І. ПРОБЛЕМИ МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН

ФОРМУВАННЯ ЦІЛІСНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ЗНАНЬ УЧНІВ ШЛЯХОМ ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕГРОВАНОГО ОБРАЗУ СПОСОБУ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Олена ДУШКЕВИЧ

У статті розглядається модель навчального процесу із використанням інтегративного підходу, спрямованого на формування в учнів цілісних та системних знань в процесі вивчення математики, наведено приклад реалізації цього підходу при вивченні геометричних перетворень.

Ключові слова: *інтегроване навчання, інтегративний образ способу розв'язування задачі, геометричні перетворення.*

In the article the model of the learning process is considered, using an integrative approach aimed at the development of students' holistic and systematic knowledge in the study of mathematics, is an example of this approach in the study of geometric transformations.

Keywords: *integrated learning, integrative image of the way of solving, geometric transformations.*

Постановка проблеми. Однією з головних проблем сучасної освіти є необхідність перетворення величезного об'єму знань в особисте надбання та інструментарій кожної людини. В той же час, пізнання об'єктивної дійсності неможливе тільки за допомогою однієї галузі науки чи навчальної дисципліни. Отже, система освіти повинна розкривати для учнів усю множину міжнаукових та міждисциплінарних зв'язків і відношень. Така ситуація викликає необхідність перегляду ролі і місця наукових знань в навчальному процесі, а також існуючих форм, методів і способів навчання багатьох дисциплін у сучасних школах.

Ефективним способом формування всебічних знань учнів та створення уявлень про цілісну наукову картину світу є *інтегративний підхід у навчанні природничих дисциплін*. Реалізація цього підходу в освіті дає можливість розглядати зміст, форми та методи навчання окремої дисципліни у процесі взаємодії з іншими, співставляти закономірності та закони навчального предмету з відповідної галузі із закономірностями та законами природи, встановлювати взаємозв'язки між окремими структурними ланками різних наук. [4]

Аналіз актуальних досліджень. У науково-педагогічній літературі існує значна кількість різних означень поняття «інтеграції». На нашу думку, найбільш вдалим є таке: **інтеграція** (від лат. integer – повний, цілісний) – це створення нового цілого на основі виявлення однотипних елементів і частин із кількох раніше розрізнених одиниць (навчальних предметів, видів діяльності тощо) [7].

Термін **«інтеграція навчання»** у педагогічному словнику тлумачиться як відбір та об'єднання навчального матеріалу з різних предметів з метою цілісного, системного й різнобічного вивчення важливих наскрізних тем; це створення інтегрованого змісту навчання – предметів, які об'єднували б у єдине ціле знання з різних галузей [3].

Можливі різні форми інтеграції знань: повне злиття навчального матеріалу в єдиному курсі (наприклад, тригонометрія і алгебра, фізика і основи електротехніки); злиття більшої частини навчального матеріалу з визначенням специфічних розділів (астрономія і фізика); побудова автономних блоків із самостійними програмами і методиками [6].

Інтегративна лінія у шкільному курсі математики поступово знаходить більш детальну реалізацію у використанні навчальних математичних задач інтегративного змісту. Розв'язування таких задач потребує глибоких знань та винахідливості; тут не лише використовуються знання учнів з певної теми, а й виникає необхідність проведення систематизації та узагальнення здобутих знань з різних розділів шкільного курсу математики, що в свою чергу вимагає сформованості у суб'єкта навчання певного рівня математичної та інформаційної культури [5].

Метою даної статті є розгляд моделі навчального процесу із використанням інтегративного підходу, зокрема застосування *інтегративного образу способу розв'язування задачі* для набуття системних знань, визначення місця та ролі інтегрованих образів у процесі формування узагальнених математичних умінь.

Виклад основного матеріалу. Ідея геометричних перетворень є однією з провідних у шкільному курсі геометрії. Вона пронизує багато тем і розділів, а також посідає важливе місце в алгебрі, зокрема при вивченні функцій. Геометричні перетворення в шкільному курсі математики використовуються при розв'язуванні: 1) задач на обчислення; 2) задач на побудову; 3) задач на доведення; 4) задач на дослідження; 5) екстремальних задач; 6) задач на граничний перехід; 7) задач на побудову графіків функцій.

Під ***інтегративним образом способу розв'язування задачі*** будемо розуміти цілісну структуру знань, умінь та навичок, якою необхідно володіти учневі для дослідження класів задач, які можна розв'язати цим способом. Проаналізуємо кожен із типів задач на конкретному прикладі.

Задача 1. На двох сторонах трикутника побудовано квадрати зовні трикутника. Визначити довжину відрізка, що сполучає кінці сторін квадратів, які виходять з однієї вершини трикутника, якщо медіана трикутника, що проведена з цієї ж вершини, дорівнює 5 см.

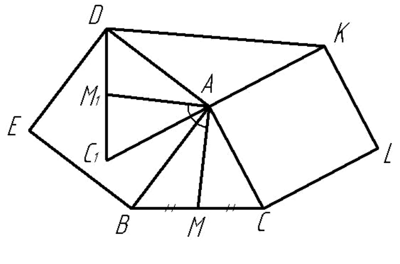

Рис. 1

Дано: ΔABC, *EDAB*, *ACLK* — побудовані квадрати, *AM* — медіана ΔABC, *AM*=5 см.

Знайти: DK.

Розв'язання: 1) Повернемо ΔABC навколо точки *A* на кут 90° за годинниковою стрілкою *(A* — центр повороту) (рис. 1). При цьому ΔABC перейде у ΔDAC_1. Відрізок *AM* перейде у AM_1 => $AM=AM_1$=5 см (за властивістю повороту); 2) AM_1 — середня лінія ΔDKC_1 (за означенням); $M_1C_1=MC$, $C_1A=AK$ (за властивістю повороту), $DK=2AM_1$=2·5=10 (см) (за властивістю середньої лінії трикутника).

Відповідь: DK = 10 см.

Геометричні перетворення в шкільному курсі геометрії широко використовуються для розв’язування задач на обчислення та для доведення теорем, однак, основною формою роботи є саме розв'язування задач на побудову. Розглянемо це на прикладі задачі 2.

Задача 2. Побудувати чотирикутник, знаючи сторони і кут між двома протилежними сторонами.

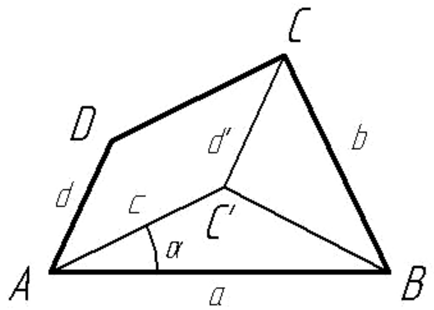

Рис. 2

Розв'язання: Аналіз. Припускаємо, що задача розв’язана. Шуканий чотирикутник *ABCD* (рис. 2). 1) $P_{\overline{DA}}([DC])=AC'$; 2) $\Delta ABC'$ будується за *AB*, πα, *c*; 3) Одержали *ADCC'* – паралелограм. Можна побудувати точку *C;* 4) Будуємо $\Delta BCC'$ *([BC']=d, [BC]=b, [CC']=d). Побудова.* Нехай маємо такі елементи чотирикутника: 1) Побудуємо $\Delta ABC'$ *(AB, πα, c*); 2) $P_{\overline{DA}}([DC])=AC'$; 3) Добудуємо $\Delta BCC'$, так як відомо, що *[BC']=d, [BC]=b, [CC']=d;* 4) *ABCD* – шуканий чотирикутник, який задовольняє даним умовам (рис. 2). *Доведення.* Випливає за аналізу й побудови. *Дослідження.* Задача має єдиний розв'язок, якщо будується $\Delta ABC'$ *(πα* - гострий).

Учні, виконуючи побудови за допомогою геометричних перетворень, використовують ті самі інструменти, що й в інших випадках, тобто лінійку, циркуль, а для прискорення роботи - косинець. Не змінюється і схема розв'язування таких задач (аналіз-побудова-доведення-дослідження). Таким чином, застосування геометричних побудов не протиставляється вже відомим учням методам розв'язування задач, а полегшує знаходження правильного способу розв'язання, та веде, як правило, до простіших побудов.

Крім задач на побудову, геометричні перетворення можна застосовувати для доведення теорем, тверджень, властивостей.

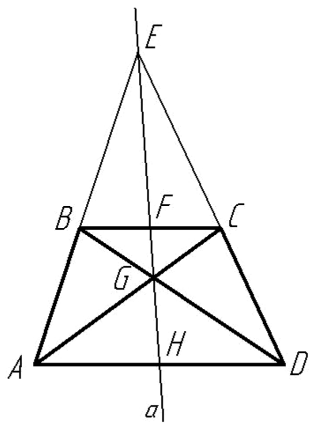

Рис. 3

Задача 3. Довести, що точка перетину прямих, які містять бічні сторони рівнобічної трапеції, і точка перетину її діагоналей і середини основ трапеції лежать на одній прямій (рис. 3).

Дано: *ABCD* — трапеція, $AB = CD$, BD, AC — діагоналі, $BD \cap AC = G$, F — середина BC, H — середина AD, $AB \cap DC = E$.

Довести: $F, H \in EG$.

Розв'язання. 1) Гомотетія з центром E переводить відрізок ВС у відрізок $AD \Rightarrow F$ в H; $E, F, H \in a$. 2) Гомотетія з центром G переводить BC у відрізок $DA \Rightarrow F$ в H; $E, H \in a$.

Відповідь: точки $L, P \in EG$.

Задача 4. Дано три прямі a, b, c, які попарно перетинаються. Як побудувати відрізок, перпендикулярний до прямої b, середина якого лежала б на прямій b, а кінці – на прямих a і c (рис. 4)? Чи завжди задача має розв'язок?

Розв'язання: Аналіз. Припускаємо, що задача розв'язана. 1) $a \cap b = O'$, $a \cap c = S$, $b \cap c = O''$; 2) $[K_1K_2] \perp b$, $[K_1K_2] \cap b = O$; 3) Відобразимо симетрично $S_b(a) = a'$, $S_b(c) = c'$; 4) $a \cap c' = K_1$, $c \cap a' = K_2$. *Побудова.* 1) $S_b(a) = a'$; 2) $S_b(c) = c'$; 3) $a \cap c' = K_1$, $c \cap a' = K_2$; 4) $[K_1K_2] \perp b$, $[K_1K_2] \cap b = O$. Відрізок $[K_1K_2]$ – шуканий. *Доведення.* При здійсненні перетворення симетрії прямих a і c відносно прямої b, утворюються рівнобедрені трикутники: $\Delta K_1K_2O'$, $\Delta K_1K_2O''$. K_1K_2 – їх спільна основа, пряма b – бісектриса $\angle K_1O''K_2$ і $\angle K_1O''K_2$, отже, з властивостей рівнобедреного трикутника слідує, що $[K_1K_2] \perp b$, $K_1O = OK_2$. *Дослідження.* 1) Задача має єдиний розв'язок, якщо $O' \neq O''$, тобто $a \cap c = S$, $S \notin b$. 2) Задача має безліч розв'язків, коли $O' = O''$, тобто $a \cap c = S$, $S \in b$, ($a = c'$ і $a' = c$). 3) Розв'язків немає у випадку, коли $a' || c$, $a || c'$.

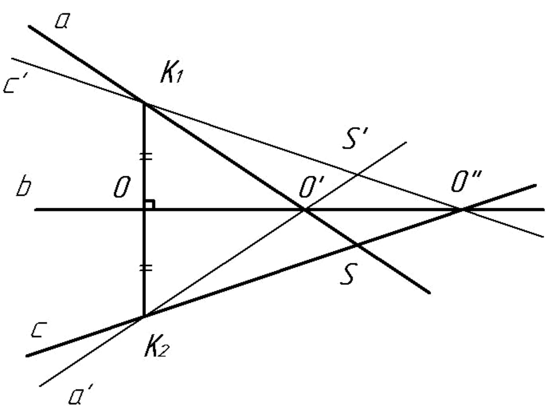

Рис. 4

Далі розглянемо приклад розв'язування екстремальних задач із використанням геометричних перетворень, в даному випадку, із застосуванням симетрії. Цей прийом дуже часто використовується при знаходженні найкоротших ламаних з вершинами на заданих прямих.

Задача 5. Довести, що серед всіх трикутників, вписаних в даний гострокутний трикутник, найменший периметр має трикутник з вершинами в основі висот даного.

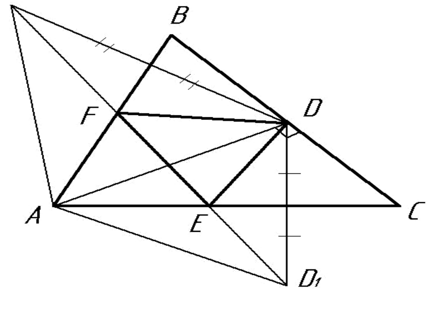

Рис. 5

Розв'язання. Візьмемо довільну точку D на стороні гострокутного ΔABC. Знайдемо на AB і AC точки F і E, так, щоб при заданому D периметр ΔDEF був найменшим. Нехай D_1 і D_2 –

точки симетрії D відносно сторін AC і AB. В якості вершин E і F потрібно взяти точки перетину відрізка D_1D_2 зі сторонами AC і AB. Справді, периметр ΔDEF рівний довжині відрізка D_1D_2, а периметр будь-якого іншого ΔDE_1F_1 рівний довжині ламаної $D_1E_1F_1D_2 > D_1D_2$.

Залишилось визначити положення точки D, при якому D_1D_2 є найменшим. Розглянемо ΔD_1AD_2. Кут при вершині A фіксований (він рівний $2\angle BAC$), $D_1A=D_2A=DA$. Значить D_1D_2 є найменшим, якщо найменшим є відрізок AD, тобто AD – висота ΔABC. Оскільки, доведено існування і єдність мінімального (по периметру) ΔAEF, тоді, повторюючи роздуми відносно інших сторін ΔABC, прийдемо до висновку, що E і F також повинні бути основами відповідних висот ΔABC.

У шкільному курсі геометрії відсутнє поняття граничного переходу, однак розглядаються задачі, в яких розглядаються граничні перетворення геометричних фігур, пов’язаних із перетворенням довжин відрізків, площ фігур, об’ємів тіл, величин кутів.

Задача 6. Дано трапецію $ABCD$. Яка буде отримуватися геометрична фігура, якщо довжина основи BC трапеції $ABCD$ прямує до нуля, а відстані між точками A, B і D не змінюються?

Розв’язання. Граничне перетворення, яке описане в умові задачі, припускає зміну трапеції наступним чином: точки A, B і D не змінюють свого положення, точка C рухається по прямій BC до точки B. У результаті отримуємо $\Delta D'B'A'$ (рис. 6).

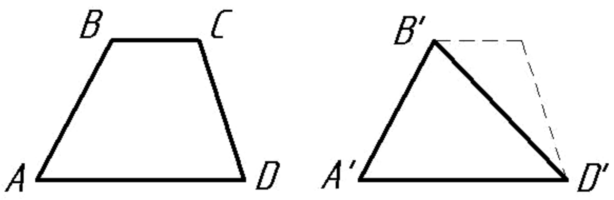

Рис. 6

Цю задачу доцільно дещо ускладнити, якщо сформулювати завдання так: які фігури будуть утворюватись при різноманітних положеннях точки B.

Тоді можна побудувати цілий клас задач із використанням різних геометричних фігур, їх властивостей, зв’язків і відношень. Таким чином, в учнів розвиватиметься вміння аналізувати, продуктивно і логічно мислити, бачити різні можливості розв’язків задач залежно від станів вихідного об’єкта.

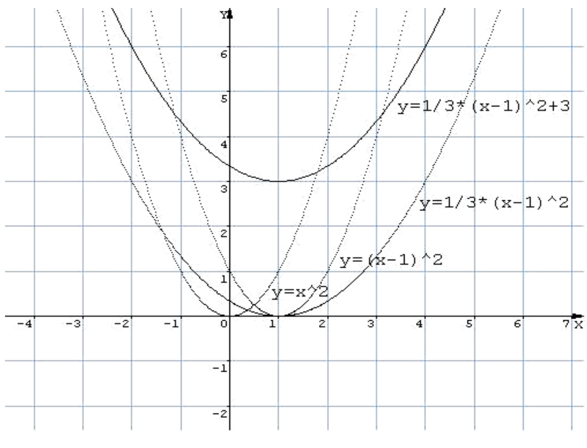

Рис. 7

Спосіб геометричних перетворень знаходить своє застосування в алгебрі і при вивченні одного з провідних понять усього курсу математики загальноосвітньої школи, а саме – поняття функції. На етапах побудови графіків функцій використовується паралельне перенесення, симетрія відносно осей координат, стиск-розтяг графіка функції, що по суті є гомотетією відносно деякої прямої. Реалізація такого підходу до навчання дає можливість сформувати в учнів узагальнені вміння використовувати геометричні перетворення до побудови графіків функцій. Наведемо, приклад.

Задача 7. Побудувати графік функції $y=\frac{1}{3}(x-1)^2+3$.

Розв'язання. Розв'яжемо задачу за таким планом: 1) Спочатку побудуємо графік $y=x^2$; 2) Виконаємо паралельне перенесення цього графіка на одну одиницю напрямку осі OX, одержимо графік $y=(x-1)^2$; 3) Використавши гомотетію відносно прямої $x=1$, побудуємо графік функції $y=\frac{1}{3}(x-1)^2$, при цьому вершина параболи залишається нерухомою, а відстані усіх точок до прямої $x=1$ збільшаться у 3 рази; 4) Скориставшись паралельним перенесенням на вектор (0; 3), одержимо шуканий графік функції $y=\frac{1}{3}(x-1)^2+3$ (рис. 7).

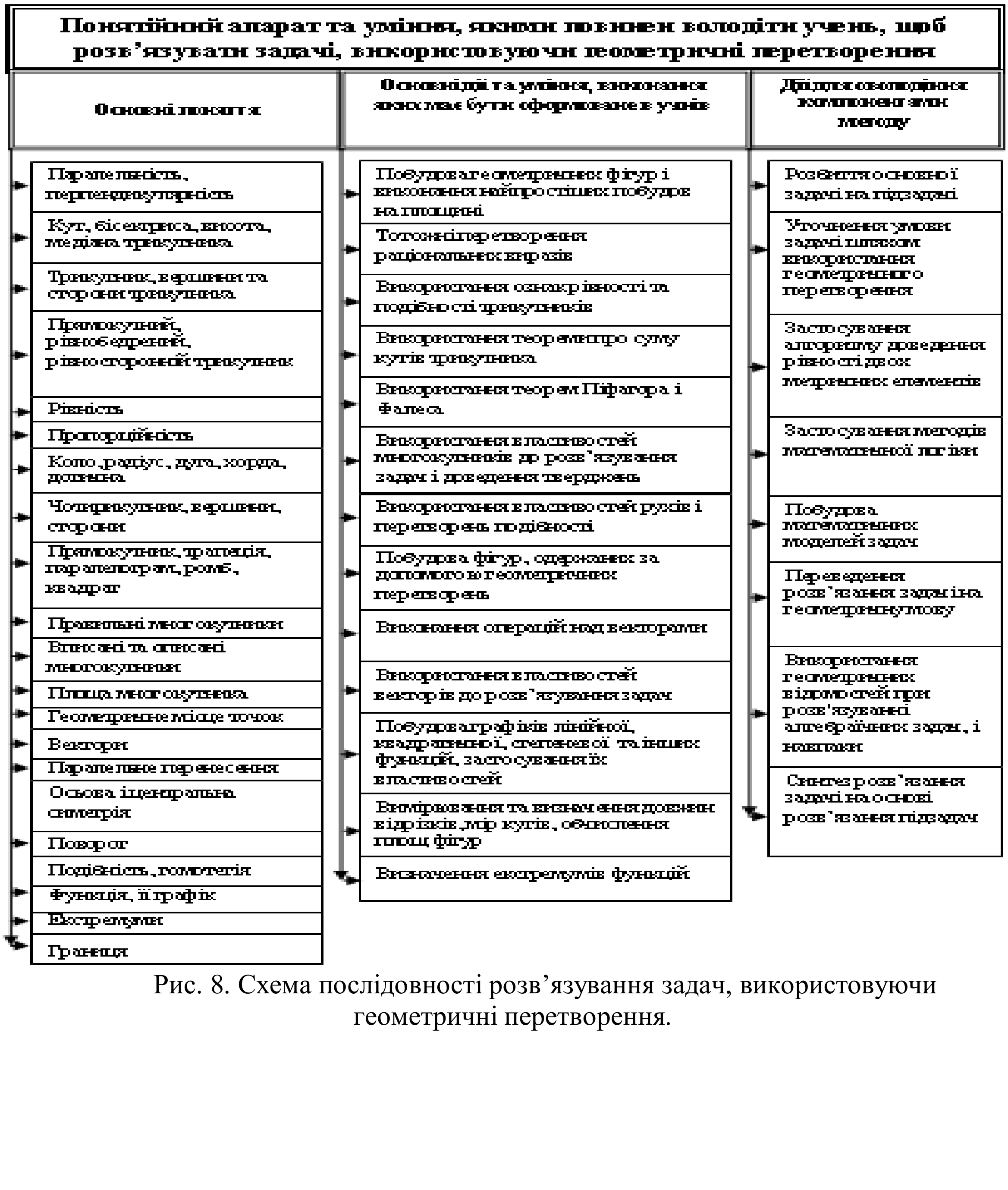

Рис. 8. Схема послідовності розв'язування задач, використовуючи геометричні перетворення.

З метою визначення змісту інтегративної навчальної діяльності учнів у процесі розв'язування таких математичних задач наперед заданим способом (з використанням властивостей геометричних перетворень), здійснимо структурний аналіз компонентів інтегрованого образу способу розв'язування та аналіз необхідних знань та умінь, а також їх взаємозв'язків, які потрібно актуалізувати та відтворити при виконанні зазначених завдань.

Результати аналізу у вигляді ієрархії компонентів інтегрованого образу способу розв'язування геометричних задач представлені на схемі (рис. 8)

Схема наочно ілюструє як у процесі безпосереднього формування інтегративного способу розв'язування задачі відбувається об'єднання компонентів інтегрованого змісту навчального матеріалу у єдину цілісність з подальшим синтезом нових знань.

Висновок. Отже, у статті підтверджується доцільність використання інтегративного способу розв'язування задачі для формування узагальнених математичних вмінь учнів та побудови навчального процесу з реалізацією інтегративних компонентів. Однак, планування процесу формування інтегративного образу способу геометричних перетворень потрібно проводити ретельно, аналізуючи спочатку компоненти інтегрованого образу, детально співставляючи та порівнюючи їх для подальшого об'єднання за схожими ознаками та розподілу на взаємопов'язані класи. Тоді результатом такої діяльності буде синтез нових знань, побудова між ними взаємозв'язків, і, як наслідок, формування у свідомості учнів інтегративного образу способу розв'язання задачі. Саме такий інтегративний підхід, на нашу думку, дасть змогу в подальшому сформувати розвинену, креативну особистість, здібну до творчого пошуку, дасть змогу учням оволодіти системою цілісних та всебічних знань у всій їх повноті та структурній єдності.

Перспективи подальших досліджень. Інтеграція є одним із актуальних інноваційних підходів, що здатен допомогти вирішити численні проблеми сучасної освіти. Звичайно, система інтегративного навчання ще недостатньо опрацьована. Її повне теоретичне обґрунтування та запровадження у практику потребує додаткових досліджень. Але вже сьогодні є очевидним, що інтегративне навчання як ніяке інше закладає нові умови діяльності вчителів та учнів, є діючою моделлю активізації інтелектуальної діяльності та розвиваючих прийомів навчання, сприяє формуванню всебічних знань учнів та створення в них уявлень про цілісну наукову картину світу.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Босовський М.В. Граничний перехід в геометричних задачах / М.В. Босовський // Дидактика математики: проблеми і дослідження. – 2004. – Вип. 22. – с. 132-135.

2. Математика (тригонометрія, геометрія, елементи стохастики) з комп'ютерною підтримкою: Навч. посіб. / А.В. Грохольська, М.І. Жалдак, О.Б. Жильцов – К.: МАУП, 2004 – 456 с.

3. Короткий термінологічний словник з педагогіки / [упр. С. Г. Мельничук]. – Кіровоград, 2004.

4. Кушнір В.А. Інтеграція знань та умінь учнів при використанні різних методів доведення математичних речень / В.А. Кушнір, Р.Я. Ріжняк // Наукові записки. – Випуск 90. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В.Винниченка. – 2011.

5. Кушнір В.А. Формування в учнів складних умінь використовувати моделювання у процесі розв'язування математичних задач інтегративного змісту / В.А. Кушнір, Р.Я. Ріжняк // Математика в школі. – 2009. – № 5. – с. 13–17.

6. Любарська О.М. Інтеграційні процеси в освіті / О.М. Любарська // Психолого-педагогічні та лінгвістичні аспекти викладання мовознавчих дисциплін у вищій та середній школі: Збірник доповідей міжвузівської конференції. – Миколаїв, 1998. - с. 20-24.

7. ttp://mankovkash1.at.ua/publ/metodichni_ob_39_ednannja/prirodnichi_nauki/integracija_znan_z_predmetiv_prirodnicho_matematichnogo_ciklu_problemi_ta_shljakhi_jikh_virishennja/16-1-0-6

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Душкевич Олена Олексіївна – магістрантка кафедри математики Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Коло наукових інтересів: інтеграція знань і вмінь учнів у процесі навчання математики, компетентнісний підхід у навчанні.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ В СРЕДНИХ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛАХ

Иса ИСМАИЛОВ

В статье рассматриваются место, роль и значения решения задач в привитии теоретических навыков по физике в средних общеобразовательных школах. Здесь также рассматриваются роль компьютерных технологий в устранении логических ошибок, возникающих при применении традиционных методов обучения. Подобное несоответствие обусловлено трудностями достижения необходимой степени наглядности при решении задач, а также излишней траты времени на вычислительные процедуры. Для устранения подобных недостатков нами предложены следующие направления применения компьютерных технологий в решении задач по физике: а) обеспечение с помощью электронного учебника должной наглядности, отражающей сущность задач; б) внедрение данных в конкретные модели; в) составление и внедрение единой программы (на языке ПАСКАЛЬ) на основе обобщенных алгоритмов по фундаментальным теориям, изложенных в разных разделах физики; г) решение задач с использованием калькуляторного режима компьютера.

Ключевые слова: *вычисления, компьютерные технологии, электронные учебники, модели алгоритмов, колькуляторный режим.*

The article consolidates the place, role and importance of applying theory during solving physics tasks in secondary schools. It also describes the role of computer technology to eliminate logical errors that occur when using traditional teaching methods. Such a discrepancy is due to difficulties in achieving the necessary degree of clarity in solving tasks, as well as wasting time on the calculation