 1855 р. на його честь, вигравіровано напис: «Король математиків».

16 червня 1849 р. наукова громадськість світу відзначила 50-річний ювілей творчої діяльності «короля математиків». Усі наукові установи, товариства різних країн світу вважали за свій обов'язок сердечно привітати

великого математика і висловити йому почуття високої поваги. У цей час Гаусс написав свою останню працю «Матеріали до теорії алгебраїчних рівнянь».

Довгі роки напруженої праці давалися знаки. Гаусс почав помітно старіти, швидко стомлюватись. У 1851 р. великих страждань завдавали йому безсоння, задишка і кашель. До цього він майже не хворів і за все своє життя тільки двічі вживав ліки. Але тепер, коли друзі запросили до нього лікаря, який установив хворобу серця і ряд інших змін в організмі, Гаусс почав лікуватись, часто робив прогулянки на свіжому повітрі. Здоров'я його ніби поліпшилось. Але 23 лютого 1855 р. великого математика не стало. 26 лютого тіло перенесли в обсерваторію, а звідти студенти університету супроводили його на кладовище.

**Висновок.** Гаусс працював в різних наукових сферах. Тому і досягнення у нього також різноманітні. Дуже важливе значення має доведена Гауссом у 1799 р. основна теорема алгебри про існування кореня алгебраїчного рівняння. Гаусс цікавився і геометрією. Окремі питання, як, наприклад, найважливіша проблема геометрії – проблема V постулату Евкліда – привертала його особливу увагу. У своїх міркуваннях він ішов шляхами, схожими на ті, які проробив Лобачевський, але не опублікував жодної сторінки.

Гаусс займався і теоретичною фізикою. Його дослідження в цій галузі значною мірою були результатом тісного спілкування і спільної наукової роботи з Вільгельмом Вебером. Разом з Вебером Гаусс створив абсолютну систему електромагнітних одиниць і сконструював у 1833 перший в Німеччині електромагнітний телеграф. Йому належить створення загальної теорії магнетизму, основ теорії потенціалу і багато ін. Наслідком його занять геодезією були важливі теоретичні праці, які стали основою дальшого розвитку цієї науки.

#### Список літератури

1. Тихомиров В.М., Успенский В.В. Десять доказательств основной теоремы алгебры // Математическое просвещение. МЦНМО. 1997. № 1. С. 50–70.
2. Александрова Н.В. История математических терминов, понятий, обозначений: словарь-справочник. Москва, ЛКИ, 2008, 248 с.

3. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. Москва, 1962.
4. Белл Э. Т. Творцы математики. Москва, Просвещение, 1979, 256 с.
5. Боголюбов А. Н. Математики. Механіки. Біографічний довідник. Київ, Наукова думка, 1983, 639 с.
6. Бородин А. И. Біографічний словник діячів в області математики. Київ: Радянська школа, 1979, С. 131–134.
7. Бюлер В. Гаусс. Биографическое исследование. Москва, Наука, 1989, 208 с.
8. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. Москва: Наука, 1984.
9. Ріжняк Р.Я. Розвиток інформатики та інформаційних технологій у вищих навчальних закладах України у другій половині ХХ – на початку ХХІ століття. Кіровоград, Видавництво «Код», 2014, 436 с.