

## ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ПОНЯТЬ В УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ У ПРОЦЕСІ ВИКОНАННЯ НАВЧАЛЬНО-ДОСЛІДНИЦЬКИХ ЗАВДАНЬ

*Лариса ГОЛОДЮК*

*У статті розкриті деякі аспекти формування математичних понять. Виділені основні типові помилки, які виникають у процесі формування математичних понять. А також окреслені методичні прийоми щодо їх запобігання та усунення, на основі організації навчально-дослідницької діяльності учнів.*

*Some aspects of formation of mathematical concepts are covered in the article. The typical mistakes which arise in the process of mathematical concepts' formation are distinguished. The methodological techniques of prevention and elimination of typical mistakes in the formation of concepts based on the organization of teaching and research activities of students are defined.*

**Постановка проблеми.** У період розвитку національної освіти, характерними ознаками якого є зміна освітньої парадигми, посилена увага до державного забезпечення нарощування та раціонального використання соціального й особистісного потенціалу поколінь в умовах змін системи цінностей, життєвих пріоритетів і технік життєздійснення відбувається переосмислення місця, ролі, цілей загальної середньої освіти в цілому та математичної освіти зокрема.

У Концепції Державної цільової соціальної програми підвищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015 року визначено низку причин низького рівня якості шкільної природничо-математичної освіти. Зокрема, у Концепції відзначено, що «учителі традиційно орієнтовані на запам'ятовування учнями певних абстрактних алгоритмів дій, а не на організацію пошукової діяльності, розвиток самостійності мислення, формування відповідних компетенцій. Результати участі учнів 4-х і 8-х класів у міжнародних порівняльних дослідженнях якості шкільної природничо-математичної освіти підтверджують нездатність українських школярів використовувати набуті знання та вміння у реальних ситуаціях повсякденного життя. Такі недоліки відстежуються до закінчення школи, про що свідчать результати аналізу виконання випускниками завдань зовнішнього незалежного оцінювання з природничо-математичних предметів» [2;3].

Таким чином, результативне вивчення шкільного курсу математики значною мірою залежить від того, наскільки свідомо і безпомилково учні володіють вивченим теоретичним матеріалом, можуть його застосувати у процесі виконання суспільно значущих та індивідуально значущих завдань. Учитель за даних умов повинен вміти спланувати, організувати та здійснити викладання шкільного курсу математики.

**Метою статті** є визначення основних типових помилок у процесі формування математичних понять і розкриття методичних прийомів їх запобігання та усунення на основі організації навчально-дослідницької діяльності учнів.

**Аналіз досліджень і публікацій.** Дослідженню проблеми формування математичних понять присвятили свої праці З. Слєпкань, Н. Тарасенкова, Г. Бєвз, Б. Аргунов, О. Кужель, І. Антіпов, Л. Черних, Д. Мацько та ін. Питання корекції та роботи над помилками під час вивчення курсу математики висвітлені у роботах І. Тєслєнка, Л. Черкаської та ін. Питання прикладної спрямованості курсу математики досліджується у працях О. Астряба, Г. Бєвза, О. Дубинчук, З. Слєпкань, І. Тєслєнка, В. Швеця, С. Лук'янової та ін.

Важливі аспекти формування математичних понять висвітлюються у ряді дисертаційних досліджень. Так, методична система вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі, розкрита І. Сверчевською, базується на виділенні внутрішніх та зовнішніх психолого-дидактичних умов, постнекласичних підходах, що дозволило авторці розробити методичне забезпечення для різних етапів формування понять, доведення тверджень тощо. У роботі Н. Салтиновської науково обґрунтовано методику формування стереометричних уявлень учнів 5-8 класів у процесі навчання математики. Встановлено, що запропонована методика суттєво розвиває пізнавальні можливості й інтереси, підвищує загальний рівень сформованості стереометричних уявлень учнів, їх інтелектуальний рівень.

Аналіз досліджень і публікацій показав, що проблема формування математичних понять недостатньо розкрита та потребує додаткового вивчення.

**Виклад основного матеріалу.** Визначаючи поняття «як форму мислення, в якій відображаються загальні істотні і відмінні (специфічні) властивості і особливості певних предметів або явищ дійсності», З. Слєпкань зауважує, що «термін «поняття» звичайно вживають для позначення розумового образу певного класу об'єктів, процесів об'єктивної реальності або нашої свідомості. Математичні поняття відображають у нашому мисленні просторові форми та кількісні відношення дійсності, абстрагуючись від реальних ситуацій» [6, с. 53].

Упорядковуючи ієрархію видів понять, Н. Тарасенкова [7] класифікує поняття за зв'язками та відношеннями, виокремлюючи їх у два класи – порівняні і непорівняні поняття (рис. 1).

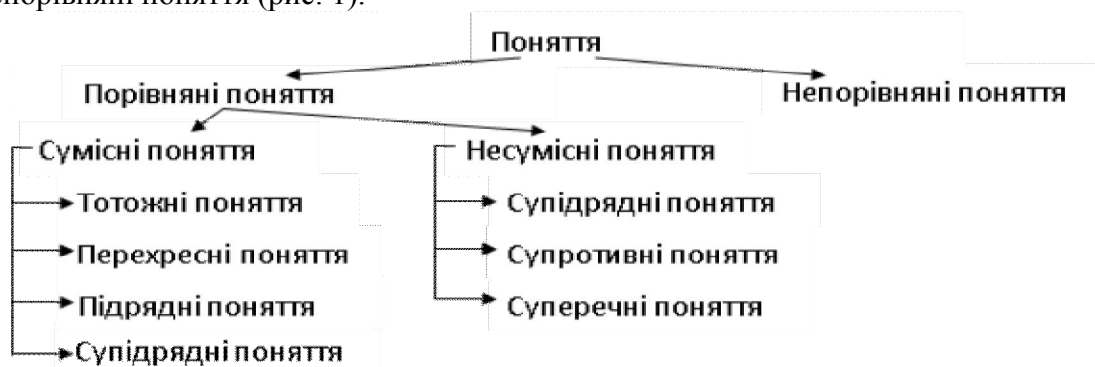


Рис.1. Ієрархія видів понять за Н. Тарасенковою [7]

Основними критеріями сформованості поняття вважають повноту засвоєння змісту поняття, рівень засвоєння обсягу поняття, що виступає мірою його узагальненості, повноту засвоєння зв'язків і відношень даного поняття з іншими [1;7]. У процесі формування понять учителю необхідно зосередити увагу на формуванні умінь, що дозволять учню ґрунтовно оперувати вивченими поняттями. Зокрема, вміння виокремлювати істотні ознаки поняття від неістотних, оперувати поняттями у процесі розв'язування певного класу задач практичного характеру, класифікувати поняття тощо [4].

Аналізуючи критерії сформованості поняття, докладніше дослідимо помилки, які часто допускають учні у наслідок невідповідності між думками (матеріалом, предметом) і реальним станом речей (дійсністю). Такі помилки поділяються на фактичні і логічні. Помилки, пов'язані з неправильним розумінням співвідношень між предметами і явищами дійсності, називаються фактичними. Помилки, пов'язані з неправильністю думки, тобто із неправильним розумінням зв'язків між самими думками, називаються логічними. Так, під час вивчення теми «Ознаки рівності трикутників» учні допускають фактичні помилки у формулюванні ознак. Наприклад:

«Якщо дві сторони і кут одного трикутника відповідно дорівнюють двом сторонам і куту другого трикутника, то такі трикутники рівні». Учнем допущена фактична помилка, оскільки його розуміння першої ознаки рівності трикутників не відповідає дійсності. Для усунення фактичних помилок учитель може використовувати задачі з визначенням правильної відповіді чи встановленням відповідності у процесі організації парної або фронтальної форми діяльності школярів (рис. 2).

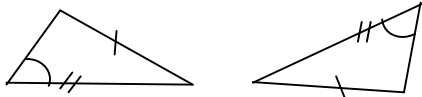
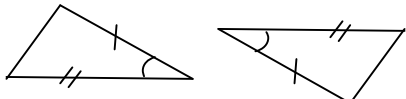
Зміст	Графічне зображення
Якщо дві сторони і кут одного трикутника відповідно дорівнюють двом сторонам і куту другого трикутника, то такі трикутники рівні.	
Якщо дві сторони і кут між ними одного трикутника відповідно дорівнюють двом сторонам і куту між ними другого трикутника, то такі трикутники рівні.	

Рис. 2. Завдання для встановлення відповідності.

Окрім фактичних помилок, школярі допускають логічні помилки. Це відбувається при неправильному розумінні зв'язків, наприклад: «Сторони трикутника відповідно дорівнюють 3, 4 і 5 см. Встановити вид трикутника» Зазвичай, школярі називають цей трикутник прямокутним, формулюючи теорему Піфагора замість того, щоб послатись на теорему, обернену до теореми Піфагора.

Отже, у мисленні учня порушено доказовість зробленого ним висновку. Фактичні і логічні помилки пов'язані між собою. Якщо учень говорить, що центр кола, описаного навколо трикутника, є точкою перетину висот трикутника, то зрозуміло, що він припустився помилки. Якщо причина цієї помилки в тому, що учень не знає властивості описаного навколо трикутника кола, то помилка не належить до логічної. Якщо учень вміє побудувати описане навколо трикутника коло, а у формулюванні переплутав поняття «серединний перпендикуляр» з поняттям «висота трикутника», то така помилка логічного характеру.

Однією з причин появи в нашому мисленні логічних помилок є відсутність або неповнота знань з тієї чи іншої теми. Часто логічні помилки з'являються тому, що в учня не вистачає об'єктивності визнати за хибне те, що є хибним насправді, логічна помилка спричинена недостатністю знань, може призводити до появи фактичної помилки.

У процесі оволодіння математичними поняттями в учнів часто виникають різні труднощі і помилки, пов'язані з обсягом і змістом певного поняття.

Розглядаючи зміст поняття як сукупність ознак предметів або явищ, відображених у ньому, а обсяг поняття як множину об'єктів, відображену в ньому, ми можемо визначити атрибути математичного поняття. Наприклад, до змісту поняття «ромб» входять ознаки: «паралелограм», «усі сторони рівні», «протилежні кути рівні», «діагоналі взаємно перпендикулярні». Коли говоримо про обсяг поняття «ромб», то маємо на увазі ту множину фігур, які можна назвати ромбом.

У процесі формування математичного поняття вчителю необхідно врахувати ряд умов.

1. Означення має бути відповідним до означуваного поняття, тобто обсяг поняття, розкритого цим означенням, має збігатися з обсягом означуваного поняття.

2. Означення не повинно містити ще не означених понять (якщо вони не є первісними).

3. Відсутність в означенні деяких істотних ознак, наприклад: «Кут, вершина якого лежить на колі, називається вписаним у коло» призводить до неоднозначного розуміння поняття «кут, вписаний у коло» (рис. 3).

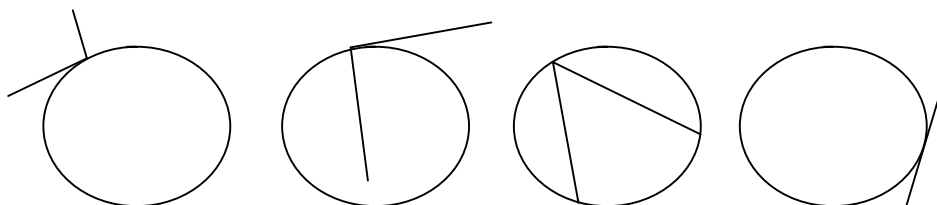


Рис. 3. Завдання щодо формування поняття «кут, вписаний у коло»

4. Заміна потрібного родового поняття іншим, наприклад: «Медіаною трикутника називається пряма, що сполучає вершину трикутника із серединою протилежної сторони трикутника».

5. Пропуск родового поняття, наприклад: «Рівнобедрений трикутник – це той, в якому дві сторони рівні».

6. Означення не повинно містити нічого зайвого. Прикладом може бути таке означення: «Паралелограмом називається чотирикутник, у якого протилежні сторони паралельні й рівні».

Виправляти такі і подібні до них помилки найкраще за допомогою методичного прийому, що полягає у створенні моделі, котра відповідає тому поняттю, означення якого дає учень, і не відповідає поняттю, означення якого вимагається за запитанням учителя. Або за допомогою демонстрації ряду рисунків, що відображають окремі частини означення.

Наприклад, під час формування поняття «середня лінія трапеції» доцільно запропонувати навести ряд рисунків (рис. 4) та організувати роботу над означенням.

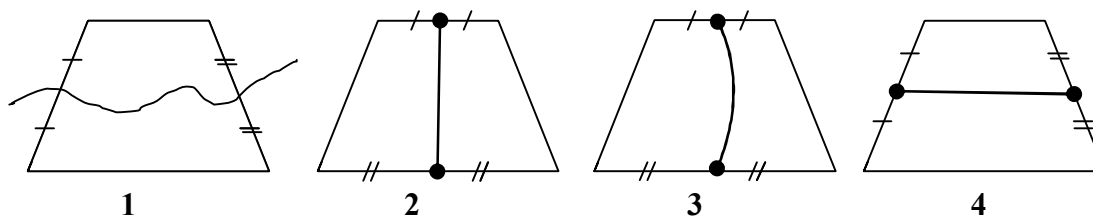


Рис. 4. Завдання щодо формування поняття «середня лінія трапеції»

**Робота над означенням: Середньою лінією трапеції називається [відрізок], який сполучає [середини] її [бічних] сторін.**

Поняття «середня лінія трапеції»	Номер рисунка
[відрізок],	2, 4
який сполучає [середини]	1, 2, 3, 4
її [бічних] сторін	4
середня лінія трапеції	4


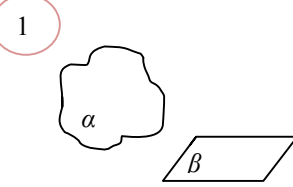

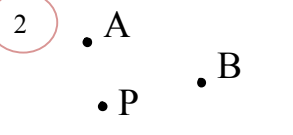
Таким чином, ми можемо стверджувати, що рисунок 4 відображає поняття «середньої лінії трапеції».

Самостійно виявити і виправити допущену учнем помилку допомагає система логічно поєднаних завдань, які є компонентами навчально-дослідницьких завдань. Виконання вказаних завдань спрямовують зусилля учнів на зіставлення й узагальнення матеріалу, на розкриття причинно-наслідкових залежностей тощо.

**Наведемо окремі завдання навчально-дослідницького завдання для 7 класу, які дозволяють створити уявлення про систему логічного поєднання завдань на прикладі формування поняття «точка».**

**Предмет дослідження: точка, пряма, промінь, площа.**

**Виконай завдання усно.** Згадай із попередніх класів, які геометричні фігури вивчалися на уроках математики. Уважно розглянь зображення та встанови відповідність між предметом доквілля, назвою геометричної фігури та графічним зображенням. Сформулюй відповідь та обгрунтуй її.

<p>1</p> 	<p>Пуантель – своєрідний стиль у живописі, що припускає використання не змішуваних фарб.</p>	<p>1</p> <p>площина</p>	<p>1</p> 
<p>2</p> 	<p>Острів Зміїний, розташований у північно-західній частині Чорного моря.</p>	<p>2</p> <p>точка</p>	<p>2</p> 

Відповідь: \_\_\_\_\_.

**Поміркуй і доповни речення словами**, які, на твою думку, влучно характеризують кожне із геометричних понять. За потреби скористайся словником «Короткі відомості із історії математичних термінів і понять».

Точка означає \_\_\_\_\_. Лінія означає \_\_\_\_\_.

Промінь означає \_\_\_\_\_. Площина означає \_\_\_\_\_.

**Проаналізуй зміст попередніх завдань.** Розроби й запиши поради, яких, на твою думку, варто дотримуватися, коли будуєш геометричні фігури у зошиті. Свої міркування оформи, продовживши подані нижче речення.

Щоб побудувати точку, потрібно \_\_\_\_\_.

**Скористайся сформульованими тобою порадами** та виконай завдання. Сформулюй висновок та зроби необхідні записи в реченнях.

1. Через одну точку проведи прямі.

Висновок. Через **одну** точку можна провести \_\_\_\_\_ пряму (-их).

2. Через дві точки побудуй прямі.

Висновок. Через **дві** точку можна провести \_\_\_\_\_ пряму (-их).

3. Через три точки, що не лежать на одній прямій, побудуй прямі.

Висновок. Через **три** точки, що не лежать на одній прямій, можна провести \_\_\_\_\_ пряму (-их).

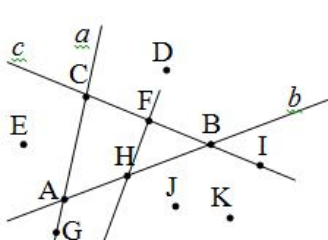
4. Через три точки, що лежать на одній прямій, побудуй прямі.

Висновок. Через **три** точки, що лежать на одній прямій, можна провести \_\_\_\_\_ пряму (-их).

Знайди інформацію у підручнику та виконай завдання, заповнивши таблицю.

Графічне зображення	Словесний опис	Символічний запис
	Точка А, точка В.	
	Пряма АВ, пряма <i>c</i> .	
	Точка А належить прямій АВ, точка М не належить прямій АВ; точка С належить прямій <i>b</i> , точка К не належить прямій <i>b</i> .	
	Точка N належить відрізку КМ; точка Р не належить відрізку КМ.	
	Точка F належить променю АВ; точка G не належить променю АВ.	
	Точка S належить площині $\alpha$ ; точка D не належить площині $\beta$ .	

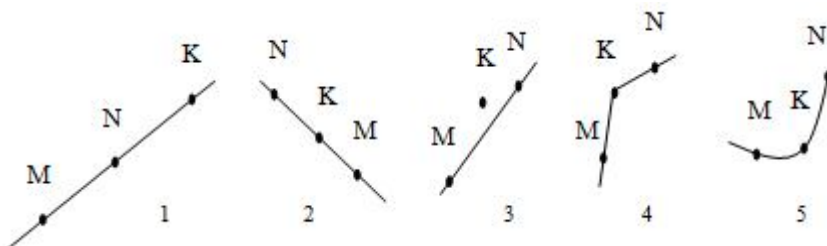
Враховуючи відповіді до попереднього завдання, уважно розгляньте рисунок та розставте відповідні символи.



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
a	∈										
b				∉							
c											
d											

Відповідь. Точки \_\_\_\_\_ ∈ *a*; точки \_\_\_\_\_ ∈ *b*; прямі *a* і *b* перетинаються у точці \_\_\_\_\_; точка С є точкою перетину прямих \_\_\_\_\_; із трьох точок прямої *b* тільки одна точка \_\_\_\_\_ (вказати яка) лежить між двома іншими точками \_\_\_\_\_ (вказати якими).

Подумай та вкажи номери рисунків, на яких точка К лежить між точками М і N прямої MN. Обґрунтуй відповідь.



Дана система завдань дозволить учителю сформувати поняття «точка» від «дифузно-розсіяного» уявлення про поняття до узагальненості поняття та вміння оперувати ним у розв'язуванні задач творчого характеру.

**Висновок.** Розглядаючи поняття як форму мислення про сукупність суттєвих і несуттєвих властивостей об'єктів реального світу, визначаємо, що сформувати поняття означає, розкрити всі істотні властивості поняття в їх цілісній сукупності. Діяльність учня при цьому спрямовується на вивчення математичного поняття, а продуктом цієї діяльності буде правильне поняття і фіксування його засобами мови або знакових систем для засвоєння знань.

Завдання, підібрані вчителем для формування понять, повинні мати системний характер щодо засвоєння кожного окремого поняття у взаємозв'язку з іншими поняттями.

#### БІБЛІОГРАФІЯ

1. Выготский Л. С. Собрание сочинений : В 6 т. / Л. С. Выготский. – М. : Педагогика, 1982. – Т.1. – 487 с. – Т.2. – 504 с.
2. Концепція Державної цільової соціальної програми підвищення якості шкільної природничо-математичної освіти на період до 2015 року (схвалено розпорядженням Кабінету Міністрів України від 27 серпня 2010 р. № 1720-р.) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/1720-2010-%D1%80>.
3. Корольова В. М. Актуальні проблеми розвитку природничо-математичної освіти в сучасній школі / В. М. Корольова [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://virtkafedra.ucoz.ua/el\\_gurnal/pages/vyp14/Koroljova.pdf](http://virtkafedra.ucoz.ua/el_gurnal/pages/vyp14/Koroljova.pdf).
4. Матяш О., Прус А. Окремі аспекти формування математичних понять / О. Матяш, А. Прус // Вісник Житомирського державного університету. – 2010. – Випуск 53. – С. 87-93 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://eprints.zu.edu.ua/4580/1/vip\\_53\\_17.pdf](http://eprints.zu.edu.ua/4580/1/vip_53_17.pdf).
5. Сверчевська І. А. Методична система вивчення геометричних тіл у загальноосвітній школі: Автореф. дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / І. А. Сверчевська ; Нац. пед. ун-т ім. М.П.Драгоманова. – К., 2007. – 20 с.
6. Слєпкань З.І. Методика навчання математики : [підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів] / З. І. Слєпкань. – К. : Зодіак-ЕКО, 2000. – 512 с.
7. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики : [монографія] / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси : Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.

#### ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

**Голодюк Лариса Степанівна** – заступник директора з науково-методичної діяльності комунального закладу «Кіровоградський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти імені Василя Сухомлинського», кандидат педагогічних наук, доцент.

*Коло наукових інтересів:* теорія та методика навчання математики.

## МЕТОДИ Й ЗАСОБИ ВІЗУАЛЬНОГО ПРОЕКТУВАННЯ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

**Валерій ГРИЦЕНКО**

*Описано засоби графічного моделювання за допомогою UML. Розглянуто процес розробки програмного забезпечення на етапі його проектування за допомогою інструментів графічного моделювання відповідно до об'єктно-орієнтованого підходу. Наведено приклад використання UML інструментарію.*

*The tools of graphical modeling with UML are described. The software development by using a graphical modeling according to the object-oriented approach is considered. An example of UML tools using is shown.*

**Постановка проблеми.** Через поступове зростання складності програмних систем, а від так і їх розробки, ще у 80-х роках минулого століття почали з'являтися спеціальні методи і засоби проектування програмного забезпечення, так звані CASE (від англ. Computer Aided Software Engineering). Сучасні CASE-засоби, на відміну від початкових, які обмежувалися лише завданнями автоматизації розробки програмного забезпечення, охоплюють широкі сфери технологій проектування інформаційних систем: від простих засобів аналізу і документування до повномасштабних засобів автоматизації, що охоплюють увесь життєвий цикл програмного забезпечення.

Найбільш трудомісткими етапами розробки інформаційних систем є етапи аналізу і проектування, у процесі яких CASE-засоби забезпечують якість прийнятих