ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРІВ

Антонець Анатолій Вікторович – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики, логіки та фізики Полтавської державної аграрної академії.

Коло наукових інтересів: методика навчання математичних дисциплін, застосування ІКТ у навчанні математичних дисциплін.

Флегантов Леонід Олексійович – кандидат фізико-математичних наук, доцент, професор кафедри вищої математики, логіки та фізики Полтавської державної аграрної академії.

Коло наукових інтересів: механіка руйнування; застосування ІКТ у навчанні математики; методика навчання математичних дисциплін.

УДК 372.851

ВИКОРИСТАННЯ ОНЛАЙН-СЕРВІСІВ, МАТЕМАТИЧНОГО ПАКЕТУ MAPLE ТА ПРОГРАМУВАННЯ В ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ РЯДІВ ФУР’Є

Ботузова Юлія

Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка

Анотація. *В статті піднімається проблема доцільності використання нових інформаційних технологій при викладанні математичних дисциплін у вищому навчальному закладі. Розглядаються методичні особливості застосування ІКТ під час вивчення теми «Ряди Фур’є» курсу математичного аналізу в педагогічному університеті. Наводяться приклади розв’язання типових задач на розклад функції в ряд Фур’є. Здійснюється аналіз функціональних можливостей використання онлайн-калькуляторів, математичного пакету Maple та основ програмування при розв’язанні таких задач. Демонструються переваги використання онлайн-сервісів та математичних програмних продуктів при необхідності виконання громіздких обчислень, а також порівнюється якість та швидкість отримання результатів. Підкреслюється важливість застосування нових інформаційних технологіі під час вивчення усіх основних розділів математичного аналізу як основи для підвищення рівня математичної та професійної підготовки студентів.*

Ключові слова: *методика викладання, математичний аналіз, онлайн-сервіс, математичний пакет Maple, ряд Фур’є.*

Постановка проблеми. В системі вищої освіти останнім часом існує тенденція до зменшення кількості навчальних годин та відповідного збільшення кількості годин, відведених на самостійну роботу студентів. Тому перед викладачами постає проблема відбору змісту, форм, методів та засобів навчання, які б дозволили студентам ефективно засвоїти необхідний матеріал. Практично всі дослідники проблем вивчення та викладання математичних дисциплін зазначають, що для подолання негативних явищ в умовах інформаційного суспільства інформаційно-комунікаційні технології та інноваційні педагогічні технології повинні стати основою перспективних методичних систем навчання, використання яких дасть можливість активізувати навчально-пізнавальну і науково-дослідну діяльність студентів, підвищити рівень їхньої математичної і професійної підготовки, розкрити творчий потенціал і збільшити роль самостійної та індивідуальної роботи [5].

Аналіз актуальних досліджень. Велика кількість наукових праць, присвячених дослідженню процесу навчання математики з використанням нових інформаційних технологій вказують на актуальність вибраної теми. Зокрема, особливості та функціональні можливості використання нових інформаційних технологій в навчанні математики розглядались в роботах М.І. Жалдака, В.В. Корольского, Т.Г. Крамаренко, С.О. Семерікова, С.В. Шокалюк [1], М.І. Бурди, М.Я. Ігнатенка, В.І. Клочка, Т.В. Крилової, Г.О. Михаліна, Ю.В. Триуса та ін. Дидактичні та психологічні аспекти їх застосування наводяться в дослідженнях В.П. Безпалька, Я.І. Грудьонова, В.П. Зінченка, В.С. Ледньова, В.Я. Ляудіса, Ю.І. Машбіца та ін.

Мета статті полягає в розкритті методичних особливостей застосування інформаційних технологій під час вивчення теми «Ряди Фур’є» курсу математичного аналізу в педагогічному університеті; а також аналізі функціональних можливостей використання онлайн-сервісів та математичного пакету Maple для підвищення ефективності засвоєння навчального матеріалу.

Методи дослідження. Для досягнення поставленої мети використовувались теоретичні методи: аналіз методичної, психолого-педагогічної літератури з досліджуваного питання, робочих програм, підручників та посібників з математичного аналізу; емпіричні методи: спостереження за навчальним процесом студентів, вивчення передового педагогічного досвіду викладачів, а також проведення навчального експерименту.

Виклад основного матеріалу. Курс математичного аналізу є традиційним для вивчення у педагогічному вищому навчальному закладі. Тому накопичений досвід викладання цієї дисциплін вказує на те, що студенти стикаються із труднощами при засвоєнні розділу «Ряди», а однією з найскладніших тем цього розділу є «Ряди Фур'є». Пропонуємо розглянути приклади розв'язання типових задач розкладу заданої функції в ряд Фур'є та продемонструвати роботу онлайн-калькуляторів і математичного пакету Maple при вирішенні цих задач.

Приклад 1. Побудувати ряд Фур'є для функції $y = x - 1$, $-\pi \le x \le \pi$.

Розв'язання: рядом Фур'є для функції $f(x)$ в інтервалі $[-l;l]$ називається тригонометричний ряд вигляду $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{l} + b_n \sin\frac{n\pi x}{l}\right)$, коефіцієнти a_n та b_n якого обчислюються за формулами Фур'є: $a_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}dx$, $b_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx$, $n = 1,2,3\dots$. Для коефіцієнта a_0 зазвичай використовують окрему формулу: $a_0 = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)dx$, враховуючи, що при $n = 0$ $\cos\frac{0\cdot\pi\cdot x}{l} = 1$.

Найпростіші достатні умови розкладу функції в ряд Фур'є сформульовані в теоремі Діріхле: якщо в інтервалі $[-l;l]$ функція $f(x)$ має скінченну кількість точок розриву першого роду (чи неперервна) і скінченне число точок екстремуму (або не має їх зовсім), то її ряд Фур'є збіжний, тобто має суму, яка дорівнює $S(x)$, в усіх точках цього інтервалу.

Отже, для розв'язання нашої задачі, перш за все, слід перевірити умови теореми Діріхле. Як відомо, функція $y = x - 1$ неперервна в інтервалі $[-\pi;\pi]$, не має точок екстремуму, а отже відповідний їй ряд Фур'є буде збіжним в усіх точках неперервності.

Далі знайдемо коефіцієнти ряду за формулами Фур'є, враховуючи, що $l = \pi$.

1) $a_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(x-1)\cos\frac{n\pi x}{\pi}dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(x-1)\cos(nx)dx =$

$$= \left|\begin{array}{ll} \text{Інтегрування частинами} & \\ u = (x-1) & du = dx \\ dv = \cos(nx)dx & v = \dfrac{\sin(nx)}{n} \end{array}\right| = \frac{1}{\pi}\left(\left.\frac{(x-1)\cdot\sin(nx)}{n}\right|_{-\pi}^{\pi} - \frac{1}{n}\int_{-\pi}^{\pi}\sin(nx)dx\right) =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left(\left(\frac{(\pi-1)\cdot\sin(n\pi)}{n} - \frac{(-\pi-1)\cdot\sin(-n\pi)}{n}\right) + \left.\frac{\cos(nx)}{n^2}\right|_{-\pi}^{\pi}\right) = \left|\begin{array}{l}\sin(n\pi) = 0 \\ \forall\ \mathrm{n} \in \mathrm{N}\end{array}\right| =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left(\frac{\cos(n\pi) - \cos(-n\pi)}{n^2}\right) = \left|\begin{array}{l}\text{враховуючи парність} \\ \text{функції косинуса} \\ \cos(-x) = \cos(x)\end{array}\right| = 0.$$ Таким чином $a_n = 0$ $\forall n \in \mathrm{N}$ *n.*

2) $b_n = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(x-1)\sin\frac{n\pi x}{\pi}dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(x-1)\sin(nx)dx =$

$$= \left|\begin{array}{ll} \text{Інтегрування частинами} & \\ u = (x-1) & du = dx \\ dv = \sin(nx)dx & v = -\dfrac{\cos(nx)}{n} \end{array}\right| = \frac{1}{\pi}\left(\left.\frac{(x-1)\cdot(-\cos(nx))}{n}\right|_{-\pi}^{\pi} + \frac{1}{n}\int_{-\pi}^{\pi}\cos(nx)dx\right) =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left(\left(\frac{(\pi-1)\cdot(-\cos(n\pi))}{n} - \frac{(-\pi-1)\cdot(-\cos(-n\pi))}{n}\right) + \left.\frac{\sin(nx)}{n^2}\right|_{-\pi}^{\pi}\right) = \left|\begin{array}{l}\sin(n\pi) = 0 \\ \forall\ \mathrm{n} \in \mathrm{N}\end{array}\right| =$$

$$= \frac{1}{\pi}\left(\frac{(1-\pi-\pi-1)(\cos(n\pi))}{n}\right) = \left|\begin{array}{l}\text{враховуючи парність} \\ \text{функції косинуса} \\ \cos(-x) = \cos(x)\end{array}\right| = \frac{-2\pi\cos(n\pi)}{\pi n} = \frac{-2\cos(n\pi)}{n}.$$

Через те, що $\cos(n\pi)$ в залежності від *n* приймає значення 1 або -1 ($\cos(1\cdot\pi) = -1$, $\cos(2\cdot\pi) = 1$, $\cos(3\cdot\pi) = -1$, $\cos(4\cdot\pi) = 1,\dots$), перепишемо формулу для коефіцієнта b_n таким чином: $b_n = \frac{-2}{n}\cdot(-1)^n = (-1)^{n+1}\frac{2}{n}$.

3) Залишилось порахувати значення коефіцієнта a_0 за вказаною формулою: $a_0 = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)dx = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}(x-1)dx = \frac{1}{\pi}\left.\left(\frac{x^2}{2} - x\right)\right|_{-\pi}^{\pi} = \frac{1}{\pi}\left(\left(\frac{\pi^2}{2} - \pi\right) - \left(\frac{\pi^2}{2} + \pi\right)\right) = \frac{-2\pi}{\pi} = -2$.

Коли всі коефіцієнти знайдені, можна записати шуканий ряд Фур'є для заданої функції: $x-1=\frac{-2}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(0+(-1)^{n+1}\frac{2}{n}\sin\frac{n\pi x}{\pi}\right)$. Спростивши отриманий за формулою ряд, остаточно одержимо відповідь: $x-1=-1+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{n}\sin(nx)$. За теоремою Діріхле цей розклад справедливий, тобто отриманий ряд збігається до заданої функції у всіх точках інтервалу $-\pi<x<\pi$.

Відповідь: $x-1=-1+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{2}{n}\sin(nx), -\pi<x<\pi$.

Як бачимо, виконання задачі на розклад деякої періодичної функції в тригонометричний ряд Фур'є – достатньо громіздкий процес. Безперечно, при виконанні розкладу функції в ряд Фур'є можна допустити ряд помилок, зокрема і технічних (при обчисленні визначених інтегралів, знаходженні границь тощо). Таким чином, виникає потреба перевірити себе, самостійно встановити чи правильно виконана задача. Для цього звернемось по допомогу до мережі Інтернет, яка наповнена величезною кількістю навчального контенту. Виберемо найпопулярніші серед запропонованих сервісів: http://math.semestr.ru [3] та https://www.kontrolnaya-rabota.ru [2], які пропонують безпосередньо розкласти в ряд Фур'є задану нам функцію на визначеному проміжку.

Зокрема, онлайн-калькулятор http://math.semestr.ru виводить детальний розв'язок задачі (рис. 1).

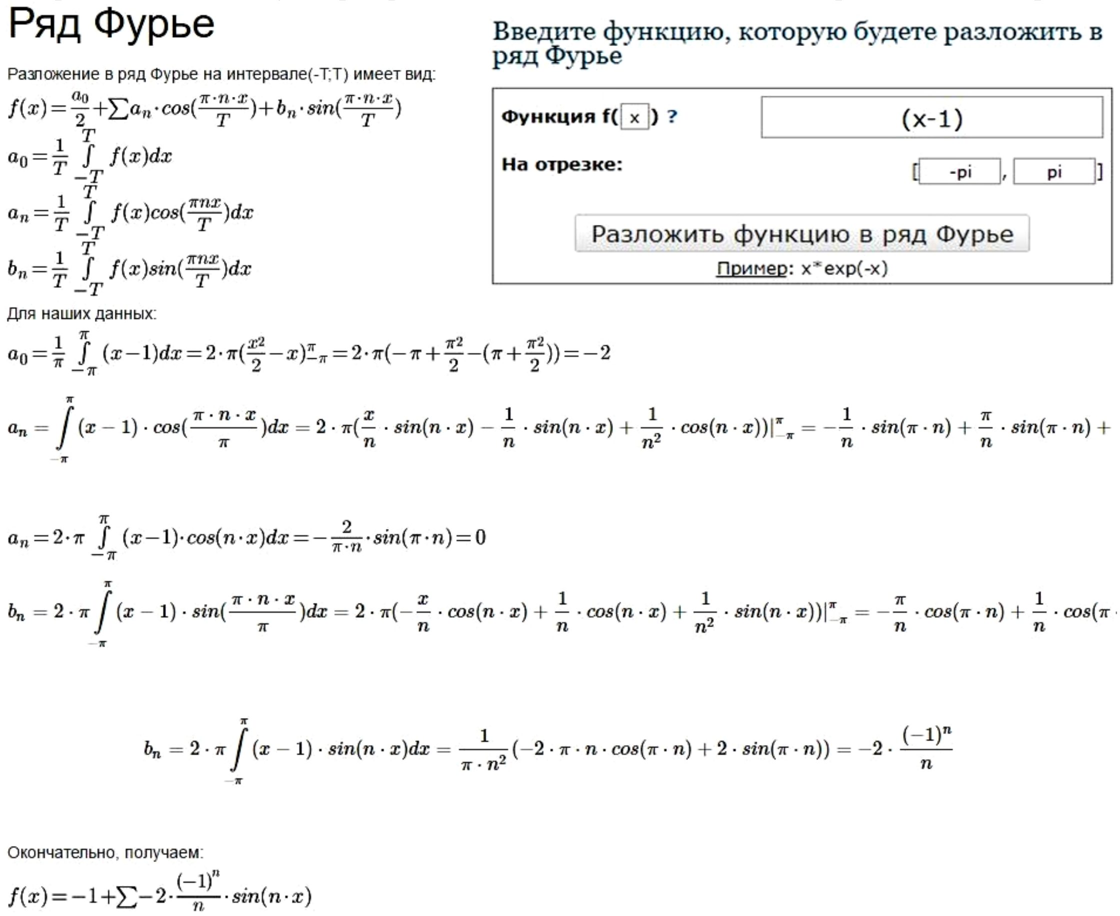

Рис. 1. Розклад функції $y=x-1$, $-\pi\le x\le\pi$ в ряд Фур'є калькулятором http://math.semestr.ru

Приклад 2. Побудувати ряд Фур'є для функції $f(x)=\begin{cases}1, 0\le x<2\\ x, 2<x\le 4\end{cases}$.

Розв'язання: Для заданої функції $l=\frac{4-0}{2}=2$. Окрім того, функція задається різними формулами на проміжках [0; 2) та (2; 4], тому необхідно буде врахувати цей факт при обчисленні інтегралів формул Фур'є. Отже, відшукаємо коефіцієнти ряду за відомими вже формулами.

1) $a_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\cos\frac{n\pi x}{l}dx=\frac{1}{2}\int_{0}^{4}f(x)\cos\frac{n\pi x}{2}dx=\frac{1}{2}\left(\int_{0}^{2}1\cdot\cos\frac{n\pi x}{2}dx+\int_{2}^{4}x\cdot\cos\frac{n\pi x}{2}dx\right)=$

$$\left|\begin{array}{ll}\text{Інтегрування частинами} & \\ \quad u = x & du = dx \\ dv = \cos\dfrac{n\pi x}{2}dx & v = \dfrac{2}{n\pi}\sin\dfrac{n\pi x}{2}\end{array}\right| = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{2}\Bigg|_0^2 + \left(\frac{2x}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{2}\Bigg|_2^4 - \frac{2}{n\pi}\int\limits_2^4 \sin\frac{n\pi x}{2}dx\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{2}\Bigg|_0^2 + \left(\frac{2x}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{2} + \frac{4}{n^2\pi^2}\cos\frac{n\pi x}{2}\right)\Bigg|_2^4\right) =$$

Онлайн-сервіс https://www.kontrolnaya-rabota.ru, в порівнянні з попереднім, видає набагато коротший розв’язок. При чому, складати ряд Фур’є за наведеною в даному ресурсі формулою, доводиться самостійно – калькулятор не наводить остаточної відповіді. Але, в той же час, в ньому автоматично знаходиться період заданої функції l, та остаточні відповіді для коефіцієнтів a_n, b_n, a_0 (рис. 2). Зрозуміло, що знаючи алгоритм розкладу функції в ряд Фур’є, можливе виконання окремих дій за допомогою комп’ютера чи мобільного телефону. Адже алгоритм включає в себе обчислення трьох (в окремих випадках більше) визначених інтегралів. Це дозволить детально перевірити отриманий власноруч розв’язок і виявити допущені помилки.

$$= \frac{1}{n\pi}\left(\sin\frac{n\pi x}{2}\Bigg|_0^2 + \left(x\cdot\sin\frac{n\pi x}{2} + \frac{2}{n\pi}\cos\frac{n\pi x}{2}\right)\Bigg|_2^4\right) =$$

$$= \frac{1}{n\pi}\left(\sin\frac{2n\pi}{2} - \sin(0) + 4\cdot\sin\frac{4n\pi}{2} + \frac{2}{n\pi}\cos\frac{4n\pi}{2} - 2\cdot\sin\frac{2n\pi}{2} - \frac{2}{n\pi}\cos\frac{2n\pi}{2}\right) =$$

$$= \frac{1}{n\pi}\left(\sin n\pi + 4\cdot\sin 2n\pi + \frac{2}{n\pi}\cos 2n\pi - 2\cdot\sin n\pi - \frac{2}{n\pi}\cos n\pi\right) = \frac{2}{n^2\pi^2}(\cos 2n\pi - \cos n\pi).$$

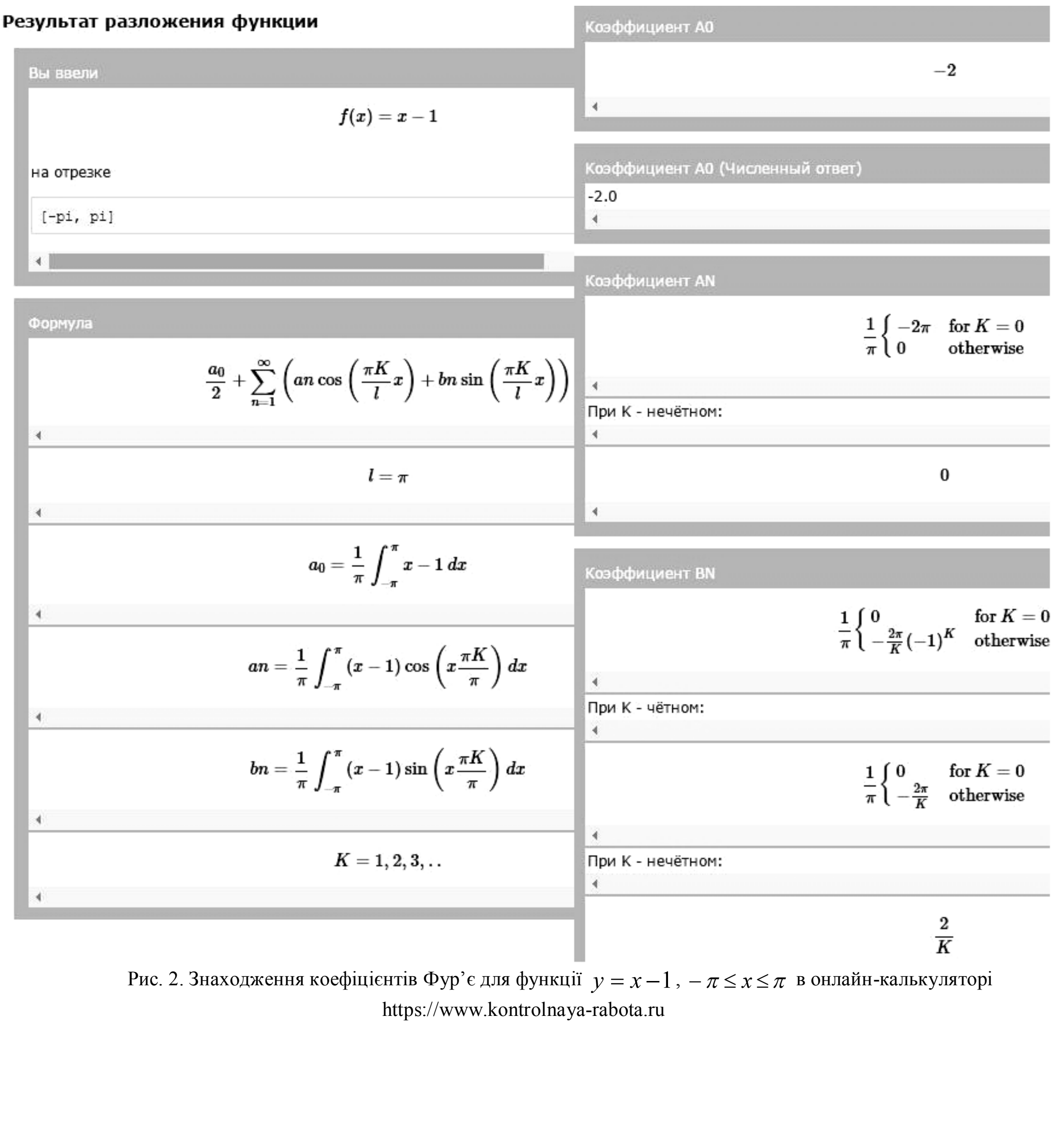

Рис. 2. Знаходження коефіцієнтів Фур’є для функції $y = x - 1$, $-\pi \le x \le \pi$ в онлайн-калькуляторі https://www.kontrolnaya-rabota.ru

Тепер проаналізуємо загальний вигляд коефіцієнта $a_n=\frac{2}{n^2\pi^2}(\cos 2n\pi-\cos n\pi)$. Вираз $\cos 2n\pi=1$ при будь-якому значенні *n,* вираз $\cos n\pi$ набуває значення 1 при парних номерах *n* і -1 при непарних *n.* Тому, для коефіцієнта a_n запишемо таку формулу: $a_n=\begin{cases}0, n=2k, k\in N\\ \frac{4}{n^2\pi^2}, n=2k-1, k\in N\end{cases}$.

2) $$b_n=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)\sin\frac{n\pi x}{l}dx=\frac{1}{2}\int_0^4 f(x)\sin\frac{n\pi x}{2}dx=\frac{1}{2}\left(\int_0^2 1\cdot\sin\frac{n\pi x}{2}dx+\int_2^4 x\cdot\sin\frac{n\pi x}{2}dx\right)=$$

$$\left|\begin{array}{ll}\text{Інтегрування частинами} & \\ u=x & du=dx\\ dv=\sin\frac{n\pi x}{2}dx & v=-\frac{2}{n\pi}\cos\frac{n\pi x}{2}\end{array}\right|=\frac{1}{2}\left(\left.-\frac{2}{n\pi}\cos\frac{n\pi x}{2}\right|_0^2+\left(\left.-\frac{2x}{n\pi}\cos\frac{n\pi x}{2}\right|_2^4+\frac{2}{n\pi}\int_2^4\cos\frac{n\pi x}{2}dx\right)\right)=$$

$$=\frac{1}{2}\left(\left.-\frac{2}{n\pi}\cos\frac{n\pi x}{2}\right|_0^2+\left.\left(-\frac{2x}{n\pi}\cos\frac{n\pi x}{2}+\frac{4}{n^2\pi^2}\sin\frac{n\pi x}{2}\right)\right|_2^4\right)=$$

$$=-\frac{1}{n\pi}\left(\left.\cos\frac{n\pi x}{2}\right|_0^2+\left.\left(x\cdot\cos\frac{n\pi x}{2}-\frac{2}{n\pi}\sin\frac{n\pi x}{2}\right)\right|_2^4\right)=$$

$$=-\frac{1}{n\pi}\left(\cos\frac{2n\pi}{2}-\cos(0)+4\cdot\cos\frac{4n\pi}{2}-\frac{2}{n\pi}\sin\frac{4n\pi}{2}-2\cdot\cos\frac{2n\pi}{2}+\frac{2}{n\pi}\sin\frac{2n\pi}{2}\right)=$$

$$=-\frac{1}{n\pi}(\cos n\pi-1+4\cdot\cos 2n\pi-2\cdot\cos n\pi)=-\frac{1}{n\pi}(4\cdot\cos 2n\pi-\cos n\pi-1).$$

Тепер проаналізуємо загальний вигляд коефіцієнта $b_n=-\frac{1}{n\pi}(4\cdot\cos 2n\pi-\cos n\pi-1)$. Аналогічно до пункту 1) $\cos 2n\pi=1$ при будь-якому значенні *n,* $\cos n\pi$ набуває значення 1 або -1. Тому, для коефіцієнта b_n запишемо таку формулу:

$$b_n=\begin{cases}-\frac{2}{n\pi}, n=2k, k\in N\\ -\frac{4}{n\pi}, n=2k-1, k\in N\end{cases}.$$

3) $$a_0=\frac{1}{l}\int_{-l}^{l}f(x)dx=\frac{1}{2}\int_0^4 f(x)dx=\frac{1}{2}\left(\int_0^2 1dx+\int_2^4 xdx\right)=\frac{1}{2}\left(x\Big|_0^2+\left.\frac{x^2}{2}\right|_2^4\right)=\frac{1}{2}(2+8-2)=4.$$

Через те, що коефіцієнти ряду a_n та b_n приймають різні значення при парних та непарних номерах *n,* шуканий ряд Фур'є для заданої функції розпишемо більш детально, а не в загальному вигляді. Отже,

$$f(x)=\frac{4}{2}+\frac{4}{\pi^2}\left(\cos\frac{\pi x}{2}+\frac{1}{9}\cos\frac{3\pi x}{2}+\frac{1}{25}\cos\frac{5\pi x}{2}+...\right)-$$
$$-\frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2}+\frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{2}+\frac{1}{5}\sin\frac{5\pi x}{2}+...\right)-\frac{2}{\pi}\left(\frac{1}{2}\sin\pi x+\frac{1}{4}\sin 2\pi x+\frac{1}{6}\sin 3\pi x+...\right).$$

Отриманий запис ряду можна дещо спростити, але складно узагальнити, тому маємо:

$$f(x)=\frac{4}{2}+\frac{4}{\pi^2}\left(\cos\frac{\pi x}{2}+\frac{1}{9}\cos\frac{3\pi x}{2}+\frac{1}{25}\cos\frac{5\pi x}{2}+...\right)-$$
$$-\frac{4}{\pi}\left(\sin\frac{\pi x}{2}+\frac{1}{4}\sin\pi x+\frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{2}+\frac{1}{8}\sin 2\pi x+\frac{1}{5}\sin\frac{5\pi x}{2}+\frac{1}{12}\sin 3\pi x+...\right).$$

Відповідь: розклад функції $f(x)=\begin{cases}1, 0\le x<2\\ x, 2<x\le 4\end{cases}$ в ряд Фур'є має такий вигляд

$$f(x)=\frac{4}{2}+\frac{4}{\pi^2}\left(\cos\frac{\pi x}{2}+\frac{1}{9}\cos\frac{3\pi x}{2}+\frac{1}{25}\cos\frac{5\pi x}{2}+...\right)-\frac{4}{\pi}(\sin\frac{\pi x}{2}+\frac{1}{4}\sin\pi x+$$
$$+\frac{1}{3}\sin\frac{3\pi x}{2}+\frac{1}{8}\sin 2\pi x+\frac{1}{5}\sin\frac{5\pi x}{2}+\frac{1}{12}\sin 3\pi x+...).$$

Для розв'язання задачі з прикладу 1 особливих труднощів у відшуканні корисного комп'ютерного помічника не було. Ситуація ускладнюється, коли ми беремось за розв'язання прикладу 2. Вся складність в тому, що задана в умові функція – кускова, а розглянуті нами вище онлайн-сервіси не працюють з такого виду функціями. Тому, звернемося до більш потужного математичного сервісу – *Maple*. По-перше, він має можливість задання кускових функцій. Це функція piecewise(cond_1, f_1, cond_2, f_2, ..., cond_n, f_n, f_otherwise), де *f_i* – вираз, що задає *i*-ту частину функції; *cond_i* – *i*-та умова, що накладається на функцію, булевий вираз або нерівність; *f_otherwise* – вираз за замовчуванням (необов'язковий елемент формули) [4]. Детальніше почитати про функцію piecewise та побачити велику кількість прикладів її використання можна на сайті https://www.maplesoft.com.

В програмі Maple не має функції, яка б безпосередньо здійснювала розклад заданої функції в ряд Фур'є. Але, скориставшись елементарними знаннями з програмування, можна створити таку процедуру.

На рис. 3 можна побачити функцію $f(x)=\begin{cases}1, 0 \le x < 2\\ x, 2 < x \le 4\end{cases}$, яку необхідно розкласти в ряд Фур'є і процедуру, яка безпосередньо розкладає задану функцію в потрібний нам тригонометричний ряд.

```
f := piecewise(0 ≤ x and x < 2, 1, 2 < x and x ≤ 4, x);
```

$$\begin{cases}1 & 0 \le x \textbf{ and } x < 2\\ x & 2 < x \textbf{ and } x \le 4\end{cases}$$

```
fourierseries := proc(f, x, x1, x2, n) local k, l,
a, b, s;
 l := (x2-x1)/2;
 a[0] := int(f, x = x1 ..x2)/l;
 a[k] := int(f*cos(k*Pi*x/l), x = x1 ..x2)/l;
 b[k] := int(f*sin(k*Pi*x/l), x = x1 ..x2)/l;
 s := a[0]/2 + sum(a[k]*cos(k*Pi*x/l) +
b[k]*sin(k*Pi*x/l), k = 1 ..n);
 end:
fourierseries(piecewise(0 ≤ x and x < 2, 1, 2 < x and x ≤ 4, x), x, 0, 4, 4);
```

$$2+\frac{4\cos\left(\frac{1}{2}\pi x\right)}{\pi^2}-\frac{4\sin\left(\frac{1}{2}\pi x\right)}{\pi}-\frac{\sin(\pi x)}{\pi}+\frac{4}{9}\,\frac{\cos\left(\frac{3}{2}\pi x\right)}{\pi^2}-\frac{4}{3}\,\frac{\sin\left(\frac{3}{2}\pi x\right)}{\pi}-\frac{1}{2}\,\frac{\sin(2\pi x)}{\pi}$$

Рис. 3. Розклад кусково-неперервної функції в ряд Фур'є засобами Maple

Процедура під назвою *fourierseries* з рис. 3 обчислює період функції *l*, коефіцієнти a_0, a_k, b_k та з їх допомогою складає ряд Фур'є. Викликається дана процедура за запитом *fourierseries(f,x,*x_1*,*x_2*,n)*, де *f* – ім'я функції, розклад якої необхідно знайти; *x* – ім'я аргументу функції; x_1, x_2 –інтервал розкладу; *n* – число членів ряду.

Зокрема, на рис. 3 виконано розклад функції із прикладу 2. Як бачимо, розклад, отриманий програмою *Maple* відрізняється від нашого тільки порядком елементів та формою їх запису.

Висновки та перспективи подальших розвідок. Досвід використання онлайн-сервісів та математичного пакету Maple в процесі вивчення теми «Ряди Фур'є» дає позитивні результати. Але варто зазначити, що для отримання правильної відповіді за допомогою комп'ютера при розв'язуванні таких складних математичних задач, необхідно використати власний глибокий математичний апарат. В такому разі комп'ютер виступає тільки в ролі помічника. Це вказує на те, що можна і треба застосовувати нові інформаційні технології під час вивчення усіх основних розділів математичного аналізу. Адже, використання комп'ютера дозволяє зацікавити студентів, сприяє формуванню їх інформаційної компетентності, збільшує ефективність засвоєння навчального матеріалу дисципліни та його об'єм. Окрім того відбувається тісне знайомство студентів із вказаним програмним забезпеченням, яке вони потім з легкістю зможуть використовувати під час написання курсових та дипломних проектів.

Обмежений обсяг статті не дозволив навести більшу кількість прикладів та охопити всі функціональні можливості, особливості та нюанси використання онлайн-калькуляторів та математичного пакету Maple. Тому наступні свої дослідження плануємо присвятити порівняльному аналізу існуючих онлайн-сервісів та їх застосуванню при викладанні теми «Ряди» й інших розділів математичного аналізу.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики: [навч. посібн.] / В.В. Корольський, Т.Г. Крамаренко, С.О. Семеріков, С.В. Шокалюк; наук. ред.: академік АПН України, д.пед.н., проф. М.І. Жалдак. – Кривий Ріг: Книжкове видавництво Кирєєвського, 2009. – 324 с.

2. Калькуляторы онлайн. Ряды. Разложение в ряд Фурье [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://www.kontrolnaya-rabota.ru/s/ryad/fure/

3. Онлайн-калькулятор. Ряд Фурье [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://referat.semestr.ru/math/fourier.php

4. Савотченко С.Е. Методы решения математических задач в Maple: [учебн. пос.] / С.Е. Савотченко, Т.Г. Кузьмичева. – Белгород: Белаудит, 2001. – 116 с.

5. Триус Ю.В. Комп'ютерно-орієнтовані методичні системи навчання математики: [монографія] / Триус Ю.В. – Черкаси: Брама-Україна, 2005. – 400 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОНЛАЙН-СЕРВИСОВ, МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПАКЕТА MAPLE И ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ИЗУЧЕНИЯ РЯДОВ ФУРЬЕ

Ботузова Юлия

В статье рассматриваются методические особенности использования ИКТ во время изучения темы «Ряды Фурье» курса математического анализа в педагогическом университете. Приводятся примеры решения типичных задач на разложение функции в ряд Фурье. Проводится анализ функциональных возможностей использования онлайн-калькуляторов, математического пакета Maple при решении таких задач.

Ключевые слова: методика преподавания, математический анализ, онлайн-сервис, математический пакет Maple, ряд Фурье.

THE USE OF ONLINE SERVICES, MATHEMATICAL PACKAGES MAPLE AND PROGRAMMING IN THE STUDY OF FOURIER SERIES

Botuzova Yulia

The article raised the problem of the feasibility of using new information technologies in teaching mathematical disciplines in higher education. The chapter «Series» in mathematical analysis is the difficult for mastering by students. Therefore there were considered methodological features of the using information technology in the study of the topic «Fourier series». We've included examples of solving common tasks on schedule function in Fourier series. The author analyzes the functionality of the use online calculators, mathematical package Maple and basics of programming in solving these problems. There are demonstrated benefits of the using online services and mathematical software if necessary perform cumbersome calculations, and compares the quality and speed of results. We also say about importance of the use of new information technologies in the study of all the main sections of mathematical analysis as a basis for raising mathematical and training students.

Keywords: teaching methods, mathematical analisys, online service, mathematical package Maple, Fourier series.

ВІДОМОСТІ ПРО АВТОРА

Ботузова Юлія Володимирівна – кандидат педагогічних наук, старший викладач кафедри математики Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка.

Коло наукових інтересів: використання ІКТ в процесі навчання математики у вищій та середній школі, методика навчання математики, дистанційне навчання.

УДК 348.147:51

ІНТЕГРАТИВНИЙ ПІДХІД В ПРОЦЕСІ ФОРМУВАННЯ ЗМІСТУ ФУНДАМЕНАТАЛЬНОЇ ПІДГОТОВКИ З МАТЕМАТИКИ МАЙБУТНІХ ІНЖЕНЕРІВ

Коломієць Альона

Вінницький національний технічний університет

Анотація. *Стаття присвячена дослідженню проблеми формування змісту фундаментальної математичної підготовки майбутніх інженерів. Уточнено суть понять математична підготовка, фундаментальна математична підготовка, інтегративний підхід; досліджено проблему застосування інтегративного підходу в процесі математичної підготовки майбутніх інженерів, узагальнено напрацювання вчених в даній області. Показано зв'язок фізичних явищ з їх математичним описом, продемонстровано застосування математичного апарату до прикладних інженерних задач.*

Ключові слова: *інженерна освіта, інтегративний підхід, фундаменталізація, математична підготовка.*

Постановка проблеми. Сьогоднішній ринок праці вимагає від випускників інженерного профілю високого рівня розуміння міждисциплінарних зв'язків, вміння застосовувати математичний апарат до інженерних моделей, вміти логічно мислити і знаходити вихід із нестандартних ситуацій. Досягнення цілей, що поставлені перед випускниками вищих технічних закладів освіти, практично не можливе без певних змін у навчальному процесі, без застосування інтерактивних форм та засобів навчання, новітніх принципів, методів та підходів до навчання. Одним з таких підходів є інтегративний підхід.

Аналіз актуальних досліджень. Інтеграцію дисциплін, розглядають в своїх працях Р. Гуревич, І. Козловська, Л. Максимчук та інші. Важливі досягнення в дослідженнях фундаментальної математичної підготовки висвітлено в роботах М. Ковтонюк, Г. Дутки, С. Семерівкова.

Проте питання застосування інтегративного підходу в процесі фундаментальної математичної підготовки майбутніх інженерів є недостатньо розкритим.

Метою статті є дослідити і визначити суть поняття математичної підготовки, дослідити проблему застосування інтегративного підходу в процесі математичної підготовки майбутніх інженерів, узагальнити напрацювання вчених в даній області, показати шляхи реалізації інтегративного підходу в процесі формування змісту фундаментальної математичної підготовки майбутніх фахівців інженерної галузі.