Болилый Василий, Копотий Виктория
Центральноукраинский государственный педагогический университет имени Владимира Винниченко

СРЕДСТВА КОНТРОЛЯ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ В ВИКИ-КДПУ

Статья посвящена описанию средств контроля и мониторинга за учебной деятельностью студентов, которая осуществляется с использованием Вики-КДПУ и дополнительного программного продукта Extension Mediawiki Quizzer для создания тестового вики-сайта «Вики Тесты». Анализируется метод портфолио, как средство мониторинга и контроля работы студентов на вики-сайте.

***Ключевые слова**: открытое образование; ИКТ в образовании; вики-технологии; вики-сайт; электронный учебный курс; учебный проект; вики-курс; портфолио; тестирование.*

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Болілий Василь Олександрович – кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри інформатики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Коло наукових інтересів: диференціальні рівняння, задачі з точками звороту; проблеми модернізації навчального процесу; ІКТ у освіті; технології дистанційного навчання.

Копотій Вікторія Володимирівна – викладач кафедри інформатики Центральноукраїнського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Коло наукових інтересів: дослідницькі методи навчання; проектні навчальні технології; ІКТ у освіті; технології дистанційного навчання.

УДК 517.2

Вишенська Оксана, Мейш Юлія
Національний транспортний університет (м. Київ)

ДО ПИТАННЯ ПРО ТИПИ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ МІЖ ЗМІННИМИ ВЕЛИЧИНАМИ

В роботі розглянуто один із можливих варіантів, який можна використати для початкового ознайомлення з поняттям функціональної залежності. Складність поняття функціональної залежності засвідчують практично всі автори підручників і задачників, припускаючись помилок у вправах, призначених слугувати зразком коректних міркувань. Залежність між двома змінними величинами не обов'язково однотипна. x і y можуть бути функціями одна одної. Залежності x від y та y від x можуть бути обидві рамкові (нефункціональні). Нарешті, x може бути функція від y, а y залежати від x не функціонально, і навпаки. Ці варіанти слід брати до уваги при вивченні залежностей. Важливим є ще такий аспект. Залежності між двома числовими величинами x і y можна виражати безпосередніми рівняннями, або ж опосередковано через параметр t. У цих двох випадках особливо складно ідентифікувати типи залежностей. З параметричними рівняннями, зокрема, пов'язано найбільше помилок.

***Ключові слова:** функція, функціональна залежність, рівняння, числові величини, параметр, фундаментальні математичні поняття*

Постановка проблеми. Мова піде про формування поняття функціональної залежності при вивченні математики. Математичні поняття стосуються ідеальних об'єктів. Щоб правильно усвідомити їхній зміст, слід мати до дрібниць точне означення і чималу низку ілюстративних прикладів. Окрім того, корисно використовувати різні модифікації означення.

На жаль, у багатьох підручниках, посібниках і збірниках задач поняття функціональної залежності і функції трактується неохайно, або й зовсім помилково і ілюструється помилковими прикладами. Наведемо кілька таких означень. Підручники не називаємо, бо схожі похибки трапляються мало не у всіх них.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. При вивченні основ математичного аналізу надзвичайно важливою є копітка робота над фундаментальними, базовими поняттями [1 - 3]. Серед них поняття функції, функціональної залежності. Для якісного його засвоєння необхідно мати точне означення і багато ілюстративних прикладів. Варто також послуговуватись різними модифікаціями означення [3 - 6].

Мета статті. Розглянути один із можливих варіантів, який можна використати для початкового ознайомлення з поняттям функціональної залежності. Навести також деякі характерні неточності в означеннях границі та невдалі приклади, що, нажаль, не рідко трапляються в підручниках та методичних посібниках з математики.

Методи дослідження. В роботі наведено кілька прикладів неохайного, бо й помилкового трактування поняття функціональної залежності. Запропоновано один з варіантів для початкового ознайомлення з поняттям функції. Наведено також деякі ілюстративні приклади на матеріалі геометрії, фізики.

Виклад основного матеріалу. «Якщо кожному значенню x за яким – небудь правилом поставимо у відповідність одне цілком певне значення іншої величини y, то кажуть, що ця величина y є функцією величини x, або що величини x і y пов'язані між собою функціональною залежністю».

Прикра неточність. Не слід говорити, що дві величини пов'язані функціональною залежністю. Відношення функціональної залежності не симетричне. Слід сказати, що величина y функціонально залежить від величини x.

Хай маємо «декілька змінних величин, пов'язаних одна з одною так, що зміна одних величин впливає на значення інших. Тоді кажуть, що між цими величинами існує функціональна залежність».

Сказане неправда вже для двох змінних. Наприклад, хай змінні x і y пов'язані рівністю $x^2+y^2=1$. Якщо $x=1$, то $y=0$. Якщо ж $x={}^{1}\!/_{2}$, то $y={}^{\sqrt{3}}\!/_{2}$, або ж $y=-{}^{\sqrt{3}}\!/_{2}$. Зміна значення x впливає на значення y. Проте ні y від x, ні x від y не залежить функціонально.

Автори досить вільно і некоректно поводяться із залежностями між величинами, котрі не є функціональними. Наприклад, у деяких задачниках щодо рівнянь кола $x^2+y^2=1$ можна знайти такі завдання:

1) Побудувати графік функції $y^2=1-x^2$.
2) Побудувати графік функції $y=\pm\sqrt{1-x^2}$ (не зрозуміло, що означають знаки «$\pm$» перед радикалом).
3) Подати в явному вигляді функцію, котру неявно задано рівнянням $x^2+y^2=1$.

На це запитання автор відповідає так: $y=\pm\sqrt{1-x^2}$. Оскільки в запитанні йдеться про одну функцію, то виходить, що формула $y=\pm\sqrt{1-x^2}$ також визначає одну функцію. Крім того, слід зазначити, що в підручнику ще дуже далеко до поняття неперервності, а тому на запитання задачі відповідь має бути: таких функцій є безліч. При цьому навести принаймні дві – три не неперервні на відрізку $[-1;\ 1]$ функції.

У багатьох авторів без усякого означення з'являється поняття багатозначної функції. Найчастіше воно виникає, коли автори говорять про обернені функції. Замість того, щоб сказати, що обернена функція не завжди існує у всій області визначення початкової функції, вони кажуть, що обернена функція завжди існує, але іноді вона неоднозначна. Термін «неоднозначна функція» беззмістовний. Якщо його узаконити, то все, що пов'язане з означенням функції втрачає сенс. Будь – яка залежність однієї величини від другої буде функціональною, а отже, кожна з двох залежних величин буде функцією іншої. А що далі? Що ми з цими «функціями» будемо робити? Вони не вписуються у зміст аналізу. Адже їх не можна диференціювати, інтегрувати та ін.. Крім того, варто зауважити, що різні «неоднозначності», на кшталт багатозначних функцій, знаків «$\pm$» у формулах, які допускають різні прочитання, і т. п. не відповідають ні стилю сучасної математичної мови, ні змістові.

Помилки, викликані довільним трактуванням поняття функції, трапляються і в авторитетних збірниках задач. Ось ціла низка завдань, які говорять самі за себе.

Побудувати графіки функцій, заданих неявно:

$$x^2 + y^2 = 25; \qquad \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1;$$

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}; \qquad x^3 + y^3 = 3xy;$$

$$x^2 = \cos y; \qquad \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1;$$

$$y^2 = x^2(100 - x^2) \ .$$

Жодне рівняння не визначає y як функцію x. Або: «Побудувати графіки функцій, заданих параметрично:

$$\begin{cases} x = 10\cos t, \\ y = \sin t; \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 10\cos^3 t, \\ y = \sin^3 t; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = a(\cos t + t\sin t), \\ y = a(\sin t - t\cos t); \end{cases} \qquad \begin{cases} x = a(2\cos t - \cos 2t), \\ y = a(2\sin t - \sin 2t) \ ». \end{cases}$$

Звісно правильно, що автори ознайомлюють студентів із параметричними рівняннями відомих ліній (еліпс, астроїда, розгортка кола, кардіоїда). Але ж жодна з цих ліній не є графіком функції y від x. Взагалі, в застосуваннях математики параметричні рівняння майже ніколи не визначають функції, а задають просто якісь лінії, зокрема траєкторії руху. Завдання було б сформульовано коректно, якби в ньому не йшлося про функціональну залежність. Слід було сказати так: побудувати лінію за її параметричними рівняннями. Або: побудувати графік залежності між величинами x та y, котрі задано параметрично.

Аналогічно в першому завданні: побудувати графік залежності між величинами x і y, пов’язаними такою рівністю. Або простіше: побудувати графік рівняння.

У багатьох задачниках автори припускаються помилок, коли йдеться про параметричні рівняння кривих та рівняння в полярній системі координат. Будь – яке рівняння в полярній системі координат, що має вигляд $\rho = f(\varphi)$, де ρ і φ полярні координати, а f однозначна функція, визначає водночас криву лінію на площині і подає змінну величину ρ (першу полярну координату) як функцію φ. Іншими словами, таке рівняння означає функціональну залежність змінної ρ від змінної φ. У той же час таке рівняння дає певний зв’язок між декартовими координатами x і y. Але цей зв’язок, взагалі кажучи, не буде функціональним. Автори задачників часто забувають про це і дезорієнтують студентів.

Рівняння кардіоїди $\rho = a(1 + \cos\varphi)$ може служити гарним і простим прикладом. Зв’язок між ρ і φ функціональний і кардіоїда є графіком цієї функціональної залежності. У декартових координатах ця сама лінія має рівняння

$\sqrt{x^2+y^2}=a\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right)$. Але це рівняння не виражає ні функціональної залежності y від x, ні функціональної залежності x від y.

Ще більше плутанини знаходимо у вправах, де йдеться про параметричні рівняння ліній. Автори без усяких пояснень формулюють завдання про побудову графіка функції, заданої параметричними рівняннями. Насправді параметричні рівняння майже ніколи не визначають функції y від x.

Пропонуємо один з можливих варіантів, який можна використати для початкового ознайомлення з поняттям функції.

I. *Поняття величини.* Серед якостей предметів та характеристик процесів трапляються такі, що їх можна вимірювати числами. Такі якості, властивості, характеристики називають величинами. Величина – те, що можна виміряти числом. Приклади: довжина, площа, об'єм, маса, швидкість, прискорення, опір провідника, сила струму і т.п. Проте, є якості, які не належать до величин. Наприклад, колір, вміння плавати, смак та ін.

Переважна більшість величин змінні, цебто такі, що упродовж процесу, за одну грань якого вони відповідають, ці величини змінюють свої значення. Незмінні величини називають сталими.

Приклади.

1). Основними фізичними характеристиками газу є об'єм, тиск і температура. Якщо певну порцію газу закупорити в посудині, то перша з – поміж трьох величин буде стала, а решта дві, кажучи загалом, змінні.

2). Опишемо коло певним радіусом і вписуватимемо в нього всілякі трикутники. Природні величини, пов'язані з прямокутним трикутником – катети, гіпотенуза та гострі кути. В рамках нашої ситуації гіпотенуза – стала величина. Решта величин змінні.

3). Візьмемо на площині який – небудь відрізок a і розглядатимемо всілякі трикутники з основою a. Тоді основа – стала величина, котра характеризує будь – який із трикутників, а решта сторін – змінні величини.

II. *Залежності між величинами.* Рідко трапляється так, щоб змінні величини, пов'язані з певним процесом (чи предметом, чи ситуацією) набували тих чи тих значень незалежно одна від одної. Значно частіше значення одних величин впливають на значення інших, тією чи іншою мірою обумовлюють їх.

Приклади.

1). Уявімо собі, що на фіксованому відрізку a як на основі ми будуємо всілякі трикутники з кутом φ при основі. Вивчимо взаємини між такими двома величинами: іншим кутом при основі γ та бічною стороною x, що прилягає до цього кута. Сторона x визначається кутом γ однозначно. Якщо ми обираємо певне значення для γ, то для x не буде жодної свободи вибору. Значення γ зобов'язує сторону x прибирати цілком певне значення. Це випливає з ознаки рівності трикутників за стороною (a) та двома кутами (φ і γ). Набувши певного значення, величина γ відразу «наказує» величині x, якого значення має набути вона. Цей вид залежності однієї величини від іншої називають функціональним. Отже, x залежить функціонально від γ. Кажуть ще так: x є функція від γ.

Натомість γ від x залежить не функціонально. Для обраного значення x може існувати два різні кути γ. Отже, x впливає на γ не в наказовій формі. У γ лишаються (взагалі кажучи) варіанти для вибору значення. Таку залежність однієї величини від іншої назвемо рамковою.

Отже, якщо величина x однозначно диктує величині y її значення, то кажемо, що y залежить від x функціонально.

Якщо ж величина x вказує кілька (можливо й безліч) значень, із яких y може вибирати одне, то казатимемо, що залежність y від x рамкова.

2). Розглянемо ділянку незмінного провідника, вздовж якого тече струм. Звичними його характеристиками є напруга (різниця потенціалів на кінцях провідника) та сила струму. Ці дві величини не просто залежні одна від одної, а категорично залежні: значення однієї з них визначають значення другої. Тільки но сила струму, наприклад, набула певного значення – у напруги немає жодного вибору, вона змушена однозначно відреагувати і набути цілком певного значення. Якого саме? Того, що передбачене законом Ома. Сила струму й напруга взаємно і категорично обумовлюють одне одного. Саме тому, знаючи одну з цих величин, ми можемо без жодних вимірювань назвати другу, якщо лишень володіємо правилом їхнього взаємного зв'язку (знаємо закон Ома і опір провідника).

3). Основа й висота трикутника – незалежні його характеристики. Кожна з цих величин може набувати довільних додатних значень, причому поєднуватися одна з одною вони також можуть довільно: якими б не були додатні числа a і h, існують трикутники з основою a й висотою h.

Три наведені приклади дають досить повне уявлення не тільки про незалежні й залежні величини, але також про два типи залежностей: категоричну та рамкову. Лишається додати тільки, що залежності між двома величинами не зобов'язані бути рівноправними.

Означення. Якщо величина u однозначно диктує величині v її значення, то залежність v від u називають *категоричною* або *функціональною*, а величину v називають *функцією* величини u.

Приклади.

1). За сталого опору на ділянці провідника напруга є функція сили струму, а сила струму є функція напруги.

2). За сталої гіпотенузи кожний катет прямокутного трикутника є функція другого катета.

3). У трикутнику зі сталою основою і сталим гострим кутом φ при ній бічна сторона x, яка лежить проти цього кута, є функція другого кута γ при основі. Проте кут γ - не функція сторони x. Залежність кута γ від сторони рамкова (не функціональна).

III. *Які рівняння виражають функціональні залежності?*

Хай дано рівняння

$$F(x;\ y) = 0\,.$$

Змінна y буде функцією змінної x, якщо за будь – якого значення x рівняння щодо невідомого y або зовсім не має розв'язків, або ж тільки один розв'язок. Змінна y рамково залежить від змінної x, якщо хоча б для одного значення x дане рівняння щодо невідомого y має два, або більше розв'язків. Помінявши в цих двох умовах місцями x і y, отримаємо критерії функціональної, чи рамкової залежності x від y.

Приклад. Рівняння $y^2 - 5y + 4 = x$ визначає x як функцію y, бо при всіх значеннях y воно має єдиний розв'язок щодо x. Проте y не є функція x, бо, наприклад, при $x = 0$ рівняння має два розв'язки щодо y, а саме $y = 1$ та $y = 4$.

Якщо залежності x від y і y від x, що їх визначає рівняння $F(x, y) = 0$, обидві функціональні, тобто, x є функція y, а y – функція x, то кажуть, що ці дві функції взаємно обернені (обернені одна до одної).

Приклади.

1). Рівняння $2x - 3y = 6$ визначає дві взаємно обернені функції, а саме:

$$y = \frac{2}{3}x - 2 \qquad \text{та} \qquad x = \frac{3}{2}y + 3.$$

2). Рівняння $y = 2^x$ має один розв'язок щодо y при всіх значеннях x (воно вже розв'язане відносно y), а також один розв'язок щодо x при кожному додатному y (при $y \le 0$ розв'язки відсутні). Цей розв'язок позначають $x = \log_2 y$. Отже, y від x, і x від y залежать функціонально. Функції $y = 2^x$ і $x = \log_2 y$ взаємно обернені.

Висновок. Підручники з математики виходять величезними тиражами і витримують десятки видань. Тому помилки і недоречності кожного з них тиражуються і консервуються. Останнім часом вони широко розповсюджуються завдяки багатьом відомчим методичним посібникам і вказівкам. Навіть найфундаментальніші основні математичні поняття (функції, графіка, нефункціональної залежності і т. п.) стали трактуватись з численними неточностями і помилками, на які було вказано вище. Для кращого засвоєння понять незалежності величин, нефункціональної залежності, функції тощо слід ілюструвати виклад більшим числом змістовних прикладів на матеріалі геометрії, фізики, механіки.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Потоцкий М.В. О педагогических основах обучения математике. Пособие для учителей.– М.: Гос. уч. – пед. изд – во мин. Просвещения РСФСР, 1963. – 200с.
2. Никифорский В.А. Рождение новой математики. / В.А. Никифорский, Л.А. Фрейман. – М.: Наука, 1976. – 196 с.
3. Вишенський В.А., Дороговцев А.Я., Єжов І.І., Скороход А.В., Ядренко М.Й. Вибрані питання елементарної математики. Посібник для вступників та слухачів підготовчих курсів. Виання друге. Доповнене за редакцією чл. – кор. АНУРСР А.В. Скорохода. – Київ, Вища школа. - 1972. – 420 с.
4. Мышкис А.Д. Лекции по высшей математике. – М.: Наука, 1969. – 304 с.
5. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1985. – 384 с.
6. Задачи и упражнения по математическому анализу. Для ВТУЗОВ. Под ред. Б.П. Демидовича. – М.: Гос. изд-во физ. – мат. лит., 1959. – 408 с.

Vyshenskaya Oksana, Meish Julia
National Transport University (Kiev)

TO THE NOTE OF THE TYPES OF FUNCTIONAL DEPENDENCE BETWEEN VARIABLE VALUES

The paper considers one of the possible variants used for the initial acquaintance with the concept of functional dependence. Some typical inaccuracies in definitions and unsuccessful examples not to be uncommon in textbooks and methodological manuals on mathematics are examined. We are talking about the formation of the concept of functional dependence in studying of mathematics. Mathematical concepts deal with ideal objects. To correctly understand their meaning, you should have a precise definition and a lot of illustrative examples. In addition, it is useful to apply different modifications of the definition. Studying the basics of mathematical analysis, it is very important to work on fundamental, basic concepts. Among these concepts it is necessary to select the concept of function and functional dependence between variables. For the qualitative understanding of these concepts, it is necessary to have a correct definition and many illustrative examples. Almost all authors of textbooks and problem books say about the complexity of the concept of functional dependence, making mistakes *in exercises that serve as a model of correct reflections. The dependence between two variables is not necessarily the one – type. It can be functions of each other. Dependence x on y and y on x can be both non-functional. Finally, x can be a function of y, and y depends on x, non-functional, and vice versa. These variants should be taken into account when studying functional dependencies. An important aspect is also this. Dependences between two numerical values x and y can be expressed directly by equations, or indirectly through a parameter t. In these two cases, it is particularly difficult to identify the types of dependencies. With parametric equations, in particular, the greatest number of errors is connected. Unfortunately, in many textbooks and collections of problems the concept of functional dependence and function is treated inaccurately, or erroneously and is illustrated by erroneous examples.*

Keywords: *function, functional dependence, equation, numerical values, parameter, fundamental mathematical concepts.*

Вышенская Оксана, Мейш Юлия

Национальный транспортный университет (Киев)

К ВОПРОСУ О ТИПАХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ПЕРЕМЕННЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ

В работе рассмотрен один из возможных вариантов, используемый для начального ознакомления с понятием функциональной зависимости. О сложности понятия функциональной зависимости говорят практически все авторы учебников и задачников, допуская ошибки в упражнениях, должных служить образцом корректных размышлений. Зависимость межу двумя переменными величинами не обязательно однотипна. Это следует принимать во внимание при изучении функциональных зависимостей.

Ключевые слова: *функция, функциональная зависимость, уравнение, числовые величины, параметр, фундаментальные математические понятия*

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Вишенська Оксана Володимирівна – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики Національного транспортного університету, м. Київ.

Коло наукових інтересів: навчити студентів володінню відповідним математичним апаратом, який повинен бути достатнім для опрацьовування математичних моделей, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю фахівців. Основні напрямки наукових досліджень пов'язані з методикою викладання математики.

Мейш Юлія Анатоліївна – доктор технічних наук, доцент, професор кафедри вищої математики Національного транспортного університету, м. Київ.

Коло наукових інтересів: навчити студентів володінню відповідним математичним апаратом, який повинен бути достатнім для опрацьовування математичних моделей, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю фахівців. Основні напрямки наукових досліджень пов'язані з питаннями механіки деформівного твердого тіла. Постановка та розв'язок зв'язаних динамічних задач (оболонка – ґрунтове середовище). Ґрунтове середовище розглядається в рамках сучасних моделей. Зокрема, модель трикомпонентного середовища типу В.М. Ляхова. Для розв'язку зв'язаних задач використовується чисельні алгоритми типу Мак-Кормака. Метою дослідження вказаних задач є процес розповсюдження хвиль в неоднорідних оболонкових структурах та хвиль при взаємодії оболонок з навколишнім середовищем. Розвиток ефективних чисельних методів розв'язку задач теорії неоднорідних (дискретно – підкріплених, конструктивно - ортотропних) оболонкових структур.

УДК 37.08:009

Гринь Денис

Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка

КОМПЕТЕНТНИЙ ПІДХІД ПРИ ВИКОРИСТАННІ ПАКЕТУ MATHCAD ПРИ ПІДГОТОВЦІ МАЙБУТНЬОГО ФАХІВЦЯ ІНЖЕНЕРА-ПЕДАГОГА З «КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ»

В статті обговорюються цілі, завдання, зміст процесу формування профорієнційної компетенції учнів в процесі вивчення середовища MathCAD підготовці майбутнього фахівця інженера-педагога з «комп'ютерних технологій», як перехідної ланки при програмуванні, що дасть змогу студентам на початку навчатись на більш простих для сприйняття та оволодіння програмними продуктами.