УДК 37.016.512

А.О. Чінчой

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯК ЗАСІБ ЗДІЙСНЕННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ КУРСУ АЛГЕБРИ

З'ясовано, що математичне моделювання є одним із основних методів, які дозволяють глибше зрозуміти сутність природничо-наукової, технічної, соціальної, економічної проблеми, на відміну від звичайного експерименту чи безпосереднього спостереження. Показано, що застосування математичного моделювання демонструє важливе значення математики для інших наук, виступає засобом реалізації міжпредметних зв'язків. Тому, використання на уроках міжпредметних завдань з алгебри посилює синтез математики з іншими дисциплінами, сприяє формуванню в учнів цілісної картини світу.

Приведені приклади задач з алгебри міжпредметного змісту (хімічного, біологічного, фізичного, економічного), які розв'язуються із застосуванням методу математичного моделювання, і можуть бути використані в навчальному процесі.

Ключові слова: *метод математичного моделювання, міжпредметні зв'язки, курс алгебри, міжпредметні завдання, прикладна спрямованість.*

Постановка проблеми. В сучасних умовах система шкільної освіти, потребує узгодженості між дисциплінами природничо-математичного циклу, тому питання використання математичного моделювання для встановлення міжпредметних зв'язків є актуальним.

Міжпредметні зв'язки в навчальному процесі є проявом інтеграційних процесів, що відбуваються сьогодні у житті суспільства. Ці зв'язки відіграють важливу роль в підвищенні практичної підготовки учнів. За допомогою міжпредметних зв'язків закладається основа для формування в учнів умінь комплексного бачення проблем реального світу, різних підходів до їх розв'язання [1, с. 24].

Моделювання як засіб здійснення міжпредметних зв'язків забезпечує: поглиблене вивчення і дослідження явища, об'єкту; розвиток мисленнєвих операцій (аналіз, синтез, індукція, дедукція, аналогія, порівняння і т.д.); відображення зв'язків між теорією і практикою; розвиток пізнавального інтересу; ефективне і міцне засвоєння знань; самостійну роботу і дослідницьку діяльність учнів; вміння будувати моделі досліджуваних процесів і явищ.

Необхідно відзначити, що міжпредметні зв'язки є важливих елементом подальшого професійного самовизначення, бо завдання міжпредметного змісту охоплюють різноманітні аспекти життя людини, що сприяє формуванню в учнів єдиної картини світу, розвитку політехнічних знань, забезпеченню високого рівня математичної підготовки.

Мета статті полягає у розгляді проблеми міжпредметних зв'язків дисциплін природничого циклу на прикладі задач, які розв'язуються методом математичного моделювання.

Аналіз актуальних досліджень. Дослідженням питання міжпредметних зв'язків займались І. Зверєв, В. Ільченко, Д. Кирюшкін, Ю. Мальований, Ф. Бауер, І. Логвинов, Н. Кострикіна, І. Шапіро, О. Глобін. Міжпредметні зв'язки математики та економіки розглядали Н. Варущик, М. Віра, Б. Буркінський, В. Вітлінський, Л. Канторович.

Проблема застосування математичного моделювання під час вивчення суміжних дисциплін розглядалась у роботах М. Вайнтраута, І. Стрельченка, Л. Ітельсона, М. Грабар.

Виклад основного матеріалу. Математичне моделювання виступає поєднуючим компонентом між дисциплінами і дає можливість описати і дослідити поняття, процес, явища економічного, фізичного, хімічного, екологічного, біологічного походження на мові алгебри, і зробити відповідно до цього висновки. Уміння математичного моделювання формуються в учнів під час розв'язування задач майже усіх дисциплін природничо-математичного циклу.

Розв'язуючи міжпредметні завдання, учні здійснюють складні пізнавальні та розрахункові дії [1, с.58]: усвідомлення суті завдання, розуміння необхідності застосування знань з інших предметів; відбір і актуалізацію потрібних знань з інших предметів; зіставлення знань з суміжних предметів, їх перенесення в нову ситуацію; синтез знань, встановлення сумісності понять, одиниць вимірювання, виконання розрахункових дій; отримання результату та узагальнення у висновках.

Фізика і алгебра. Курс математики тісно пов'язаний з курсом фізики, бо під час дослідження фізичних явищ та процесів разом із експериментальною частиною використовується метод математичного моделювання який полягає у описанні реального процесу чи явища за допомогою математичної моделі – функції, рівняння, системи лінійних рівнянь (рис.1).

Рис.1. Зв'язки між шкільними темами курсів фізики і алгебри

Міжпредметні зв'язки фізики і алгебри проявляються під час розв'язування фізичних задач, де використовується розв'язуюча математична модель задачі, досліджуючи яку формулюють висновки і отримують результати вже на мові фізики.

Розв'язування фізичної задачі за допомогою модельного підходу передбачає те, що її умова розглядається як вербальний опис певного фізичного процесу. За умовою і завданнями визначаються характеристики цього процесу, його параметри і накладаються обмеження. Створюється фізична модель задачі, яка інтерпретується в математичну модель. Відбувається розв'язання, дослідження математичної моделі, отримується результат, який трансформується на мову фізики.

Задача №1. Побудувати графік гармонічного коливання за відомими даними: початкова фаза коливаньь – $\frac{\pi}{2}$, амплітуда – 3 м, циклічна частота коливань – $\frac{\pi}{4}\, рад\!\!\Big/\!{сек}$. Здійснити дослідження утвореної функції.

Розв’язання. З курсу фізики відомо, що функція, що є математичною моделлю гармонічного коливання: $y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$, A – амплітуда, ω– циклічна частота, φ_0 – початкова фаза коливання.

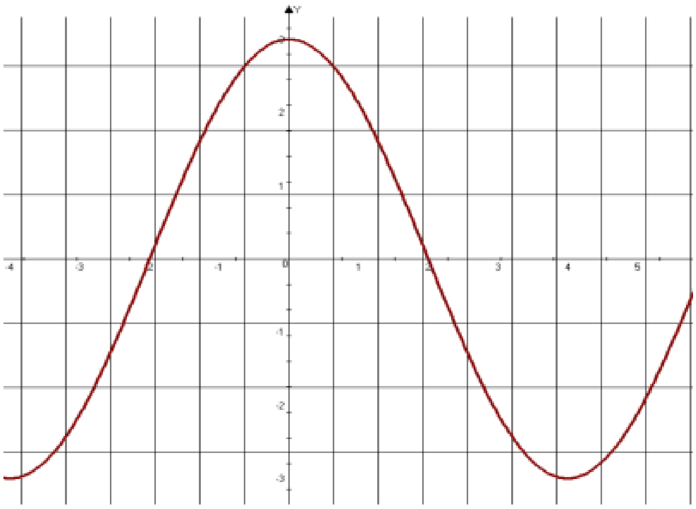

Рис.2. Графік функції гармонічного коливання

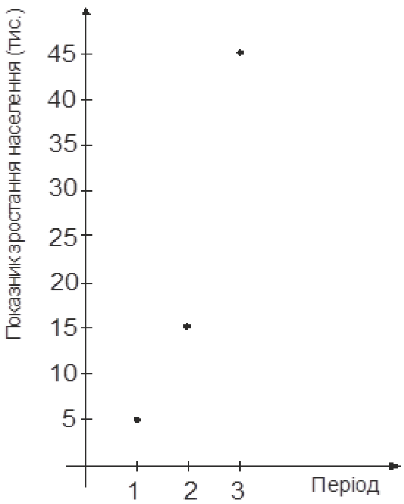

Рис.3. Графік зростання показника населення

Нехай $t = x$. За умовою задачі маємо математичну модель фізичної задачі: $y = 3 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4} \cdot x + \frac{\pi}{2}\right)$. Застосуємо формули зведення і отримаємо функцію $y = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot x\right)$. Область визначення – множина дійсних чисел, множина значень $y \in [-3;3]$. Функція – парна $y(-x) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot (-x)\right) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{4} \cdot x\right) = y(x)$, графік симетричний відносно OY.

Періодом даної функції є $T = \dfrac{2 \cdot \pi}{\frac{\pi}{4}} = 8c$. Побудуємо графік функції (рис. 2).

Біологія і алгебра. У біології математичні моделі використовуються в абстрактній формі і представляють систему або явище з використанням формальних засобів математики. Модель клітини, екосистеми та їх взаємодія представлені у вигляді математичних виразів. Досліджуючи відповідну модель біологічної системи можна виявити вплив на неї різноманітних факторів та визначити її майбутній стан.

Застосування алгебраїчних методів моделювання у біології здійснюється при вивченні популяцій організмів, встановленні еволюційних зв’язків в епідеміології.

Алгебраїчні методи дають можливість створювати математичні моделі біологічних систем і аналізувати процеси, що протікають на різних рівнях розвитку живого, і є основним засобом теоретичного дослідження біології.

Задача №2. Зростання чисельності населення міста впродовж часових періодів 1, 2, 3,.. і т. д. описується прогресією, частина якої зображена на рисунку 3. Визначити тип прогресії, знайти її основні компоненти. Встановити чисельність населення через 7 часових періодів.

Розв'язання. Проаналізувавши графік, встановили, що це зростаюча геометрична прогресія з першим елементом 5 і знаменником 3. Щоб знайти показник чисельності населення через 7 часових періодів необхідно записати формулу для суми 7 перших членів геометричної прогресії.

$$S_n = \frac{b_n \cdot q - b_1}{q-1};\ b_n = b_1 \cdot q^n;\ b_7 = b_1 \cdot q^7 = 5 \cdot 3^6;\ S_7 = \frac{b_7 \cdot q - b_1}{q-1} = \frac{5 \cdot 3^6 - 5}{3-1} = \frac{728}{2} = 364.$$

Відповідь: Через 7 часових періодів показник росту населення складатиме 364 тисячі осіб.

Хімія і алгебра. Міжпредметні зв'язки слугують засобом розкриття сучасних тенденцій розвитку науки. Застосування математичних методів під час вивчення хімії дає можливість кількісно оцінювати закономірності хімічних процесів, логічно обґрунтовувати закони і теорії. Також, у хімії застосовуються графічні моделі (графіки функцій), що відображають: залежність відсоткової концентрації розчину від маси розчиненої речовини у масі даного розчину; теплового ефекту реакції від маси утвореної речовини; повноти окислення речовини від температурних умов; ступеня дисоціації речовини від концентрації його розчину і т. д. У названих випадках математичне моделювання є засобом вивчення і дослідження хімічних процесів, результатом застосування якого є систематизоване знання дисципліни та її міжпредметного потенціалу.

Задача №3. На рисунку показано розчини, якими людина користується у побуті. На кожній етикетці розчину вказано %, тобто масова частка розчиненої речовини в розчині, яка відповідає масі речовини, що міститься у 100 г розчину. Знайти: а) масу розчиненої речовини і масу води (оцет, аміак, перекис водню), що знаходяться в кожному з розчинів на рисунку 4; б) масу розчиненої речовини (рис.4.d) і окремо загальну масу допоміжних речовин.

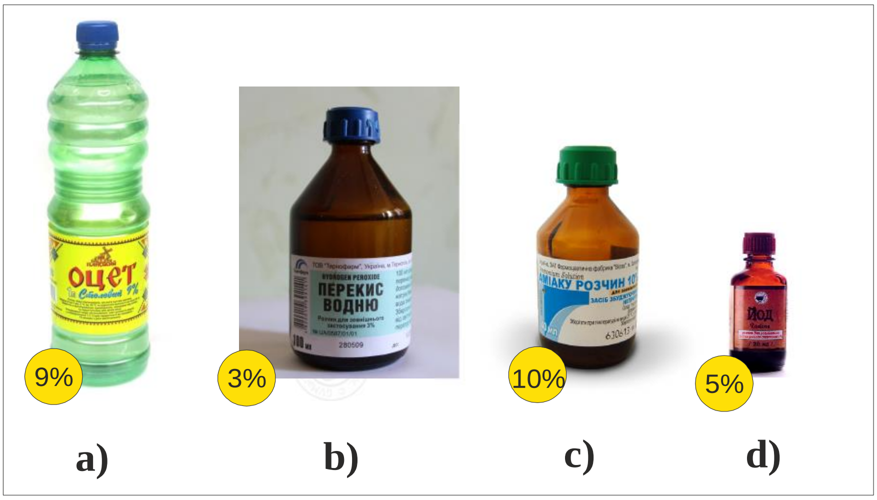

Рис.4. Розчини

Розв'язання. Математичною моделлю задачі є формула знаходження масової частки речовини в розчині (1).

$$w_{розч.речовини} = \frac{m_{розч.речовини}}{m_{розчину}} \cdot 100\% = \frac{m_{розч.речовини}}{m_{розч.речовини} + m_{розчинника}} \cdot 100\% \quad (1)$$

Столовий оцет 9%: в 900 *г* оцту – 81 *г* оцтової кислоти і 819 *г* води.

Перекис водню 3%: в 100 *мл* – 3 *мл* гідроген пероксиду і 97 *мл* води.

Аміак 10% в 40 *мл*: в 40 *г* – аміаку 4 *г*, 36 *г* води.

Йод 5% в 20 *мл* спиртового розчину: в 20 *г* – 1 *г* йоду і 19 *г* допоміжних речовин (етанол, вода, калію йодид).

Задача №4. Під час консервування господині часто замість оцтової кислоти використовують оцтову есенцію (розчин з масовою часткою оцтової кислоти 80%). Яким чином необхідно розвести водою оцтову есенцію масою 35 *г*, щоб приготувати 9% розчин оцтової кислоти?

Розв'язання. Модель відшукання маси оцтової кислоти в 35 *г* есенції –

$$m_{кислоти} = w_{кислоти} \cdot m_{розчину} = 0{,}8 \cdot 35 = 28г$$

Модель-знаходження числа за його відсотком: відшукання маси 9% розчину в якому міститься 28 *г* оцтової кислоти

$$m_{9\%\,розчину} = \frac{28г \cdot 100\%}{9\%} = 311г$$

Розрахуємо масу води необхідної для розведення розчину.

$$m_{води} = m_{9\%\,розчину} - m_{80\%\,розчину} = 311г - 35г = 276г$$

$$V_{води} = \frac{276г}{1\,г/мл} = 276мл$$

Відповідь: необхідно додати 276 *мл* води до 45 *мл* оцтової есенції.

Інформатика і алгебра. Однією із проблем, яка вирішується застосуванням міжпредметної взаємодії математики і інформатики, є пошук найбільш оптимальних і менш затратних за часом та кількістю дій засобів автоматизації обчислювальних операцій.

Задача №5. Користувач під час роботи за комп'ютером завантажив програму, яка як виявилось містила файловий вірус, після запуску програми вірус активувався. Встановити скільки своїх копій здійснить вірус за 10 секунд, якщо відомо, що вірус розмножується щосекунди за геометричною прогресією зі знаменником 3.

Розв'язання. $b_n = b_1 \cdot q^n$ – відшукання *n*–го елемента прогресії;

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$$ – сума *n* перших членів геометричної прогресії.

$$S_n = b_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q} = 1 \cdot \frac{1-3^{10}}{1-3} = \frac{1-59049}{-2} = 29524 \text{ копій.}$$

Відповідь: вірус утворить 29524 своїх копій за 10 секунд.

Задача №6. Під час співбесіди по прийому на роботу в компанію програмісту поставили завдання: написати функцію, яка визначає градусну міру кута між годинниковою стрілкою та хвилинною о 03^{10}. Як це зробити?

Розв'язання. Спочатку встановимо загальну модель відшукання градусної міри між годинниковою і хвилинною стрілками у будь-який момент часу. $h=\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$ – градусна міра кута, утвореного годинною стрілкою і початком відліку (12.00), $m=\dfrac{360^\circ}{60^\circ}=6^\circ$ – градусна міра кута, утвореного хвилинною стрілкою і початком відліку.

Загальна модель відшукання градусної міри між годинниковою та хвилинною стрілками (g *– годин, x – хвилин)* : $T=\left(g+\left(\dfrac{x}{60}\right)\right)\cdot h-x\cdot m$, $T=\left(g+\left(\dfrac{x}{60}\right)\right)\cdot 30^\circ-x\cdot 6^\circ$.

За умовою: $g=3,\ x=10$

$$T=\left(g+\left(\frac{10}{60}\right)\right)\cdot 30^\circ-10\cdot 6^\circ=35^\circ$$

Відповідь: градусна міра кута між годинниковою стрілкою та хвилинною о 03^{10} становить 35°.

Економіка і алгебра. Управління процесами у сфері господарювання може бути здійснено із застосування математичних методів, а саме, у вивченні попиту на товари широкого вжитку, потреби в робочій силі.

Дослідження економічних явищ неможливе без використання економіко-математичних моделей, які є їх спрощеними описами, та враховують найбільш суттєві фактори явища, що досліджується. Застосування математичного моделювання в економіці дозволяє описати математичними співвідношеннями суттєві зв'язки між економічними змінними та об'єктами.

Застосування математичного моделювання в задачах економічного характеру під час вивчення математики має такі позитивні риси [2, с. 49-52]:

- демонструє зв'язок теорії і практики;
- сприяє застосуванню математичного апарату для дослідження економічних процесів і явищ;
- допомагає у побудові математичних моделей економічних ситуацій;
- сприяє знаходженню математичних залежностей в реальних виробничих процесах.

Задача №7. Родина вирішила розмістити у банку вклад сумою 20 000 грн. на тривалий період. Банк запропонував дві схеми росту відсоткових грошей: простих і складних відсотків. Відсоткова ставка у банку 12 % річних. Розрахувати, за якою зі схем родина зможе накопичити більше грошей за 11 років. Графічно показати процес нарощування відсоткових грошей.

Розв'язання. Розрахуємо грошові нарахування за відповідними формулами (1) і (2).

$A_n=A_0\cdot\left(1+n\cdot\dfrac{p}{100}\right)$ (1) – модель нарахування простих відсотків, n – роки, p – відсоткова ставка, A_0 – початковий вклад, A_n – нарощений капітал.

$A_n = A_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ (2) – модель нарахування складних відсотків, n – роки, p – відсоткова ставка, A_0 – початковий вклад, A_n – нарощений капітал.

Проаналізувавши результат можна зробити висновок, що у порівнянні з початковим вкладом сума накопичена за схемою складних відсотків за 11 років зросла в 2,9 разів, а за простими відсотками в 2,1 рази.

Побудуємо графік отриманих результатів. За графіком (рис.5) можна зробити висновок, що нарощення капіталу відбувається швидше за схемою складних відсотків.

Таблиця 1

Роки	Прості відсотки	Складні відсотки
1	22000	22000
2	24000	24200
3	26000	26620
4	28000	29282
5	30000	32210,2
6	32000	35431,22
7	34000	38974,34
8	36000	42871,78
9	8000	47158,95
10	40000	51874,85
11	42000	57062,33

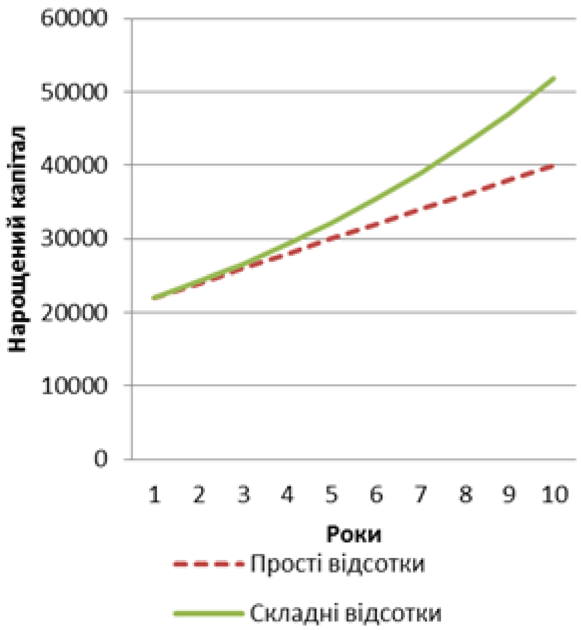

Рис.5. Графіки нарахування простих і складних відсотків

Відповідь: за схемою складних відсотків за 11 років родина накопичить більше і швидше ніж за схемою простих відсотків.

Висновки. Формування в учнів умінь математичного моделювання за допомогою міжпредметних задач сприяє: узагальненню набутих знань, формуванню уявлень про необмеженість застосування математичних формул, можливість їх ефективного застосування для вивчення явищ біологічного, хімічного, фізичного, екологічного, економічного характеру; засвоєнню системи загальнонаукових і предметних знань, які є компонентами, що формують науковий світогляд; набуття досвіду творчої і дослідницької діяльності, які допомагають пізнавати світ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Глобін О. І. Міжпредметні зв’язки в умовах профільного навчання математики: методичний посібник для вчителів/ Глобін. О. І. – К.: Педагогічна думка, 2012. – 88 с.
2. Румянцева К. Є., Вільчинська О. М. Використання економіко-математичних моделей під час вивчення дисциплін математичного циклу «Математика для економістів». Наукові записки. Серія: Проблеми методики фізико-математичної і технологічної освіти. – Випуск 5. Ч.2. – Кіровоград, 2014. – С.49 – 53.

3. Гроссман С., Тернер Дж. Математика для биологов: Пер. с англ. – М.: Высш. школа, 1983. – 383 с.

4. Попель П. П. Хімія: підручник для 9 кл. загальноосвіт. Навч. Закл. / П. П. Попель, Л. С. Крикля. – К. : ВЦ «Академія», 2009. – 232 с.

A.O. Chinchoy

National Pedagogical Dragomanov University

MATHEMATICAL MODELLING AS A MEANS OF IMPLEMENTATION INTERDISCIPLINARY COMMUNICATION OF ALGEBRA COURSE

It was found that mathematical modeling is one of the main methods that allow you to better understand the essence of natural science, technical, social and economic problems, unlike conventional direct observation or experiment. It is shown that the use of mathematical modeling shows the importance of mathematics to other sciences, is a means of implementing interdisciplinary connections. Therefore, using the lessons of interdisciplinary problems in algebra enhances the synthesis of mathematics to other disciplines, promotes students' holistic world view.

The examples of problems in algebra intersubject content (chemical, biological, physical, economic), which are resolved using the method of mathematical modeling, and can be used in the classroom.

Keywords*: method of mathematical modeling, interdisciplinary communication, a course of algebra, interdisciplinary tasks, applied focus.*

А.А. Чинчой

Национальный педагогический университет имени М.П. Драгоманова

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК СРЕДСТВО ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ МЕЖПРЕДМЕТНЫХ СВЯЗЕЙ КУРСА АЛГЕБРЫ

Определено, что математическое моделирование является одним из основных методов, которые позволяют глубже понять сущность естественно-научной, технической, социальной, экономической проблемы, в отличие от обычного эксперимента или непосредственного наблюдения. Показано, что применение математического моделирования демонстрирует важное значение математики для других наук, выступает средством реализации межпредметных связей. Поэтому, использование на уроках межпредметных задач по алгебре усиливает синтез математики с другими дисциплинами, способствует формированию в учащихся целостной картины мира.

Приведены примеры задач по алгебре межпредметного содержания (химического, биологического, физического, экономического), которые решаются с применением метода математического моделирования, и могут быть использованы в учебном процессе.

Ключевые слова*: метод математического моделирования, межпредметные связи, курс алгебры, межпредметные задачи, прикладная направленность.*

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Чінчой Анна Олександрівна – аспірант кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова, учитель математики КЗ ”Педагогічний ліцей” Кіровоградської міської ради Кіровоградської області.

Коло наукових інтересів: математичне моделювання, прикладні задачі.