необходимости анализа состояния научно-методического обеспечения по специальностям и специализациям.

В состав УМК включаются учебные издания, официально утвержденные или допущенные Министерством образования Республики Беларусь, рекомендованные учебно-методическими объединениями в сфере образования, и учреждениями образования. Таким образом, основой УМК, в соответствии с Положением, являются учебник или учебное пособие, а также лабораторный практикум с грифом, представляющие основное содержание дисциплины. Они дополняются методическими указаниями к практическим занятиям, указаниями по выполнению СУРС и другими, изданными по рекомендации научно-методического совета университета.

При обсуждении состава и содержания УМК основное внимание уделяется тому, чтобы учебно-методические и учебные материалы, включаемые в УМК, отражали современный уровень развития науки, предусматривали логически последовательное изложение учебного материала. Одним из обязательных требований является использование современных методов и технических средств интенсификации учебного процесса, позволяющих студентам прочно усваивать учебный материал и получать навыки по его использованию на практике.

Значение УМК заключается в достижении положительного эффекта за счет гармоничного согласования всех элементов изучения дисциплины в единую систему. В результате обеспечивается: последовательное изложение учебного материала, реализация междисциплинарных связей, исключение дублирования учебного материала; использование современных методов, технологий и технических средств в образовательном процессе; рациональное распределение времени по темам учебной дисциплины и учебным занятиям; планирование, организация и методическое обеспечение самостоятельной работы студентов; учет достижений науки, техники и технологий, связанных с изучаемой учебной дисциплиной.

Необходимо отметить, что разработка УМК представляет собой серьезную научно-методическую задачу, требующую от преподавателя четкого видения предмета, значительного опыта его преподавания, владения современными образовательными и информационными технологиями и в целом - существенных временных затрат. Только тогда создание и внедрение в учебный процесс УМК даст ожидаемый эффект.

Процесс практического создания УМК предоставляет преподавателю возможность проявить свой индивидуальный подход к преподаванию дисциплины, с помощью вспомогательных методических и **контролирующих** элементов наиболее эффективно организовать обучение студентов.

**СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ**

**Никитюк Юрий Валерьевич** – кандидат физико-математических наук, доцент, декан физического факультета УО «Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины».

**Дей Евгений Александрович** – кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теоретической физики УО «Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины».

*Круг научных интересов:* совершенствование учебного процесса в современных условиях.

# ІНТЕГРАТИВНИЙ ПІДХІД ДО ФОРМУВАННЯ ПОНЯТТЯ ПРО МНОЖИНУ ДІЙСНИХ ЧИСЕЛ У СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ

## *Олена ДУШКЕВИЧ*

*У статті розглядається модель навчального процесу із використанням інтегративного підходу, спрямованого на формування у студентів математичних спеціальностей цілісних та системних знань про множину дійсних чисел.*

*In the article the model of the learning process is considered, using an integrative approach aimed at the development of students' mathematical specialties integral and systematic knowledge of the set of real numbers.*

**Постановка проблеми.** В наш час перед системою освіти стоїть завдання виховати громадян нової країни, суспільство якої матиме багату духовну культуру. Тож відродження духовності в освіті є тією першоосновою, на якій можлива наступна розбудова нашої країни. Одним з можливих шляхів духовного насичення системи освіти є її гуманітаризація. Вона передбачає радикальний перегляд змістового наповнення навчальних предметів. Це, у свою чергу, веде до перегляду і нової оцінки місця та ролі природничо-математичних дисциплін у навчальних закладах, адже дисципліни природничо-наукового циклу в процесі підготовки фахівців мають значний гуманітарний потенціал. А одним із способів гуманітаризації природничо-наукових дисциплін є їх *інтеграція* – органічне об’єднання частин навчального матеріалу, при якому ускладнюються зв’язки між цими частинами. Проте інтеграція виникає не на довільних зв’язках між предметами, поняттями та явищами, а лише тоді, коли ці зв’язки стають істотними, взаємопроникними. Таким чином, на сьогоднішній день нагальною є потреба у запровадженні нових підходів до професійної підготовки фахівців, які б сприяли формуванню цілісних і системних знань.

**Аналіз актуальних досліджень.** Вважається, що поняття "*інтеграція*" було впроваджено в науку в 1957 році англійським вченим Спенсером і розуміння його було в механічному об'єднанні і комбінації роз'єднаних елементів. [6, с. 16–30]

В науково-педагогічній літературі інтеграція стосовно педагогічного процесу трактується залежно від підходів до її педагогічної конкретизації. Зокрема, Ю. М. Колягін бачить інтеграцію в освіті в об'єднанні декількох навчальних дисциплін в єдиний предмет для досягнення взаємозв'язку стрижневих питань навчальних дисциплін, що веде до формування системи наукових уявлень, знань, які відображають зв'язаність окремих частин світу як системи. [3, с. 28–31]

С. У. Гончаренко вважає за доцільне включення до набору навчальних предметів, що вивчаються, інтегрованих курсів, покликаних, спираючись на основі окремих предметів, систематизувати й узагальнити розрізнені знання. [1, с. 2–3]

Н. С. Антонов, В. Н. Максимова відзначають у своїх дослідженнях, що засобом отримання цілісних знань може бути підготовка студентів до реалізації міжпредметних зв'язків в процесі навчання. [5]

В. А. Енгельгардт виділяє такі *складові змісту інтеграції знань:*

– існування раніше самостійних частин, не об'єднаних одна з одною;

– існування однотипної мети для об'єднання цих частин;

– в результаті об'єднання утворюється єдине ціле;

– ціле має нові якості, яких не було раніше у складових частин;

– інтеграція розглядається не як результат об'єднання, а як процес. [7, с. 103]

Таким чином, інтеграція знань виникає в тому випадку, коли, по-перше, є раніше в чомусь розрізнені елементи, по-друге, є об’єктивні причини для їх об’єднання, по-третє, об’єднання відбувається не сумативно, а через синтез, по-четверте, результатом такого об’єднання є система, якій притаманні властивості цілісності.

**Метою даної статті** є детальний розгляд моделі навчального процесу із використанням інтегративного підходу, зокрема його застосування для формування у студентів математичних спеціальностей цілісних та системних знань про множину дійсних чисел відповідно до основних способів визначення поняття "дійсного числа" (за Кантором, Вейєрштрассом, Дедекіндом).

**Виклад основного матеріалу.** Реалізація інтегративного підходу при вивченні математики полягає у використанні математичних задач інтегративного змісту. Це задачі з потужним математичним змістом, мають творчий характер та потенціал створення на їх базі нових задач та серій задач. При розв’язуванні таких задач студенти використовують не лише знання з певної теми, а також здійснюють узагальнення та систематизацію сукупності вже набутих знань та умінь з інших тем, розділів, навчальних дисциплін.

Під *інтегративним образом задачі* будемо розуміти цілісну структуру знань, умінь та навичок, якою необхідно оволодіти суб'єкту навчання для розв'язання задачі. Зазначимо, що, як не можна говорити про повний перелік способів розв'язування однієї задачі, так і немає сенсу говорити про найбільший (найповніший) обсяг інтегрованого образу задачі. [4]

З метою визначення змісту інтегративної навчальної діяльності студентів у процесі розв'язування математичних задач здійснимо структурний аналіз компонентів інтегрованого образу задачі та аналіз необхідних знань та умінь (а також їх взаємозв'язків), які слід актуалізувати та відтворити при виконанні зазначеного завдання.

Згідно трьох основних підходів до визначення дійсного числа (за Кантором, Вейєрштрассом, Дедекіндом), розглянемо відповідні класи задач, розв’язання яких забезпечить, на нашу думку, формування у студентів найбільш повних і цілісних уявлень про множину та властивості дійсних чисел.

Георг Кантор визначав дійсне число як границю деякої фундаментальної послідовності раціональних чисел, а оскільки, різні послідовності можуть мати однакові границі, то мова йде про клас еквівалентності фундаментальних послідовностей раціональних чисел, що і визначають деяке дійсне число. Тому, згідно цього підходу, студентам доцільно буде запропонувати ряд задач, які спираючись на поняття послідовності приводять до формування уявлень про дійсне число як її границю.

**1.** Доведіть за означенням границі, що: $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n+1}{n+2}=2$.

$(\forall\varepsilon>0)\ (\exists n_0\in N):\ (\forall n>n_0)\Rightarrow\ |y_n-a|<\varepsilon$. $a=\lim\limits_{n\to\infty}y_n$. $a$=2, $y_n=\dfrac{2n+1}{n+2}$, 0<$\varepsilon$<1.

$\left|\dfrac{2n+1}{n+2}-2\right|<\varepsilon$, $\left|\dfrac{2n+1}{n+2}-2\right|=\left|\dfrac{2n+1-2n-4}{n+2}\right|=\left|\dfrac{-3}{n+2}\right|<\varepsilon$. $\dfrac{3}{n+2}<\varepsilon$, $n>\dfrac{3}{\varepsilon}-2$. $n_0=E\left(\dfrac{3-2\varepsilon}{\varepsilon}\right)$, $(\forall n>n_0)$. Візьмемо ε=0,1: $n_0=E\left(\dfrac{3-2\cdot0{,}1}{0{,}1}\right)=E\left(\dfrac{28}{10}\cdot\dfrac{10}{1}\right)=E(28)$. Починаючи з 28-го номера $|y_n-a|$ буде меншим за 0,1. Якщо ж візьмемо ε=0,02: $n_0=E\left(\dfrac{3}{0{,}02}-2\right)$=148.

**2.** Знайдіть границю послідовності а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n+1}{7-9n}$, б) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{\text{ї}-3}{\text{ї}+2}\right)^{2\text{ї}+1}$:

а) $$\lim_{n\to\infty}\frac{5n+1}{7-9n}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{5n+1}{n}}{\frac{7-9n}{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{1}{n}}{\frac{7}{n}+9}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}\left(5+\frac{1}{n}\right)}{\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{7}{n}-9\right)}=\frac{\lim\limits_{n\to\infty}5+\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n}}{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{7}{n}-\lim\limits_{n\to\infty}9}=\frac{-5}{9}.$$

б) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\text{ї}-3}{\text{ї}+2}\right)^{2\text{ї}+1}=1^{\infty}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{(\text{ї}+2)-5}{\text{ї}+2}\right)^{2\text{ї}+1}=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{5}{\text{ї}+2}\right)^{2\text{ї}+1}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{5}{\text{ї}+2}\right)^{\frac{\text{ї}+2}{-5}\cdot\frac{-5}{\text{ї}+2}\cdot(2\text{ї}+1)}=\lim_{n\to\infty}\left(\left(1-\frac{5}{n+2}\right)^{\frac{n+2}{-5}}\right)^{\frac{-5(2n+1)}{n+2}}=\lim_{n\to\infty}\left(\left(1-\frac{5}{n+2}\right)^{\frac{n+2}{5}}\right)^{\lim\limits_{n\to\infty}\frac{-5(2n+1)}{n+2}}=e^{-10}.$$

Розширивши даний клас задач, далі мова може йти про границю функціональної послідовності.

**3.** За означенням границі на мові "*ε-δ*" доведіть, що $\lim\limits_{x\to1}(5x-1)=4$.

$c=\lim\limits_{x\to\infty}f(x)$ $(\forall\varepsilon>0)$ $(\exists\delta>0)$: $\forall x$: *(*0<|*x*-*x*$_0$|<*δ)*$\Rightarrow$|*f(x)*-*c*|<*ε*. *f(x)*=5*x*-1, *c*=4, *x*$_0$=1. |*(*5*x*-1*)*-4|=|5*x*-5|=5·|*x*-1|*,* 5·|*x*-1|<*ε,* |*x*-1|<$\dfrac{\varepsilon}{5}$<*δ.* $(\forall\varepsilon>0)$ $\left(\exists\delta=\dfrac{\varepsilon}{5}\right)$: $\forall x$: *(*0<|*x*- -1|<*δ)*$\Rightarrow$|*(*5*x*-1*)*-4|<*ε.*

**4.** Знайдіть границю $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+5}-\sqrt[3]{x}}{2x+\sqrt{x^2+1}}$:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+5}-\sqrt[3]{x}}{2x+\sqrt{x^2+1}}=\frac{\infty-\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[6]{\left(x^2+5\right)^3}-\sqrt[6]{x^2}}{\sqrt[6]{64x^6}+\sqrt[6]{\left(x^2+1\right)^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[6]{\dfrac{\left(x^2+5\right)^3}{x^6}}-\sqrt[6]{\dfrac{x^2}{x^6}}}{2+\sqrt[6]{\dfrac{\left(x^2+1\right)^3}{x^6}}}=$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[6]{\left(\dfrac{x^2+5}{x^2}\right)^3}-\sqrt[6]{\left(\dfrac{x}{x^3}\right)^2}}{2+\sqrt[6]{\left(\dfrac{x^2+1}{x^2}\right)^3}}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt[6]{\left(1+\dfrac{5}{x^2}\right)^3}-\sqrt[6]{\dfrac{1}{x^4}}}{2+\sqrt[6]{\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)^3}}=\frac{1}{1+2}=\frac{1}{3}.$$

Розглядаючи конструктивні підходи до визначення дійсних чисел, не можна обійти увагою підхід Карла Вейєрштрасса. Він визначав дійсне число, користуючись поняттям числового ряду, тобто розглядав його як суму деякого нескінченного ряду виду $\pm\sum\limits_{k}\grave{a}_k\cdot 10^{-k}$, де індекс $k$ пробігає або початковий відрізок натурального ряду 0, 1, ..., $n$, або весь натуральний ряд 0, 1, 2, … відповідно. Згідно цього, дійсне число є нескінченний десятковий дріб, тобто вираз вигляду $\pm a_0{,}a_1a_2\ldots a_n\ldots$, де ± є один з символів + чи -, що називається знаком числа, $a_i$ – десяткові знаки (елементи числової множини {0, 1, …, 9}).

Отже, спираючись на таке трактування сутності дійсного числа, для формування у студентів найбільш повних і цілісних уявлень про множину дійсних чисел, слід розглянути задачі, що пов'язані із поняттям та властивостями числових, а також функціональних і степеневих рядів.

**5.** Записати ряд і знайти його суму, якщо частинна сума ряду: $S_n=\dfrac{ï+1}{ï}$.

$S=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n+1}{n}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)=1$. $S=1$. $S_n=u_1+u_2+\ \ldots\ u_{n-1}+u_n.u_1=2$, $S_1=u_1=2$, $S_2=u_1+u_2=\dfrac{3}{2}$. $S_{n-1}=\dfrac{(n-1)+1}{ï-1}=\dfrac{n}{n-1}=u_1+u_2+\ \ldots\ u_{n-1}$. $S_n=S_{n-1}+u_n \Rightarrow u_n=S_n-S_{n-1}=\dfrac{ï+1}{ï}-$
$-\dfrac{n}{n-1}=\dfrac{n^2-1-n^2}{n(n-1)}=\dfrac{-1}{n(n-1)}$, $n$=2, 3, … . $2-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3\cdot 2}-\dfrac{1}{4\cdot 2}-\ldots=2-\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{1}{n(n-1)}$.

**6.** За означенням дослідити збіжність ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5}{(5n-1)(5n+4)}$. Якщо ряд збіжний, то знайти його суму.

$S_n=\dfrac{5}{4\cdot 9}+\dfrac{5}{9\cdot 14}+\dfrac{5}{14\cdot 19}+\ldots+\dfrac{5}{(5n-1)(5n+4)}$, $u_n=\dfrac{5}{(5n-1)(5n+4)}=\dfrac{A}{5n-1}+\dfrac{B}{5n+4}=$
$=\dfrac{5An+4A+5Bn-B}{(5n-1)(5n+4)}$, $5An+4A+5Bn-B=5$, $(5A+5B)n=0 \Rightarrow A=-B, 4A-B=5$, $5A=5$, $A=1$, $B=-1$.

$\dfrac{5}{(5n-1)(5n+4)}=\dfrac{1}{5n-1}-\dfrac{1}{5n+4}$, $S_n=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{9}-\dfrac{1}{14}+\dfrac{1}{14}-\dfrac{1}{19}+\ldots+\dfrac{1}{5n-1}-\dfrac{1}{5n+4}=$
$=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5n+4}$. $S=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{5n+4}\right)=\dfrac{1}{4}$ – ряд збіжний.

**7.** Довести збіжність ряду $1-\frac{1}{1!\cdot 1}+\frac{1}{2!\cdot 2^2}-\frac{1}{3!\cdot 3^3}+\frac{1}{4!\cdot 4^4}-\ldots$ і обчислити його суму з точністю до $\Delta=10^{-4}$.

За теоремою Лейбніца про збіжність ряду: 1) $u_n \geq u_{n+1},\ \forall n \in N$; 2) $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$.

1) $n>n-1$, $n^n>(n-1)^{n-1}$, $n!>(n-1)!$, $n!\cdot n^n>(n-1)!\cdot(n-1)^{n-1}$. $u_{n+1}=\frac{1}{n!\cdot n^n}<\frac{1}{(n-1)!\cdot(n-1)^{n-1}}=u_n$. 2) $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{(n-1)!\cdot(n-1)^{n-1}}=0$ – ряд збіжний.

$|S-S_n|\leq u_{n+1}$. $a_1=1$, $a_2=\frac{1}{1!\cdot 1}=1$, $a_3=\frac{1}{2!\cdot 2^2}=\frac{1}{8}$, $a_4=\frac{1}{3!\cdot 3^3}=\frac{1}{6\cdot 27}=\frac{1}{162}=0{,}00617$, $a_5=\frac{1}{4!\cdot 4^4}=\frac{1}{24\cdot 256}=\frac{1}{6144}=0{,}00016>10^{-4}$, $a_6=\frac{1}{5!\cdot 5^5}=\frac{1}{120\cdot 3125}<10^{-4}$. $S\approx S_n$, $S\approx S_5$, $S\approx 1-1+\frac{1}{8}-\frac{1}{162}+\frac{1}{6144}=$ 1-1+0,125-0,00617+0,0016=0,11899$\approx$0,119. $S\approx$0,199($\pm 10^{-4}$).

Перейшовши до функціональних рядів, розглянемо такі задачі.

**8.** Знайти область збіжності ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^n$ та його суму:

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^n=\frac{x}{x+1}+\frac{x^2}{(x+1)^2}+\frac{x^3}{(x+1)^3}+\ldots$ – геометрична прогресія. $a=\frac{x}{x+1}$, $q=\frac{x}{x+1}$.

При $|q|<1$ геометрична прогресія є збіжним рядом. $\left|\frac{x}{x+1}\right|<1$, $\frac{|x|}{|x+1|}<1 \Leftrightarrow$ $\frac{|x|\cdot|x+1|}{|x+1|}<1\cdot|x+1|$, $\begin{cases}|x|<|x+1|\\|x+1|\neq 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2<(x+1)^2\\x\neq 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x\neq 1\end{cases}$, $x^2<x^2+2x+1$, $2x>-1$, $x>-\frac{1}{2}$. Область збіжності: $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. $S=\frac{à}{1-q}$, $S=\frac{\frac{x}{x+1}}{1-\frac{x}{x+1}}=x$ – сума ряду.

**9.** Обчислити $\sqrt[3]{30}$ із точністю $\Delta=10^{-4}$.

$\sqrt[3]{30}=(30)^{\frac{1}{3}}=(3^3+3)^{\frac{1}{3}}=\left(3^3\cdot\left(1+\frac{3}{27}\right)\right)^{\frac{1}{3}}=3\cdot\left(1+\frac{1}{9}\right)^{\frac{1}{3}}$, $(1+x)^\alpha=1+\alpha x+\frac{\alpha\cdot(\alpha-1)x^2}{2!}+\frac{\alpha\cdot(\alpha-1)\cdot(\alpha-2)x^2}{3!}+\ldots$, $\alpha=\frac{1}{3}$, $x=\frac{1}{9}$, $\sqrt[3]{30}=3\cdot\left(1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{9}+\frac{\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}-1\right)}{2!}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^2+\frac{\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{3}-1\right)\cdot\left(\frac{1}{3}-2\right)}{3!}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^3+\ldots\right)=3\cdot\left(1+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{9}-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2!}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^2+\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3!}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^3-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{8}{3}\cdot\frac{1}{4!}\cdot\left(\frac{1}{9}\right)^4+\ldots\right)$, $a_1=1$, $a_2=\frac{1}{27}\approx 0{,}3703$, $a_3=\frac{1}{729}\approx 0{,}00137$, $a_4=\frac{5}{59049}=0{,}000084$,

$3 \cdot a_4 = 0{,}00025$. $\sqrt[3]{30} = 3 \cdot \left(1 + \frac{1}{27} - 0{,}00137 + 0{,}00008\right) \approx 3 + 0{,}11109 - 0{,}00411 + 0{,}00025 \approx 3{,}10723 \approx 3{,}1072(\pm 10^{-4})$.

Сформувати повні і цілісні уявлення про множину дійсних чисел не можна без знання теорії множин, її основних понять, операцій, властивостей. Тому потрібно запропонувати студентам і задачі наступного типу.

**10.** Знайти потужність множини відрізків числової прямої, що взаємно не перетинаються.

Із теорії дійсних чисел відомо, що між будь-якими двома дійсними числами існує раціональне число. Поставимо у відповідність кожному елементу даної множини, що є відрізком, одне раціональне число, що обов'язково лежить між кінцями цього відрізка. Раціональне число, що належить одному відрізку даної множини, не може належати іншому, тому що відрізки множини взаємно не перетинаються. Отже, ми бієктивно поставили у відповідність даній множині деяку підмножину множини $Q$ всіх раціональних чисел. Оскільки $Q$ – зчисленна, то дана множина не більш, ніж зчисленна.

Продовжуючи розгляд теорії нескінченних десяткових дробів (теорія К. Вейєрштрасса), корисно буде показати студентам на прикладі деяких задач, застосування теорії конгруенцій для дослідження десяткових дробів, визначення довжини їх періодів, передперіодів, кількості цифр у розкладі звичайного дробу в десятковий.

**11.** Знайти довжину періоду нескоротного дробу $\frac{\grave{a}}{21}$.

$(a, 21)=1$, $\delta=P_{21}(10)$ – порядок числа 10 за mod 21, $\delta$ – довжина періоду. $10^{\delta} \equiv 1 \pmod{21}$ $\Leftrightarrow$ $\underbrace{99...9}_{\delta} \equiv 0$ (mod 21).

```
_ 99 |21
  84 |47619
 _159
  147
  _129
   126
   _ 39
     21
   _189
    189
      0
```

$99999 \equiv 0$ (mod 21), $\delta=6$. $\frac{\grave{a}}{21}$ – чистий нескінченний періодичний дріб з довжиною періоду 6.

Уявлення студентів про множину дійсних чисел не можуть бути повними, якщо обійти увагою ще один підхід до визначення поняття дійсного числа, а саме, теорію перерізів Дедекінда. Вона є найбільш простою та історично першою строгою теорією дійсного числа. На відміну від аналітичних підходів Кантора і Вейерштраса, в основі теорії Дедекінда лежать геометричні міркування, звідси – її наочність.

Дедекінд виходить з множини раціональних чисел $Q$, властивості якої передбачаються відомими. Систему раціональних чисел він зіставляє із сукупністю точок прямої лінії L. *Ірраціональним числом* називається будь-який переріз в множині раціональних чисел, в нижньому класі якого немає найбільшого елементу, а у верхньому немає найменшого. *Множиною дійсних чисел* називається об'єднання множини раціональних і ірраціональних чисел. Будь-який елемент множини дійсних чисел називається *дійсним числом*.

Як приклад, що ілюструє сутність даного підходу, студентам можна запропонувати наступне завдання.

**12.** Побудувати переріз, що визначає число $\sqrt{2}$.

$A = \{\tilde{o} \in Q:\ x \le 0\ \vee\ (x > 0\ \wedge\ x^2 < 2)\}$, $A' = \{\tilde{o} \in Q:\ x > 0\ \wedge\ x^2 > 2\}$. $A|A'$ – цей переріз (рис. 1) визначає число $\sqrt{2}$. Легко побачити, що в нижньому класі немає максимального елемента, а у верхньому – мінімального.

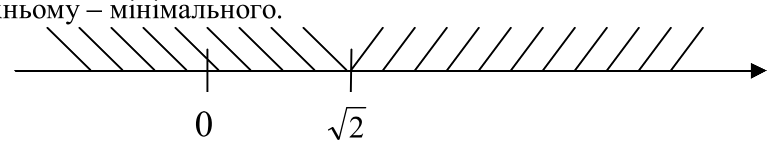


Рис. 1. Переріз числової прямої, що визначає число $\sqrt{2}$

Таким чином, розглянувши множину задач, що поповнюють, розширюють і узагальнюють знання студентів про множину дійсних чисел, ми можемо скласти схему, яка відображатиме усю сукупність знань, умінь та навичок, що ними повинні оволодіти студенти для формування у них повних та цілісних уявлень про дану множину. Ця схема (рис. 2) об'єднує ключові поняття, спеціальні та загальноматематичні уміння, які складають у своїй сукупності інтегрований образ дійсного числа та визначають зміст інтегративної діяльності студентів для оволодіння різними шляхами і методами розв'язування задач, що приводять до даного поняття та опираються на його характеристики і властивості.

**Понятійний апарат та уміння, якими повинен оволодіти студент, для засвоєння підходів до визначення множини дійсних чисел**

**Основні поняття**

- Дійсні, раціональні, ірраціональні, натуральні числа
- Числова пряма
- Десяткові скінченні та нескінченні дроби
- Числова послідовність (1, 2)
- Збіжність послідовності
- Границя числової послідовності
- Стаціонарна послідовність
- Фундаментальна послідовність
- Множина, підмножина
- Точна верхня і нижня межа числової множини
- Відношення еквівалентності, класи еквівалентності
- Відношення порядку
- Лінійно впорядкована множина
- Порівняння чисел
- Числові ряди
- Збіжний, розбіжний
- Неперервність
- Конгруенція
- Дедекіндів переріз
- Класи перерізу

**Основні дії та уміння, виконання яких має бути сформоване у студентів**

- Виконання операцій над дійсними числами
- Виконання операцій над множинами
- Знаходження границь числових послідовностей
- Застосування теореми Вейєрштрасса про границю монотонної послідовності
- Використання критерію Коші збіжності числової послідовності
- Використання теореми про існування точних меж
- Обчислення границі функції в точках
- Дослідження функції на неперервність
- Використання властивостей числових рядів
- Дослідження на абсолютну та умовну збіжність числових рядів
- Використання властивостей відношень

**Дії для оволодіння компонентами методу**

- Розбиття основної задачі на підзадачі
- Синтез розв'язання задачі на основі розв'язання підзадач
- Застосування методів математичної логіки
- Побудова математичних моделей задач
- Переведення розв'язання задачі на геометричну мову
- Використання теорії множин та рядів
- Застосування аксіоматичного підходу до вивчення математичних об'єктів
- Використання апарату математичного аналізу для формалізації дослідження

Рис. 2. Понятійний апарат та уміння, якими мають оволодіти студенти для формування поняття дійсного числа

Подана вище схема ілюструє ієрархію та взаємозв'язки між компонентами інтегрованого образу задачної теми, які слід актуалізувати та відтворити при роботі над утвореною "множиною задач". У процесі безпосереднього формування інтегрованого образу задачної теми відбувається об'єднання класів компонентів інтегрованого образу змісту навчального матеріалу у єдину цілісність з подальшим синтезом нових знань. [2]

**Висновок.** Отже, наше дослідження підтверджує доцільність використання інтегративного образу способу розв'язування задачі для формування узагальнених математичних вмінь студентів та побудови навчального процесу з реалізацією інтегративних компонентів. Однак, планування здійснення інтегративного підходу до формування у студентів поняття про множину дійсних чисел потрібно проводити ретельно, аналізуючи спочатку компоненти інтегрованого образу, детально співставляючи та порівнюючи їх для подальшого об'єднання за схожими ознаками та розподілу на взаємопов'язані класи. [2] Тоді, результатом такої діяльності буде синтез нових знань, побудова між ними взаємозв'язків, і, як наслідок, формування у свідомості молодих людей цілісних і системних знань про дійсні числа. Саме такий інтегративний підхід, на нашу думку, дасть змогу студентам оволодіти системою цілісних та всебічних знань у всій їх повноті та структурній єдності та в подальшому підвищити ефективність професійної підготовки майбутніх спеціалістів.

**Перспективи подальших досліджень.** Таким чином, інтеграція – є одним із актуальних інноваційних підходів, що здатен допомогти вирішити численні проблеми сучасної системи освіти. Звичайно, цей підхід у навчанні ще недостатньо опрацьований, а тому неоднозначно сприймається багатьма педагогами. Повне теоретичне обґрунтування інтегративного підходу та запровадження його у практику потребує додаткових досліджень. Однак вже сьогодні зрозуміло, що інтегративне навчання закладає нові умови діяльності викладачів та студентів, є діючою моделлю активізації інтелектуальної діяльності та розвиваючих прийомів навчання, сприяє формуванню всебічних знань студентів та створення в них уявлень про цілісну, наукову картину світу.

**БІБЛІОГРАФІЯ**

1. Гончаренко С. У. Інтеграція наукових знань і проблема змісту освіти // Постметодика. – 1994. – №2. – С. 2-5.
2. Душкевич О. О. Інтегрований образ задачної теми як засіб реалізації інтегративного підходу у навчанні // Materials of the IX International research and practice conference "Actual problems of science and education", 20-21 Januaru 2013 // Scientific journal "Aspect". – Donetsk: "Tsyfrovaya tipografia" Ltd, 2013. – P. 25-32.
3. Колягин Ю. М. Об интеграции обучения и воспитания в начальной школе // Начальная школа. – 1990. – №9. – С. 28-31.
4. Кушнір В. А., Ріжняк Р. Я. Інтеграція математичних знань та умінь при використанні різних способів розв'язування задач // Постметодика. – 2010. – №2. – С. 24-32.
5. Максимова В. Н. Межпредметные связи в процессе обучения. – 1988. – 125 с.
6. Федосеев П. Н. Философия и интеграция знания // Вопросы философии. –1987. – №7. – С. 16-30.
7. Энгельгардт В. А. Интегратизм – путь от простого к сложному в познании явлений жизни // Вопросы философии. – 1970. – №11. – С. 103–105.

**ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА**

**Душкевич Олена Олексіївна** – магістрантка кафедри математики Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

*Коло наукових інтересів:* інтеграція знань і вмінь студентів у процесі вивчення математики.

# УДОСКОНАЛЕННЯ ЗМІСТУ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ КРИМІНАЛЬНО-ВИКОНАВЧОЇ СЛУЖБИ З ІНФОРМАТИКИ

## *Ігор ЖÁРИЙ*

*У статті обґрунтовується необхідність удосконалення змісту дисципліни «Основи інформатики та обчислювальної техніки» для курсантів і слухачів навчальних закладів Державної кримінально-виконавчої служби України. Показано структуру, зміст та напрямки встановлення*