3. Дубинчук О.С. Математика в 4 і 5 класах : метод. пос. / О.С. Дубинчук. – К. : Радянська школа, 1986. – 168 с.

4. Навчальна програма для учнів 5-9 класів ЗНЗ [Електронний ресурс] / [М. І. Бурда, Г. В. Апостолова, В. Г. Бевз та ін.] – Режим доступу до ресурсу: http://www.mon.gov.ua/ua/often-requested/educational-programs/.

5. Осницький О.К. Проблемы исследования субъектной активности / О.К. Осницький // Вопросы психологии. – 1996. – № 1. – С. 5-19.

6. Якиманская И. Предмет анализа – субъектный опыт / И. Якиманская, И. Рыжухина // Директор школы. – 1999. – № 8. – С. 53-60.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Москаленко Оксана Анатоліївна – кандидат педагогічних наук, доцент кафедри загальної фізики і математики Полтавського національного педагогічного університету імені В.Г. Короленка.

Москаленко Юрій Дмитрович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, декан фізико-математичного факультету Полтавського національного педагогічного університету імені В.Г. Короленка.

Коваленко Олена Володимирівна – асистент кафедри загальної фізики і математики Полтавського національного педагогічного університету імені В.Г. Короленка.

Коло наукових інтересів: шляхи вдосконалення навчально-виховного процесу в середній та вищій школах.

МОДЕЛЮВАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ: ІННОВАЦІЙНИЙ ПІДХІД

Ренат РІЖНЯК

У статті розглядається використання системного моделювання при розв'язуванні текстових математичних задач у контексті структуризації створення та реалізації евристичних алгоритмів розв'язування.

The using of system modeling when solving text mathematical problems in the movement of structuration of working out and realization of heuristic algorithms of solution is considered in the article.

Проблема формування в учнів умінь розв'язування текстових математичних задач завжди була однією із найскладніших. В сучасних умовах розвитку інформаційного суспільства (коли значно збільшився обсяг інформації, що аналізується та засвоюється індивідами, в тому числі учнями загальноосвітніх шкіл) нагальною стала потреба у розробці інноваційних підходів до навчання учнів розв'язування текстових задач. Одним із таких підходів може бути запропонована нами технологія розв'язання текстових задач за допомогою загальних евристичних алгоритмів стосовно певного класу текстових математичних задач.

Моделювання використовується в основному при розв'язуванні неалгоритмічних задач для подолання труднощів, які виникають в ході розв'язування. Ці труднощі можуть бути по-перше, суто психологічного характеру, пов'язані зі складністю задачі, з тим, що для її розв'язання необхідно уявити собі компоненти умови задачі, всі зв'язки і відношення між даними і невідомими в очевидній формі. Для подолання цих труднощів використовуються моделі у вигляді схем, креслень тощо, які називають допоміжними моделями задачі. При цьому пошук розв'язання і саме розв'язання здійснюється при опорі на побудовану допоміжну модель. По-друге, труднощі можуть бути змістовного характеру, коли для розв'язання даної задачі суб'єкт не може знайти відповідного методу, і тоді він замінює цю задачу іншою – її моделлю, яку можна назвати розв'язуючою. Вид і характер моделювання визначаються головним чином характером сформованих в учня евристичних схем пошуку розв'язання і характером самої задачі.

Метою статті є аналіз моделей, що використовуються при розв'язуванні текстових математичних задач, та створення на базі результатів аналізу евристичних алгоритмів розв'язування таких задач. Об'єктом дослідження є задачі на процеси, математична модель яких характеризується трьома величинами [1]: перша величина M є вимірюваною величиною певного заданого процесу (наприклад, шлях, робота), друга величина m позначає міру вимірювання (швидкість, продуктивність), третя величина n позначає кількість мір вимірювання у вимірюваній величині (час). Зауважимо, що у кожному процесі між основними елементами предметної області задачі завжди буде виконуватися співвідношення: $M = m \cdot n$. Предметом нашого дослідження буде створення евристичних алгоритмів розв'язання вказаного типу текстових задач.

Зазначимо, що тип задач на процеси не обмежується лише задачами на рух та роботу. Назвемо ще декілька типів співвідношень між величинами, які в текстових задачах можуть бути представлені у вигляді попереднього співвідношення. Перелічимо найбільш типові: а) $m = \rho \cdot v$, де m – маса тіла, ρ – його густина, v – об'єм; б) $F = m \cdot a$, де F – сила, що діє на тіло, m – маса тіла, a – прискорення тіла; в) $S = a \cdot b$, де S – площа прямокутника, a – його довжина, b – його ширина; г) $V = S_{\text{осн}} \cdot H$, де V – об'єм паралелепіпеда, $S_{\text{осн}}$ – площа його основи, H – його висота; д) $a = b \cdot \frac{n}{100}$, де a – частина цілого, b – ціле, n – відсоток частини в цілому.

Можна з упевненістю сказати, що велика кількість моделей, якими користується людина для розв'язання життєвих задач, являє собою деяку сукупність елементів і зв'язків між ними. Такі моделі прийнято називати системами, а загальні методи побудови системних моделей — системним підходом. У системах елементи, її складові, не можна розглядати ізольовано. Їхній сумарний внесок у функціонування системи в цілому обумовлений взаємодією елементів між собою. Ігнорування цієї взаємодії може привести до серйозних помилок. Відомо безліч прикладів, коли втручання людини і необґрунтованих спроб змінити що-небудь у природних явищах чи біологічних системах приводило до порушення природної рівноваги й екологічних катастроф. Будь-яка інформаційна модель обов'язково є системною. Елементами системи тут виступають параметри, а зв'язки між ними – це і є зв'язки системи. Тому побудову інформаційної моделі треба починати з виділення істотних елементів і зв'язків між ними, тобто з побудови придатної (у рамках зроблених припущень) системи.

Саме із зазначених позицій ми пропонуємо розглядати процес розв'язування текстової математичної задачі як перехід до інформаційних, а отже, системних моделей. Отже, умову текстової задачі можна розбити на вихідні дані задачі й сформоване запитання (проблему), на яке потрібно знайти відповідь. Вихідну задачну ситуацію можна тлумачити як систему, яка складається з вихідних даних та запитання, на котре потрібно знайти відповідь. Процес розв'язування задачі будемо тлумачити як з'ясування умов задачної ситуації та її розв'язання. Розв'язанням задачної ситуації будемо називати процес перетворення її моделей аж до отримання розв'язку текстової задачі. Перетворення моделей задачної ситуації полягає в доповненні вихідної системної моделі задачної ситуації новими елементами, які будуть зменшувати невизначеність задачної ситуації й збільшувати її визначеність аж до повної відповіді на запитання в задачі. Доповнюючи (перетворюючи) попередню модель задачної ситуації ми отримуємо нову модель на кожному кроці такого перетворення. По суті мова йде про моделювання процесу розв'язування задачі у вигляді створення послідовності різного роду моделей задачної ситуації, що й приведе до отримання розв'язку задачі.

Послідовність і правила побудови відповідних моделей задачної ситуації ми визначимо у вигляді «евристичного алгоритму» [2]. Евристичний алгоритм процесу розв'язання задачної ситуації буде складатися з основних евристик (приписів), що визначатимуть моменти створення чергової моделі задачної ситуації.

Кожна текстова задача вимагає власного творчого підходу до свого розв'язання. Тому загального підходу навіть у вигляді загальноприйнятих правил (евристик) щодо аналізу та розв'язання задач немає. Найбільш загальним підходом до розв'язування таких задач на сьогодні є: 1) аналіз структури умови задачі у вигляді певної моделі (схеми) чи послідовності моделей; 2) створення математичної моделі задачі (зазвичай у вигляді числового виразу, рівняння чи системи рівнянь); 3) перетворення математичної моделі відомими засобами та отримання розв'язку математичної моделі задачі; 4) трансляція розв'язків моделі задачі на її умову. Найбільш складними для реалізації є перші два етапи. Ми пропонуємо розпочати процес аналізу умови задачі зі створення певної послідовності моделей її задачної ситуації.

Розглянемо детальніше висловлені ідеї на прикладі конкретної задачі.

Задача. Двоє велосипедистів виїхали назустріч один одному з пунктів А і В. Вони рухалися з постійними швидкостями і після прибуття відповідно до В та А відразу ж повернули назад. Перша їх зустріч відбулася за 8 км від пункту В, а друга – за 6 км від пункту А та через 1 год. 20 хв. після першої зустрічі. Знайдіть відстань між А і В та швидкість велосипедистів.

Текст задачі це вже і є перша її модель – назвемо її вербальною. Можна зобразити також і рисунок до задачі, показавши окремі «стоп-кадри» руху велосипедистів (нам видається перспективним при цьому використати комп'ютерну анімацію – вона допоможе учням повністю представити задачну ситуацію). Але і ця модель – назвемо її наочною – навіть у динамічному варіанті не дасть уявлення про співвідношення між елементами предметної області задачі, про її математичний зміст. Тому необхідно віднайти способи зображення внутрішніх математичних зв'язків між усіма величинами, що характеризують задачну ситуацію. Для цього проаналізуємо можливі варіанти побудови структурної моделі задачі. Скористаємося варіантом побудови такої моделі, описаним нами в [3]. Позначимо через x відстань між пунктами А і В, а через y – час руху велосипедистів до першої зустрічі. Розділивши всю задачну ситуацію на дві частини – до першої зустрічі та між першою та другою зустрічами велосипедистів – визначимо структурну модель першої частини задачної ситуації (рис. 1).

Шлях	?	+	8	=	x
	||		||		
Швидкість	?		?		
	*		*		
Час	y	=	y		
	перший		другий		

Рисунок 1. Структурна модель першої частини.

З моделі легко бачити, що швидкість другого велосипедиста (так як перша зустріч відбулася за 8 км від пункту В) знаходиться як $8/y$, шлях, пройдений до першої зустрічі першим велосипедистом, $(x-8)$, тоді швидкість першого велосипедиста знайдемо з виразу $\frac{x-8}{y}$. Використавши введені позначення та попередні викладки, зобразимо структурну модель другої частини задачної ситуації (рис. 2).

Шлях	$8-x+6$		$x-8+6$
	||		||
Швидкість	$\frac{x-8}{y}$		$\frac{8}{y}$
	*		*
Час	$\frac{4}{3}$		$\frac{4}{3}$
	перший		другий

Рисунок 2. Структурна модель другої частини.

Ця структурна модель дає можливість відразу записати алгебраїчну модель задачі, яка представляється у вигляді системи двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} \frac{4}{3}\cdot\frac{x-8}{y} = x+2 \\ \frac{4}{3}\cdot\frac{8}{y} = x-2 \end{cases}.$$

Поділивши перше рівняння системи на друге, отримаємо рівняння: $\frac{x-8}{8} = \frac{x+2}{x-2}$, розв'язавши яке, знайдемо $x = 18$ (отже, відстань між пунктами 18 км). З другого рівняння системи знайдемо, що $y = \frac{2}{3}$ (год.). А тому швидкість першого велосипедиста знаходимо як $\frac{x-8}{y} = 15$ (км/год), а другого $8/y = 12$ (км/год). Отже, в даному випадку структурна модель задачі представляла собою таблицю із зображенням елементів предметної області задачі та зазначеними зв'язками між ними (раніше у [3] ми називали таку таблицю матрицею інформації).

Підемо іншим шляхом, дещо змінивши структурну модель задачної ситуації. Введемо інші позначення: x – відстань між пунктами, y – швидкість другого велосипедиста. Очевидно, що тоді до першої зустрічі велосипедисти рухалися $\frac{8}{y}$ годин, і так як відстань, яку проїхав перший велосипедист, дорівнює $(x-8)$ км, то його швидкість

– $\frac{(x-8)y}{8}$ км/год. Враховуючи, що після першої зустрічі велосипедисти рухалися протягом 1 год. 20 хв., а також прийнявши до уваги, що друга зустріч відбулася за 6 км від пункту А, то зрозуміло, що перший велосипедист проїхав після першої зустрічі $(8+x-6)$ км, а другий – $(x-8+6)$ км. Тоді маємо систему з двох рівнянь, кожне з яких описує процес руху відповідно першого та другого велосипедистів від першої до другої зустрічі:

$$\begin{cases} \frac{4}{3}\cdot\frac{(x-8)y}{8} = x+2 \\ \frac{4}{3}\cdot y = x-2 \end{cases}.$$

Для знаходження розв'язків системи рівнянь скористаємося довільним пакетом програм для зображення графіків рівнянь (ми це зробили з використанням пакету Advanced Grapher ver. 2.11).

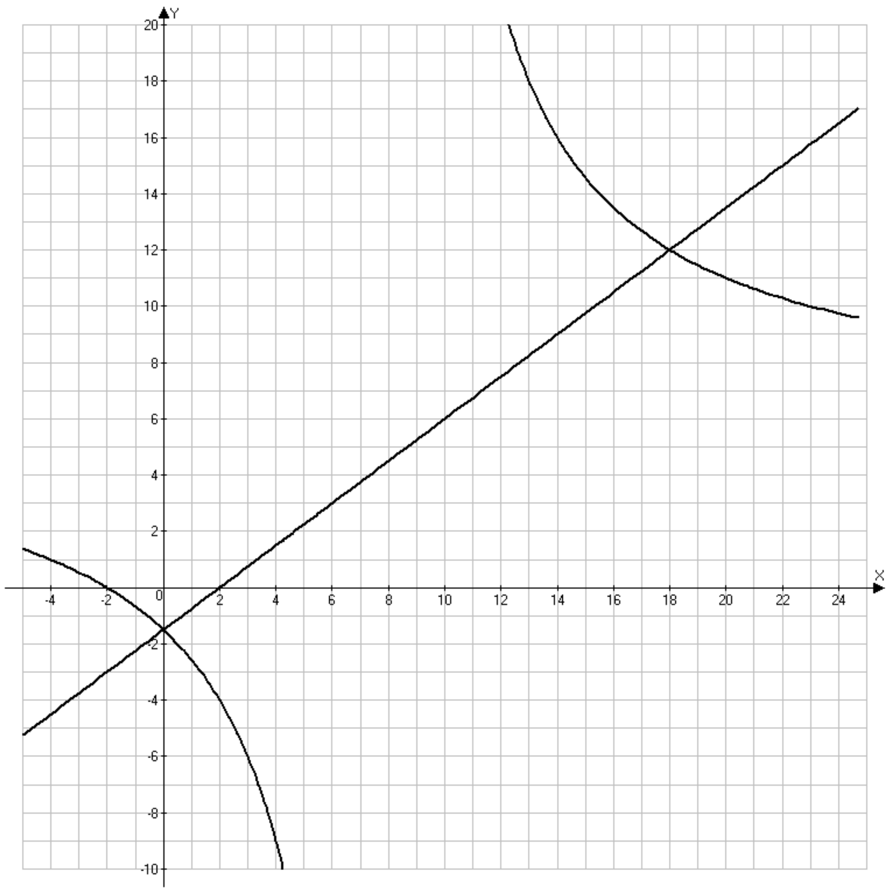

Рисунок 3. Графік рівнянь системи

З рис. 3 видно, що графіком першого рівняння буде гіпербола з асимптотами $x=8$ та $y=6$, а другого – пряма лінія. На рисунку добре видно «правильний» їх перетин у точці (18; 12). Отже, відстань між пунктами А і В 18 км, а швидкість другого велосипедиста – 12 км/год, тоді швидкість першого велосипедиста $\frac{(x-8)y}{8}=15$ км/год. У цьому випадку структурною моделлю задачної ситуації стало зображення графіків рівнянь, що складали систему.

Ще раз змінимо підхід до аналізу співвідношень задачної ситуації.

Скористаємося рис. 4. У системі координат tOS нами зображені: лінія AL – пункт А, лінія BC – пункт В, ламана APK – графік руху першого велосипедиста, ламана BRK – графік руху другого велосипедиста, точки M та K позначають місця відповідно першої та другої зустрічей велосипедистів.

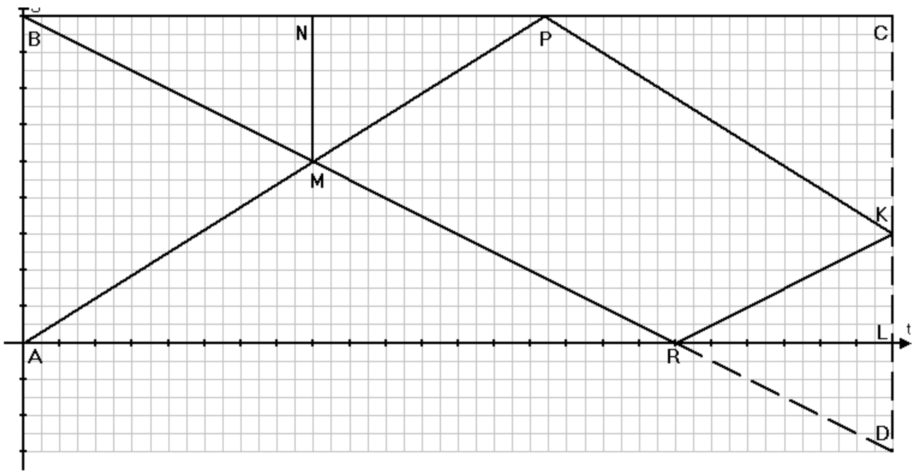

Рисунок 4. Геометрична модель задачі

Зрозуміло з умови задачі, що $NM = 8$ (км), $KL = 6$(км), $NC = 1\frac{1}{3}$(год). Проведемо додаткову побудову, продовживши BR до перетину з продовженням CL – отримаємо точку D (зрозуміло, що $DL = KL = 6$ (км)). Тоді маємо два подібних трикутники DCB та MNB, у яких відповідні сторони пропорційні: $\frac{CD}{MN} = \frac{CB}{NB}$. Врахувавши, що останнє співвідношення рівне 3 (справді, протягом всього шляху велосипедисти разом 3 рази проїхали відстань від А до В, а до моменту першої зустрічі разом лише 1 раз; а тому вони затратили на весь шлях у 3 рази більше часу, ніж було ними витрачено до першої зустрічі), та ввівши позначення $CL = x$, отримаємо пропорцію: $\frac{x+6}{8} = 3$, звідки $x = 18$ (км). Отже, відстань між пунктами А і В знайдена. Враховуючи, що з початку руху до моменту першої зустрічі велосипедисти витратили $1\frac{1}{3}: 2 = \frac{2}{3}$ (год.), то швидкість другого велосипедиста знайдемо із співвідношення $8:\frac{2}{3} = 12$ (км/год). Врахувавши, що перший велосипедист до моменту першої зустрічі проїхав $18 - 8 = 10$ (км), то його швидкість $10:\frac{2}{3} = 15$ (км/год). Як бачимо, у цьому випадку в якості структурної моделі було частково використано координатну площину з графіком руху об'єктів задачної ситуації, а частково – геометричний малюнок та співвідношення між відповідними лінійними елементами подібних фігур.

Проведене вище дослідження дозволяє зробити такі висновки:

1. Евристичний алгоритм процесу розв'язання задачної ситуації буде складається з евристик (приписів), що визначають послідовність та процес створення моделей задачної ситуації.

Умова задачі у вигляді тексту є вербальною моделлю вихідної проблемної ситуації і, по суті, задає задачну ситуацію як систему даних і запитання задачі.

Першою евристикою процесу розв'язування задачної ситуації буде створення наочної моделі задачної ситуації. Така модель створюється на основі даних задачі і відображатиме сюжет задачної ситуації, а не тільки її складові, як це було в тексті задачі. Однак наочна модель задачної ситуації не відображає проблему задачної ситуації (запитання задачі) та зв'язки між складовими елементами предметної області задачі.

Другою евристикою процесу розв'язування задачної ситуації буде створення її моделі у вигляді матриці (таблиці) інформації (рис. 1, 2), або у вигляді графіка розв'язуючої моделі задачі, або у вигляді її геометричної інтерпретації. Всі ці моделі є структурними моделями задачі, так як створюються після введення невідомих на основі умови задачі та попередньої її моделі і відображають співвідношення між елементами предметної області задачі.

Третьою евристикою процесу розв'язування задачної ситуації буде створення її моделі у вигляді числового виразу, рівняння або системи рівнянь, які одержимо з структурної моделі задачі. Це аналітична модель задачі. Зазначимо, що в науково-методичній літературі також зустрічається термін − розв'язуюча модель.

2. Створення моделі задачної ситуації у вигляді структури дає можливість повно і ефективно провести етап матеріалізації розумових дій суб'єкта навчання у знаковій формі, про що йдеться в [3], і дозволяє моделювати процес розв'язування задачної ситуації у вигляді послідовностей моделей його етапів. Процес створення структурної моделі є по своїй суті варіативним, хоча і системним підходом до розв'язання задачної ситуації, тому що: а) визначає складові частини задачної ситуації згідно побудованої структури; б) дає цілісне та детальне уявлення про задачну ситуацію; в) відображає зв'язки між елементами предметної області задачі; г) допомагає скласти розв'язуючу модель задачі. У межах кожної евристики (основної чи «часткової») суб'єкт розв'язання конкретної задачі повинен створити власний однозначний алгоритм розв'язання задачної ситуації.

Основна ідея запропонованої вище технології розв'язання текстових задач з математики, що описують процеси певного виду, полягає в структуруванні навчальної діяльності суб'єкта розв'язання задачі за допомогою приписів алгоритмічного виду (чи евристичних алгоритмів) з відповідним зображенням інформації про об'єкти задачної ситуації в структурованому вигляді. При пред'явленні суб'єкту розв'язання задачі (разом із конкретною текстовою задачею) інформації в структурованому в такий спосіб вигляді значно полегшуються зусилля при відшуканні розв'язання цієї задачі.

3. Запропонований нами підхід до розв'язування таких проблем передбачає створення моделі (чи послідовності моделей) процесу розв'язування задачної ситуації (у нашому випадку − модель задачної ситуації у вигляді певної структури). Згідно [5], моделлю деякого процесу (процесу розв'язування задачі) називається знакова система, що: а) чимось подібна задачній ситуації, тобто має якісь однакові на даному рівні деталізації властивості із задачною ситуацією; б) модель є більш визначеною та простою у порівнянні із самою задачною ситуацією; в) робота з моделлю (перетворення моделі) дає нову інформацію про задачну систему, тобто зменшує її невизначеність і, в кінцевому підсумку, приводить до повної визначеності, тобто, до розв'язку. Підкреслимо, що запропонована технологія розв'язування певного типу текстових задач з математики не заперечує творчий пошук суб'єкта розв'язання таких задач . Така технологія ніяк не може «автоматизувати» творчі моменти процесу розв'язування задачної ситуації. По суті, запропонована технологія є спробою створення моделей процесу розв'язування задачі у

вигляді перетворень моделей задачної ситуації, що можна вважати інноваційним підходом до розв'язування текстових задач з математики.

4. Виділимо узагальнені уміння, на основі яких учні змогли б самостійно будувати моделі задачних ситуацій, співставляти результат моделювання з умовою запропонованої задачі та робити обґрунтований висновок про розв'язок вихідної задачі. До таких умінь перш за все необхідно віднести групу вмінь, пов'язаних з виявленням, фіксуванням тих загальних відношень, які відображають зміст об'єктів, явищ, що вивчаються; записом виявлених співвідношень на мові тих розділів шкільного курсу математики, в межах яких буде розв'язуватися задача (з урахуванням конкретних умов, в яких ці співвідношення розглядаються); переклад отриманих в ході дослідження моделі результатів на мову, на якій була сформульована вихідна задача.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Ріжняк Р.Я. Моделі задач на рух у 4-5 класах / Р.Я.Ріжняк // Радянська школа. – 1989. – № 10. – С. 35–39.
2. Пойа Д. Как решать задачу / Дьердь Пойа. – Москва: Учпедгиз, 1959. – 208 с.
3. Ріжняк Р.Я. Використання евристичних алгоритмів та модельних перетворень у процесі розв'язування текстових математичних задач / В. Кушнір, Г. Кушнір, Р. Ріжняк // Математика в школі. – 2009. – № 1-2. – С. 17–22.
4. Олехник С.Н. Старинные занимательные задачи / Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. − Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1988. − 160 с.
5. Гамезо М.В. Психологические аспекты методологии и общей теории знаков и знаковых систем // Психологические проблемы переработки знаковой информации / Гамезо М.В., Ломов Б.Ф., Рубахин В.Ф. – Москва: Просвещение, 1977. – С. 5–48.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Ріжняк Ренат Ярославович – кандидат педагогічних наук, професор кафедри математики Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Коло наукових інтересів: історія науки і техніки, технологія навчання математики.

СТРУКТУРНІ КОМПОНЕНТИ ГОТОВНОСТІ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ДО ПРОФЕСІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Олександр САМОЙЛЕНКО

У статті проаналізовано поняття готовності до професійної діяльності та сформульоване автором власне поняття. Представлено порівняльний аналіз компонентів готовності до професійної діяльності. Визначено компоненти в структурі готовності бакалаврів-учителів математики. Визначено поняття професійної діяльності як складне комплексне утворення, інтегративна діяльнісно-функціональна характеристика фахівця, в основу якої покладено мотиви діяльності, знання й уміння виконувати певні професійні функції.

The article reveals the concept of preparedness for professional activity and the author formulates his own concept. The article gives a comparative analysis of the components of readiness for professional activity. The article deals with the components in the structure of readiness of bachelor mathematics teachers. The article explains the concept of preparedness for professional activity as difficult and complex formation, integrative action-functional characteristic of a specialist, which is based on motives of activity, knowledge and ability to perform certain professional functions.

Постановка проблеми. Європейський рівень вищої освіти передбачає високий рівень якості знань, умінь та навичок, які отримують випускники вищих навчальних