СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ РАЗДЕЛА «КИНЕМАТИКА ТОЧКИ» ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

Сергей КОРОЛЕВ, Людмила МАКСИМОВА

Традиционная методика преподавания раздела «Кинематика точки» дисциплины «Теоретическая механика» имеет ряд существенных недостатков. Основные из них: не рассмотрены множества кривых, являющихся геометрическим местом точек центров кривизны траектории (эволюта); не проведена дифференциация вариантов решения задачи по степени сложности; при решении рассматриваемой задачи не в полной мере используется высшая математика как прикладная наука.

В статье рассматривается логическое продолжение решения задачи кинематики о движении материальной точки на плоскости. Предлагается разбить решение задачи на 3 этапа в зависимости от специализации студентов и количества выделенных на изучение предмета учебных часов. Очевидно, что применение понятия эволюты позволяет получить более полное представление о движении материальной точки, а также установить более тесную связь между дисциплинами «Теоретическая механика» и «Высшая математика».

Standard teaching methodology of «Theoretical Mechanics» secondary course «The Kinematics Object» has some significant drawbacks. The main ones are: the set of curves that are the geometric center of trajectory curvature – (evolute) was not considered; the differentiation of problems solutions according to their complexity was not carried out; the usage of Further Mathematics as applied science solving certain problems of Theoretical Mechanics was not fully introduced.

The article discusses the logical continuation of solution of the problem of the kinematics of object motion on the flat surface. It is offered to divide the solution of the problem into 3 phases depending on the specialization of students and the amount of teaching hours allocated for the subject study. It is obvious that the application of the concept of evolute allows a more complete picture of the motion of an object, as well as to establish stronger cohesion between «Theoretical Mechanics» and «Higher Mathematics» courses.

Как показывает практика, студенты недостаточно глубоко понимают конечный результат решения задачи кинематики о движении материальной точки на плоскости. Одной из причин возникновения этой проблемы является тот факт, что для университетского курса высшей математики обязательным изучение эволюты и эвольвенты. Для сжатых курсов высшей математики в технических вузах эти понятия рассматриваются обзорно; для целого же ряда ВУЗов технического профиля (например, транспортный) не рассматриваются совсем. Это приводит к непонимания студентами сути важных вопросов.

В подавляющем большинстве учебников и сборников задач общепризнанных авторов (А.А. Яблонский или М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон), как и во многих других [1] – [3], предлагаемый подход ограничивается нахождением радиуса кривизны $R_{крив}$ траектории движения материальной точки без упоминания об эволюте. Такое неполное решение предлагаемой задачи не дает исчерпывающего правильного понимания ее сути.

Например, в случае движения материальной точки по траектории, являющейся эллипсом, появляется своего рода "ловушка" для основной массы студентов технических вузов, которые не знакомы с понятием эволюты. Они ошибочно убеждены, что имеет место следующее соотношение для малой полуоси эллипса (a), большой полуоси (ka) и радиуса кривизны траектории $R_{крив}$:

$$(a) \leq R_{крив} \leq (ka)$$ - «ложная формула», (1)

где числовой параметр k>1.

Интересно отметить, что при стремлении параметра k к 1, т.е. при k→1, эллипс в предельном переходе при k=1 превращается в окружность, а радиус кривизны окружности всюду одинаков. При этом формула (1) дает правильный результат. Подобное «правильное» поведение ошибочной формулы для большинства студентов остается непонятным и парадоксальным.

Рассмотрим сначала стандартное решение классической задачи, предлагаемое в сборниках задач по теоретической механике.

Пусть дан эллипс в декартовой системе координат *XOY*, заданный системой уравнений:

$$\begin{cases} X = a\sin(\omega t)\ (2) \\ Y = ka\cos(\omega t)\ (3) \end{cases},$$

где: $(\omega t) = \varphi$; *a* – малая полуось эллипса; *(ka)* – большая полуось эллипса; $k>1$ – некий числовой параметр; *ω* – угловая частота; *t* – текущая переменная величина; *x* и *y* – координаты некоторой точки *M* эллипса.

Скорость точки *M* найдем из системы уравнений:

$$\begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt}\ (4) \\ V_y = \frac{dy}{dt}\ (5) \end{cases}$$

В данном случае получим:

$$\begin{cases} V_x = a\omega\ \cos(\omega t)\ (6) \\ V_y = -ka\omega\ \sin(\omega t)\ (7) \end{cases}$$

Далее найдем ускорение точки *M* из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} a_x = \frac{d}{dt}(V_x)\ (8) \\ a_y = \frac{d}{dt}(V_y)\ (9) \end{cases}$$

В результате имеем:

$$\begin{cases} a_x = -a\omega^2 \sin(\omega t)\ (10) \\ a_y = -ka\omega^2 \cos(\omega t)\ (11) \end{cases}$$

По следующей формуле найдем тангенциальное ускорение:

$$a_{\text{танг}} = \frac{a_x V_x + a_y V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}\ (12)$$

Подставив полученные выше значения, после преобразований получим:

$$a_{\text{танг}} = a\omega^2 \frac{\sin(2\omega t)(k^2 - 1)}{2\sqrt{\cos^2(\omega t) + k^2 \sin^2(\omega t)}}\ (13)$$

Далее по формуле (14) находим нормальное ускорение:

$$a_{\text{норм}} = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 - a_{\text{танг}}^2}\ (14)$$

Подставив полученные выше значения, после преобразований получим:

$$a_{\text{норм}} = \frac{ka\omega^2}{\sqrt{\cos^2(\omega t) + k^2 \sin^2(\omega t)}}\ (15)$$

По формуле (16) найдем радиус кривизны эллипса в т. М:

$$R_{\text{крив}} = \frac{V_x^2 + V_y^2}{a_{\text{норм}}}\ (16)$$

Подставив полученные выше значения, после преобразований получим:

$$R_{\text{крив}} = \frac{a}{k}\left[\cos^2(\omega t) + k^2 \sin^2(\omega t)\right]^{3/2}\ (17)$$

На этом заканчивается предлагаемое в классической литературе решение данной задачи.

Мы предлагаем продолжить решение данной задачи таким образом. При аналитическом рассмотрении формулы (17) очевидно, что соотношение, определяемое формулой (1), не имеет места при $k>1$. При этом многим студентам не ясно, в силу действия каких факторов $R_{\text{крив}}$ значительно отличается от большой и малой полуосей эллипса. Поэтому на основании вышесказанного имеет смысл исследовать этот вопрос подробнее.

Найдем формулы для определения координат центров кривизны эллипса – точки *C*. Координаты точки *C* обозначим через $x_c; y_c$.

На рис. 1 представлена геометрия поставленной задачи.

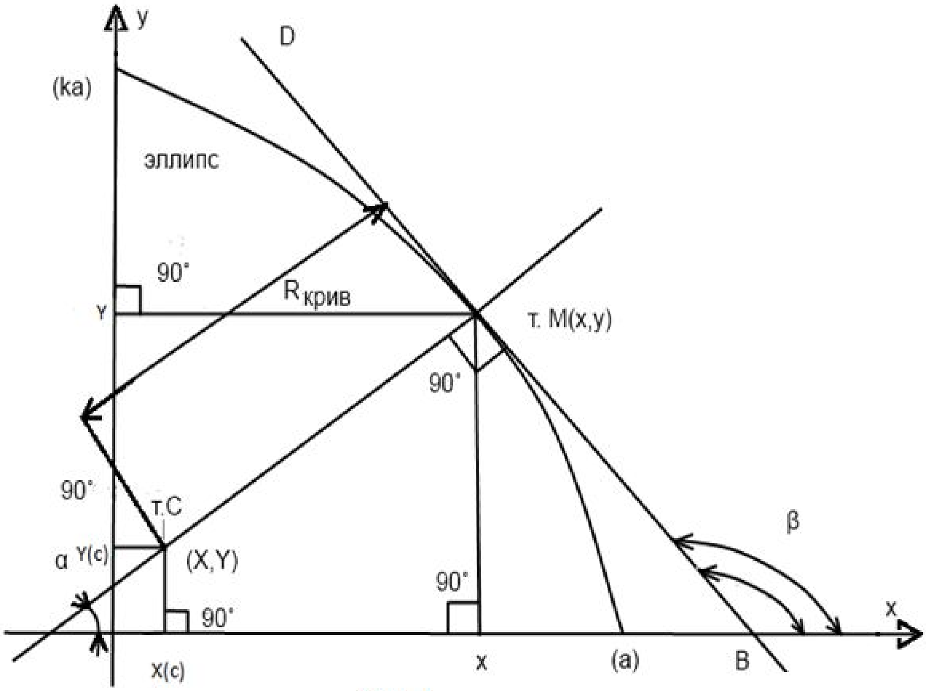

Рис. 1

На рисунке изображены: на оси *OX* – малая полуось эллипса (a); на оси *OY* – большая полуось эллипса ($k\,a$); точка *M (x,y)* – лежащая на эллипсе точка; *BD* – касательная к эллипсу в т. *M (x,y)*; $\angle\beta$ – угол между касательной BD и положительным направлением оси *OX*; отрезок *CM* проведен под углом 90˚ к касательной *BD*; точка *M* имеет координаты *(x,y)*; $\angle\alpha$ – угол между прямой *CM* и положительным направлением оси *OX*; точка *C (x,y)*– центр кривизны эллипса в случае, когда мы рассматриваем кривизну в т. *M (x,y);* величина отрезка *CM*=$R_{крив}$.

Далее из системы уравнений (1) и (2) получим:

$$\frac{dy}{dx} = -k\,tg(\omega t)\ (18)$$

В соответствии с курсом математического анализа имеет место зависимость:

$$tg\beta = \frac{dy}{dx} \qquad (19)$$

откуда получим:

$$tg\beta = -k\,tg(\omega t)\ (20)$$

Так как прямые *BD* и *CM* взаимно перпендикулярны, то, как известно из курса аналитической геометрии:

$$(tg\alpha)\,(tg\beta) = -1\ (21)$$

Таким образом, после ряда преобразований получим:

$$\alpha = arctg\left(\frac{ctg(\omega t)}{k}\right)\ (22)$$

Из рис. 1 ясно, что:

$$\begin{cases} x_c = x - R_{крив}\cos(\alpha)\ \ (23) \\ y_c = y - R_{крив}\sin(\alpha)\ \ (24) \end{cases}$$

После тригонометрических преобразований имеем:

$$\begin{cases} \sin(\alpha) = \dfrac{\cos(\omega t)}{\sqrt{k^2 \sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)}} \ (25) \\ \cos(\alpha) = \dfrac{k\sin(\omega t)}{\sqrt{k^2 \sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)}} \ (26) \end{cases}$$

Подставив все полученные выше формулы в систему уравнений (23) и (24), после преобразований получим:

$$\begin{cases} \mathcal{X}_c = (1 - k^2)\, a\, [\sin(\omega t)]^3 \ (27) \\ \mathcal{Y}_c = \left(k - \dfrac{1}{k}\right) a\, [\cos(\omega t)]^3 \ , (28) \end{cases}$$

где $\mathcal{X}_c$ и $\mathcal{Y}_c$ – координаты точки *C*, а точка *C* – центр кривизны траектории эллипса при данном значении параметра *t*.

По полученным зависимостям (17), (27), (28) построены соответствующие графики.

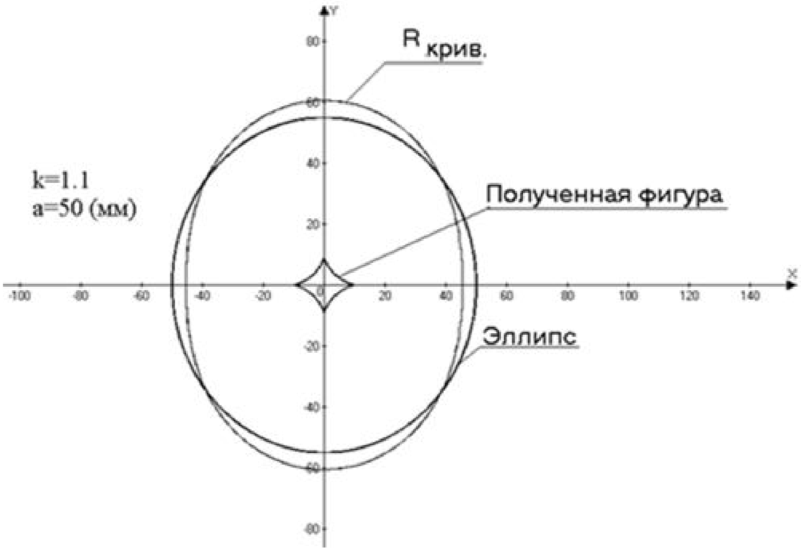

Рис. 2

Рис. 2 Графически показаны зависимости радиусов кривизны эллипса и искомой эволюты эллипса от параметра *t* при *k*=1,1 и *a*=50 мм.

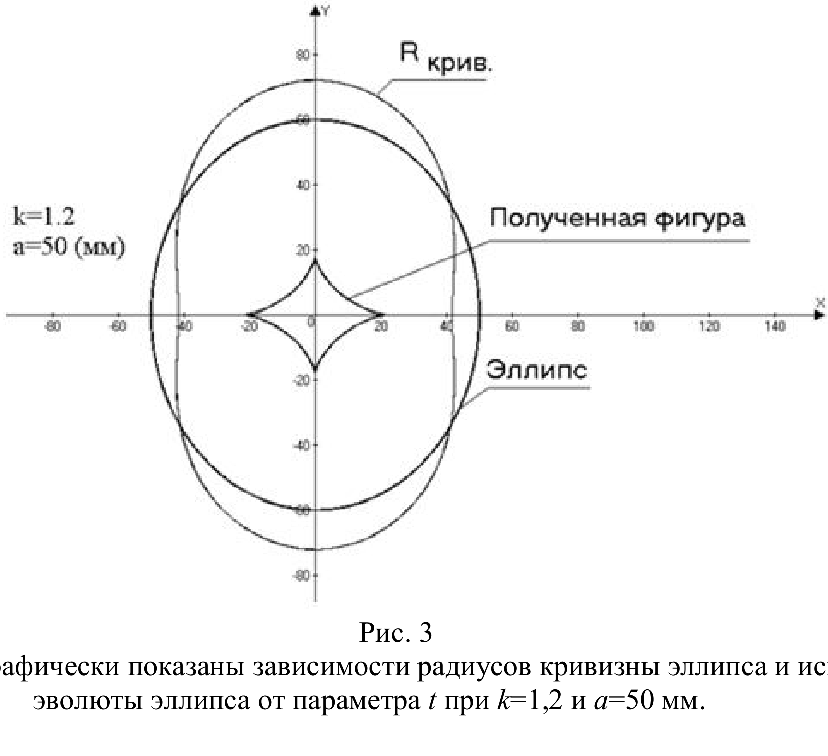

Рис. 3

Рис. 3 Графически показаны зависимости радиусов кривизны эллипса и искомой эволюты эллипса от параметра *t* при *k*=1,2 и *a*=50 мм.

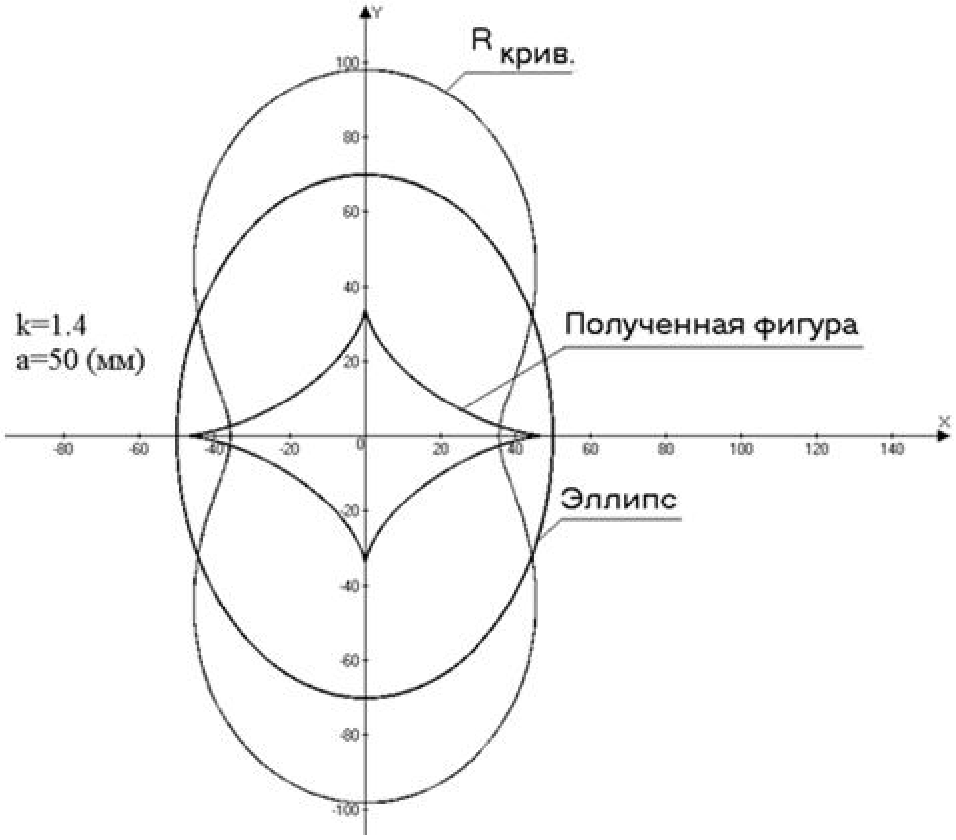

Рис. 4.

Рис. 4 Графическая зависимость радиусов кривизны эллипса и искомой эволюты эллипса от параметра t при k=1,4 и a=50 мм.

На приведенных графиках видно, каким сложным образом изменяется радиус кривизны $R_{крив}$ эллипса. Также видно, что искомая фигура, состоящая из множества центров кривизны траектории, имеет сложную форму и не совпадает с точкой начала координат, как в случае с окружностью. При изменении параметра k имеет место эволюция искомой кривой: при $k \to 1$ искомая эволюта «стягивается» в точку в начале координат и в пределе при k=1 эллипс и окружность совпадают.

Авторами предлагается разбиение решения задачи на 3 этапа:

I этап - следует ограничиться нахождением только нормального $a_{норм}$ и тангенциального $a_{танг}$ ускорений;

II этап - предполагает получить аналитическое выражение для эволюты при единственном заданном значении параметра k и изобразить ее графически;

III этап – дает возможность получить аналитическое выражение для семейства эволют при заданных множествах значений параметра k и изобразить их графически.

Выбор конкретного этапа производится преподавателем в соответствии с изложенным выше требованиями.

Использование положений курса «Дифференциальная геометрия» при решении задач данного типа по теоретической механике позволяет получить исчерпывающие, наглядные результаты:

1) установлены функциональные зависимости для радиусов кривизны траекторий при движении точки по эллипсу в зависимости от параметра k;

2) в явном виде получены графики исследуемых множеств геометрического места точек центров кривизны, то-есть эволют, для эллипса;

3) показан переход эллипса в окружность и имеющаяся при этом эволюция зависимостей радиуса кривизны и вида эволют;

4) решение задачи по движению материальной точки логически продолжено, что позволяет тем, кто изучает излагаемый материал в курсе теоретической механики, глубже понять рассматриваемую проблему;

5) наглядно продемонстрирована тесная связь между изучаемыми в ВУЗах дисциплинами «Теоретическая механика» и «Высшая математика».

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоритической механике: Учебное пособие для технических вузов. / А.А. Яблонский, С.С. Норейко, С.А. Вольфсон и др.; Под редакцией А.А. Яблонского – 4-е изд. перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 1985 – 367с.

2. М.И. Бать. Теоретическая механика в примерах и задачах. / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. Том первый. Статика и кинематика. – Москва: Наука, 1967. – 512 с.

3.Сборник задач по теоретической механике. Б.И. Турбин, С.И. Рустамов – Киев: Вища школа, 1978. – 157 с.

4. Г.Я. Міщук, Теоретична механіка. Кінематика. Динаміка та аналітична механіка./ Н.І. Штефан – К:НТУУ «КПІ», 2012. – 196 с.

5. А.А. Яблонский, Курс теоретической механики. Ч.1. Статика. Кинематика: Учебник для технических вузов. / В.М. Никифорова – 6-е издание исправленное – М.: Высшая школа, 1984. – 343с.

6. А.А. Яблонский Курс теоретической механики. Ч.2. Динамика: Учебник для технических вузов – 6-е изд., исправ. – М.: Высшая школа, 1984. – 423 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Королев Сергей Васильевич – старший преподаватель кафедры общетехнических дисциплин и авиационной химии, КЛА НАУ

Научные интересы: ударные волны в атмосфере и в жидкости.

Максимова Людмила Александровна - старший преподаватель кафедры общетехнических дисциплин и авиационной химии, КЛА НАУ

Научне интересы: методика преподавания технических дисциплин авиационной направленности.

МІСЦЕ І ЗНАЧЕННЯ ПРИРОДНИЧИХ НАУК У КОНЦЕПЦІЇ СТАЛОГО РОЗВИТКУ

Юрій КРАСНОБОКИЙ, Ігор ТКАЧЕНКО

У статті обґрунтовується необхідність посилення фундаментальної, методологічної та методичної підготовки фахівців у галузі природничо-наукової освіти з метою забезпечення виконання положень концепції сталого розвитку суспільства.

In the article the necessity of strengthening fundamental, methodological and methodical preparation of specialists is grounded. The industry naturally provides scientific educations with the purpose of providing positions of conception steady development of society.

Постановка проблеми. В основі парадигми розвитку людської цивілізації є концепція сталого розвитку, схвалена ООН у 1987 році. Ця концепція спрямована на розв'язання сучасних проблем людства з урахуванням його потреб у майбутньому. Тобто, сталий розвиток являє собою такий розвиток, за якого задоволення потреб нинішнього покоління повинно відбуватися без нанесення шкоди (ущемлення) потребам майбутніх поколінь. Іншими словами, цю концепцію можна трактувати, як концепцію справедливого розподілу можливостей між поколіннями.

У 2002 році на Всесвітньому саміті у Йоганнесбурзі було відмічено, що на той час суттєвих успіхів у реалізації програми сталого розвитку не досягнуто. Було названо й основну причину цього явища – недостатню увагу до одного з найважливіших дієвих механізмів сталого розвитку – освіти.

У «Концепції переходу України до сталого розвитку» в числі внутрішніх факторів впливу,які гальмують досягнення стратегічних цілей сталого розвитку, теж відзначається: «Низький рівень екологічної свідомості населення, відсутність системи екологічної просвіти. Недоліки системи освіти всіх рівнів, що полягає в недостатньому рівні екологічних знань, практичній відсутності культурного, етичного та естетичного виховання». Щодо існуючих