

УДК 372.8

**ФОРМУВАННЯ У СТАРШОКЛАСНИКІВ УМІНЬ РОЗВ'ЯЗУВАТИ  
ЗАДАЧІ З РОЗГОРНУТОЮ ВІДПОВІДДЮ З ВИКОРИСТАННЯМ  
МАТЕМАТИЧНИХ ПАКЕТІВ**

**Коновалова Вікторія Валеріївна**

**Науковий керівник: доктор іст. наук, професор Ріжняк Ренат Ярославович**

*Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені*

*Володимира Винниченка, м. Кропивницький, Україна*

*У статті наведені приклади використання програм динамічної математики при розв'язуванні задач в старших класах, які традиційно передбачають залучення аналітичного апарату. В статті акцентується увага на конструктивному і дослідницькому підходах при розв'язуванні задач алгебри і початків аналізу на противагу традиційному. Робиться акцент на потребі накопичення емпіричного досвіду математичного дослідження і висновок про необхідність зміщення акцентів навчання математики у бік обов'язкового залучення і вивчення комп'ютерних інструментів, які спрощують розв'язування окремих класів задач і сприяють формуванню якісного математичного знання.*

**Ключові слова:** *програми динамічної математики, комп'ютерні інструменти, інтерактивне геометричне середовище, параметр, Математический конструктор, GeoGebra, MatLab, Mathematica, Maple, MathCAD.*

**Formation in senior pupils' abilities to solve tasks with a detailed answer using  
mathematical packages.**

**Konovalova Victoria**

**Scientific supervisor: doctor of historical sciences, Professor Rizhniak R.Ya.**

*The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Kropyvnytsky,  
Ukraine*

*The article presents examples of the use of dynamic mathematics programs in solving problems in the upper classes, which traditionally involve the involvement of analytical apparatus. The article focuses on constructive and research approaches in solving problems of algebra and the principles of analysis in contrast to the traditional one. The emphasis is placed on the need to accumulate empirical experience in mathematical research and the conclusion about the need to shift the emphasis of mathematics training towards compulsory attraction and study of computer tools that simplify the solving of certain classes of problems and contribute to the formation of qualitative mathematical knowledge.*

*Key words: programs of dynamic mathematics, computer tools, interactive geometric environment, parameter, mathematical constructor, GeoGebra, MatLab, Mathematica, Maple, MathCAD.*

**Постановка проблеми.** Використання комп'ютерної техніки та спеціалізованого програмного забезпечення вже стало традиційним для багатьох освітян. З одного боку, це сприяє активізації навчального процесу, а з іншого спрощує розв'язання багатьох навчальних і життєвих задач. І вже не є новиною ситуація, коли молодь, маючи доступ до мережі Інтернет, поставлені математичні задачі «розв'язує» через пошукові сервіси і запити. Більше того, якщо раніше, використовуючи спеціалізовані математичні програми, можна було отримати лише відповідь, то сьогодні розробники такого контенту надають користувачам мережі можливість побачити не лише результат, а й повний шлях його одержання.

Описану ситуацію наразі не можна вважати недопустимою у контексті навчання математики – потрібно знати і уміти використати будь-які інструменти для пошуку розв'язку, але варто усвідомлювати і те, що такі способи, на жаль, не сприяють формуванню математичних умінь у класичному розумінні – вдало сформульований запит та потужність мережі Інтернет забезпечують можливість розв'язання задачі без знань у голові учня про математичне підґрунтя проблеми та методи її подолання.

Через широку розповсюдженість такої ситуації вважаємо недоцільною заборону використовувати згадані підходи, оскільки інформаційне забезпечення виступає наразі сучасним інструментом розв'язування багатьох, у тому числі і життєвих, задач. З іншого боку, розуміючи, що такий підхід щодо пошуку відповіді напевно буде задіяний, перед вчителем математики постає проблема – як в умовах активного споживання інформаційного контенту сформувати необхідні і якісні математичні знання та уміння?

Проблем у психолого-педагогічного впливу інформаційних технологій на процес навчання не можна сприймати як тривіальну, оскільки її вивчають фахівці різних галузей знань, і при цьому одностайності у думках ще не

досягнуто. Поряд із висновками про негативний вплив комп'ютерних технологій і віртуального світу на особистість [1] науковці-методисти зазначають про позитивні тенденції при свідомому використанні спеціалізованих програмних засобів. Стосовно навчання математики такі думки висловлюють Н. Дубровський, М. І. Жалдак, С. А. Раков, Ю. В. Триус, І. Г. Храповицький, М. В. Шабанова та інші науковці та методисти [2, 3, 4].

Наш погляд на можливі шляхи її подолання пов'язаний зі зміщенням акцентів у навчанні математики у бік активного залучення спеціалізованих математичних програм, які підтримують математичні методи дослідження процесів. За рахунок якісної візуальної і часто динамічної підтримки та швидких чисельних розрахунків використання віртуальних середовищ дозволяє збільшити кількість розв'язаних учнем задач, знімає психологічний тиск у випадку «нелюбові» до математики і вивільняє час суб'єктів навчання на якісний аналіз математичних ідей, залежностей, методів тощо.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Результати досліджень, проведених психологами В.В. Давидовим, Л.І. Айдаровою, А.К. Марковою, Л.М. Фрідманом та ін., свідчать, що спеціальне цілеспрямоване навчання учнів методу моделювання є ефективним засобом, який суттєво впливає на характер їхньої навчальної діяльності: навчання стає більш усвідомленим, цілеспрямованим та продуктивним.

Розвиток умінь математичного моделювання в учнів під час вивчення окремих навчальних предметів розглядали Ю.К. Бабанський, В.І. Бондар, М.І. Бурда, Л.В. Занков, Л.Н. Ланда, І.Я. Лернер, О.І. Ляшенко, В.Ф. Паламарчук, О.І. Пометун, М.М. Скаткін, З.І. Слепкань, О.М. Топузов та ін.; у контексті вдосконалення процесу навчання математики засобами методу математичного моделювання – М.І. Бурда, О.І. Глобін, М.П. Лапчик, Ю.І. Мальований, Р.Ю. Маханов, В.М. Монахов, В.М. Остапенко, А.В. Скороход, А.А. Столяр, І.Ф. Тесленко, Л.П. Червочкіна, М.Й. Ядренко та ін.; під час використання ІКТ для розв'язування навчальних і практичних задач – В.Ю. Биков, Ю.О. Дорошенко, А.П. Єршов, М.І. Жалдак,

О.А. Кузнецов, В.В. Лапінський, В.С. Лєдньов, Г.С. Луньова, Л.Г. Лучко, Л.М. Калініна, Л.А. Карташова, Ю.І. Машбиць, В.М. Монахов, Н.В. Морзе, Ю.А. Первін, О.В. Співаковський, І.Ф. Тесленко, Т.В. Тихонова та ін.

Учені, розробляючи методи математичного моделювання та його застосування в різних галузях науки й техніки, дійшли думки про необхідність навчання математичного моделювання учнів загальноосвітніх шкіл [9].

**Стаття має за мету** висвітлити методичні особливості застосування пакетів комп'ютерної математики при формуванні у старшокласників умінь розв'язувати продуктивні задачі – задачі з розгорнутою відповіддю.

Уміння розв'язувати практичні задачі – найголовніший показник міцного засвоєння теоретичного матеріалу. Розв'язування задач розвиває мислення, формує такі вольові якості характеру, як наполегливість та цілеспрямованість, акуратність і точність, об'єктивність і неупередженість. Добір задач має бути диференційованим, спиратись перш за все на ступінь засвоєння теоретичного матеріалу учня, його ставлення до навчання, зусилля, спрямовані ним на самовдосконалення і самореалізацію. При цьому мають бути враховані також мотивація до навчання та особливості нервової системи учнів. Важливо не відштовхнути учнів від намагань засвоїти матеріал на високому рівні, розвинути його розумові здібності, піднести рівень науково-професійної підготовки. Вважаємо, що кількісне накопичення одержаних результатів сприятиме збагаченню досвіду розв'язування задач і ранній появі математичної інтуїції, через що стверджуємо, що школярам не лише доцільно, а і обов'язково потрібно надати можливість накопичення емпіричного досвіду розв'язання різного роду математичних задач саме на базі інформаційного контенту. Такий досвід можна набути під час розв'язування задач, які б передбачали поряд з обов'язковим залученням інформаційних технологій деяке дослідження, котре, у свою чергу, вимагало б застосування математичних знань та умінь або створювало потребу у їх одержанні.

Нами узагальнено емпіричний досвід формування у молоді математичних знань та умінь, який демонструє доцільність залучення програм динамічної

математики до розв'язування задач з параметрами як інструменту забезпечення позитивного ставлення до навчального процесу і свідомого розуміння молоддю потреби у набутті математичних знань.

Пропонуємо нижче приклади залучення програм динамічної математики до розв'язування окремих класів математичних задач, які пов'язані із дослідницькими діями і які при цьому демонструють потребу у математичних вміннях і сприяють формуванню якісного математичного знання. Частина цих задач буде представлена тривіальними розв'язаннями через наявність у використаних віртуальних середовищах спеціальних математичних інструментів. Інші будуть передбачати моделювання умови задачі, аналіз вхідних даних і опис пошуку результату.

Такий підхід (а саме його ми використовуємо під час підготовки майбутніх вчителів математики та інформатики) демонструє як потребу у вивченні існуючих математичних комп'ютерних інструментів, так і необхідність розуміння основних математичних понять та методів у повсякденному житті.


*Задачі з параметрами* завжди сприймаються суб'єктами навчального процесу як важкі. Це зумовлено різними чинниками, серед яких:

- 1) складність сприйняття умови і подальших аналітичних розрахунків [5];
- 2) трудність у швидкому унаочненні умови для пошуку відповіді чи аналізу окремих випадків (ускладнена побудова графіка, математичної моделі тощо);
- 3) обмеженість часу на вивчення методів розв'язування задач з параметрами;
- 4) відсутність досконалого володіння курсом математики і високої логічної культури мислення у переважної більшості учнів [6].

Разом з цим розв'язування задач такого типу не лише сприяє якісному засвоєнню знань та умінь молоді, а і є необхідним з огляду на формування критичного погляду на результат.

**Приклад 1. (GeoGebra 5.0)** Знайти усі значення параметра  $a$ , при яких система нерівностей  $\begin{cases} y \geq x^2 + 2a \\ x \geq y^2 + 2a \end{cases}$  має єдиний розв'язок [6, 25].

Розв'язування систем нерівностей з параметрами не можна вважати типовою математичною задачею, а тому інструменти для її розв'язання передбачені не в кожному з середовищ динамічної математики. Ми наведемо алгоритм розв'язання, реалізований у програмі динамічної математики *GeoGebra5.0*, а читачам додатково пропонуємо використовувати і українську програму *Gran1*, де це теж можливо.

1. Створимо бігунок для параметра  $a$  (інструмент  на основній панелі інтерфейсу).
2. Через рядок вводу задамо систему нерівностей  $(y \geq x^2 + 2a) \wedge (x \geq y^2 + 2a)$ .
3. Змінюючи значення параметра  $a$ , отримаємо відповідь:  $a=0,125$  (рис. 1).

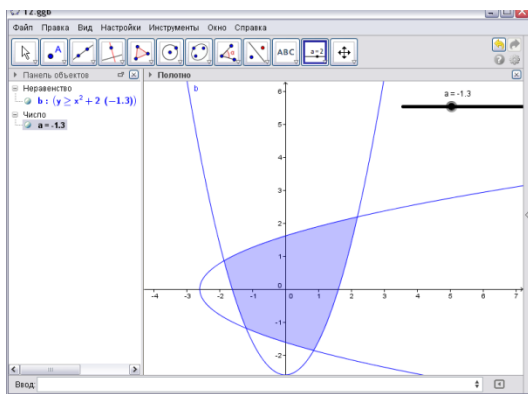


Рис. 1а

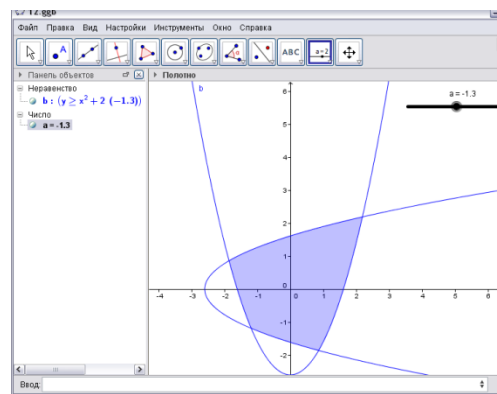



Рис. 1б

Приклад демонструє наявність таких комп'ютерних інструментів, які дозволяють візуальними підходами розв'язувати аналітичні задачі з параметрами, які пропонуються у шкільних підручниках. Зокрема, ми акцентуємо увагу на тому, що про такі інструменти молодь має знати і свідомо їх використовувати.

**Приклад 2.** (Математический конструктор) При яких значеннях параметра  $a$  функція  $f(x) = (a^2 - 3a + 2)(\cos^2(x/4) - \sin^2(x/4)) + (a-1)x + \sin 1$  не має критичних точок [8, 252]

Для успішного розв'язування такого типу задач у учнів має бути сформовано поняття критичної точки та точки екстремуму функції.

Встановимо алгебраїчну панель інструментів і задамо параметр  $a$  (інструмент  $a = \text{↕}$ ). Побудуємо графік заданої функції. За допомогою інструменту *Построить локальный экстремум*  знайдемо критичні точки (рис. 2а). Змінюючи параметр  $a$ , приходимо до висновку, що функція  $f(x)$  не має критичних точок при  $a \in (0;1) \cup (1;4)$  (рис. 2б).

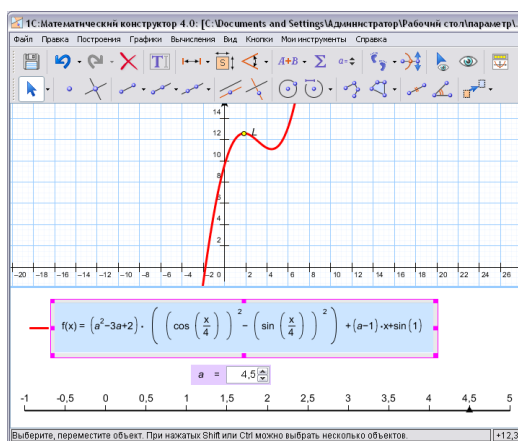


Рис. 2а

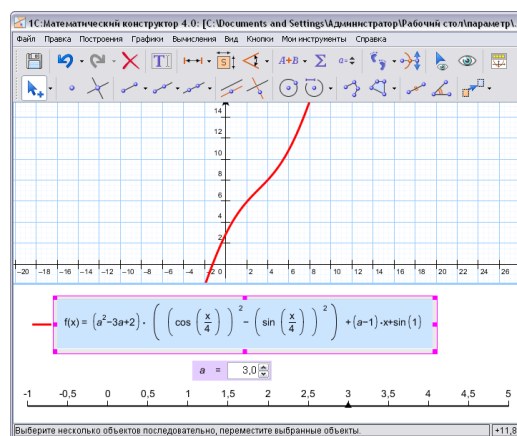


Рис. 2б

Під час розв'язування задачі учню потрібно розуміти, що означає наявність чи відсутність критичних точок функції у її графічній інтерпретації, сприймати те, що функція у середовищі буде побудована на заданій області, а не на всій числовій прямій, а також уміти побудувати графік функції інструментами пакету.

Можна і далі наводити приклади класів задач, розв'язування яких вимагає не скільки числових розрахунків, скільки залучення умінь зводити умову задачі до типового математичного об'єкта (графік, рівняння, нерівність тощо) з подальшим його дослідженням комп'ютерними інструментами. Це не тільки демонструє пересічному учню додатковий шлях застосування інформаційних пристроїв (планшетів, смартфонів, комп'ютерів тощо), а і формує позитивне

ставлення до навчального процесу та сприйняття математики не як науки складних обчислень, а як науки про цікавий аналіз, співставлення чи узагальнення реальних фактів з реального життя.

**Висновки:** Таким чином, на практичних заняттях з математики використання інформаційно-комунікаційних технологій сприяє розв'язанню низки дидактичних завдань, пов'язаних із удосконаленням процесу навчання математики учнів в старших класів, а саме: 1) створенню сприятливих умов для забезпечення рівневої диференціації навчання; 2) інтенсифікації виконання однотипних нетворчих математичних операцій (цьому має передувати формування та закріплення умінь студентів виконувати такі операції); 3) впровадженню індивідуалізації навчання шляхом надання адресної методичної допомоги невстигаючим учнів чи підвищення рівня вимог до обдарованих учнів; 4) визначенню критеріїв поділу учнів за гомогенними групами; 5) підвищенню професійної спрямованості математичної підготовки шляхом проєкції математичного знання на фізичні процеси та явища; 6) забезпеченню розвитку аналітичного і синтетичного мислення учнів.

До перспектив подальших пошуків у напрямі удосконалення змісту практичних занять з математичних дисциплін і формування умінь розв'язувати задачі в умовах використання інформаційно-комунікаційних технологій слід віднести: розробку ефективних очних, опосередкованих і дистанційних форм проведення консультацій з прийомів та методів розв'язання типових задач навчального плану; розробку сучасних інформаційних методів виявлення, моніторингу, корекції та попередження недоліків у засвоєнні теоретичного матеріалу учнем, які унеможливають опанування змісту навчальної дисципліни принаймні на рівні обов'язкового; подальше удосконалення змісту практичних занять, спрямоване на більш ефективне використання комп'ютерно-орієнтованих методичних систем навчання математики; удосконалення існуючих і розробка нових педагогічних програмних засобів з урахуванням динаміки вимог до підготовки фахівців; узагальнення і систематизація передового науково-педагогічного досвіду щодо впровадження засобів інформаційно-комунікаційних технологій в навчальний процес; поглиблення і поширення математичних знань серед учнівської молоді



шляхом проведення предметних олімпіад з можливістю використання електронно-обчислювальних засобів; створення дієвого механізму виявлення і залучення обдарованої молоді до науково-дослідної роботи з проблем інформатизації навчально-виховного процесу.

#### Список літератури

1. Юсупов Р.М. Научно-методологические основы информатизации. Санкт-Петербург, Наука, 2000, 455 с.
2. Жалдак М. І. Використання комп'ютера в навчальному процесі має бути педагогічно виваженим // Інформатика та інформаційні технології в навчальних закладах. 2013. №1. С.10–18.
3. Триус Ю. В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики. Черкаси, Брама-Україна, 2005, 400 с.
4. Храповицкий И. С. Методические рекомендации по изменению электронного учебного издания Geometer's Sketchpad учебном процесс се общеобразовательных учреждений. 2008, 71с.
5. Голубев В. И. Решение сложных и нестандартных задач по математике. Москва, ИЛЕКСА, 2007, 252 с.
6. Натяганов В. Л. Методы решения задач с параметрами. Москва, Изд-во МГУ, 2003, 368 с.
7. Алгебра: Підручник для 10 класу з поглибленим вивченням математики [Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С.]. Харків, Гімназія, 2010, 415 с.
8. Крамор В. С. Задачи с параметрами и методы их решения. Москва, Оникс, Мир и образование, 2007, 416 с.
9. Ріжняк Р.Я., Кушнір В.А. Розв'язування математичних задач інтегративного змісту засобами комп'ютерного моделювання // Математика в школі. 2009. № 10. С. 34-39.