УДК 511.2

ЗАЛЕЖНІСТЬ МІЖ ІНВАРІАНТАМИ T I R

В. М. Євладенко, Ю.П. Пігарьов

Доведено узагальнення теореми 3 [1] про залежність між інваріантами R і T, яка дає можливість будувати множини, для яких R>C·T, де C – як завгодно велике дійсне число. Обчислено значення R і T для множин, що налічують 6, 7, 8 елементів. Приводиться геометрична інтерпретація одержаних результатів.

Generalization of theorem 3 [1] on the dependence between invariants R and T has been proved that enables to build up sets for which R>C·T, where C is any big real number. The meanings of R and T have been found for the sets, which consist of 6, 7, 8 elements. Geometric interpretation of the obtained data is given.

В роботі [1] доведена теорема 3, яка дає можливість будувати множини, для яких $R=T+n$, де n – довільне наперед задане натуральне число. Ця теорема, як доводиться нижче, допускає узагальнення.

З метою подальшого викладу розглянемо такі множини:

$L_1=\{0, a_1, a_2 ..., a_{k-1}\}$, $a_i\in N$ (i=1, 2,…k-1),

$L_2=\{2\cdot a_{k-1}+1, 2\cdot a_{k-1}+1+a_1, …, 2\cdot a_{k-1}+1+a_{k-1}\}$,

$L_3=\{6\cdot a_{k-1}+3, 6\cdot a_{k-1}+3+a_1, …, 6\cdot a_{k-1}+3+a_{k-1}\}$,

………………………………………………

$L_i=\{(2^{i}-2)\cdot a_{k-1}+2^{i-1}-1, (2^i-2)\cdot a_{k-1}+2^{i-1}-1+a_1, … (2^i-2)\cdot a_{k-1}+2^{i-1}-1+a_{k-1}\}$

(i=1, 2 …n+1),

$\bigcup_{i=1}^{n} L_i = K_n$. $T(2L_1)=T_1$. Елементи L_1 утворюють R_1 різних додатних різниць. Введемо позначення:

$(2^{n+1}-2)\cdot a_{k-1}+2^n-1= A$

$(2^i-2)\cdot a_{k-1}+2^{i-1}-1= B_i$ (i=1, 2, …, n).

Теорема 4. *Для побудованих множин K_n при будь-яких натуральних k і n мають місце рівності:*

$$R_n = R_1 + \overline{R_1}\cdot\frac{n^2-n}{2}, \qquad (1)$$

$$T_n = T_1\cdot\frac{n^2+n}{2}. \qquad (2)$$

Доведнння. Доведення проведемо методом математичної індукції по n при довільному фіксованому k.

При $n=1$, як легко перевірити, формули (1) і (2) мають місце.

1. Припустимо, що формула (1) справедлива при натуральному n і покажемо, що вона має місце і при $n+1$.

Розглянемо різні різниці, одержані за допомогою елементів множин L_{n+1} і L_i (i=1, 2 ….., n), де

$$L_{n+1}=\{ A, A+a_1, A+a_2, \ldots, A+a_{k-1}\}$$
$$L_i = \{ B_i, B_i +a_1, B_i+a_2, \ldots, B_i+a_{k-1}\}:$$

$$A\text{-}B_i,\ A\text{-}B_i+a_1,\ A\text{-}B_i+a_2,\ \ldots\ldots,\ A\text{-}B_i+a_{k-1},$$
$$A\text{-}B_i\text{-}a_1,\ A\text{-}B_i,\ A\text{-}B_i+a_2\text{-}a_1,\ \ldots..,\ A\text{-}B_i+a_{k-1}\text{-}a_1,$$
$$A\text{-}B_i\text{-}a_2,\ A\text{-}B_i+a_1\text{-}a_2,\ A\text{-}B_i,\ \ldots..,\ A\text{-}B_i+a_{k-1}\text{-}a_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..$$
$$A\text{-}B_i\text{-}a_{k-1},\ A\text{-}B_i+a_1\text{-}a_{k-1},\ A\text{-}B_i+a_2\text{-}a_{k-1},\ \ldots..,\ A\text{-}B_i.$$

Елементи цих множин, які є різними різницями, очевидно утворюють квадратну матрицю, над діагоналлю якої, як легко перевірити, буде R_1 різних різниць. Стільки ж різних різниць буде і під діагоналлю, а тому елементи множини L_{n+1} утворюють з елементами множини L_i $\overline{R_1}$ різних різниць, де $\overline{R_1}=2\cdot R_1+1$. Всього ж нових різниць одержимо $n\cdot \overline{R_1}$. Значить

$$R_{n+1}=R_n+n\cdot\overline{R_1}=R_1+\overline{R_1}\cdot\frac{n^2-n}{2}+n\cdot\overline{R_1}=R_1+\overline{R}_1\cdot\frac{n^2+n}{2}=R_1+\overline{R}_1\cdot\frac{(n+1)^2-(n+1)}{2}.$$

Отже, формула (1) справджується і при *n+1*, що і потрібно було довести.

II. Для доведення формули (2) залишилось показати, що із припущення, що ця формула справедлива при довільному натуральному *n*, слідує, що вона має місце і при *n+1*.

З цією метою розглянемо нові суми, які одержуються за допомогою елементів множин L_{n+1} і L_i (i=1, 2, ….., n+1):

$$A+B_i,\ \ A+a_1+B_i,\ \ A+a_2+B_i,\ \ldots..,\ A+a_{k-1}+B_i,$$
$$A+B_i+a_1,\ \ A+B_i+2\cdot a_1,\ \ A+B_i+a_2+a_1,\ \ldots..,\ A+B_i+a_{k-1}+a_1,$$
$$A+B_i+a_2,\ \ A+B_i+a_1+a_2,\ \ A+B_i+2\cdot a_2,\ \ldots..,\ A+B_i+a_{k-1}+a_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..$$
$$A+B_i+a_{k-1},\ \ A+B_i+a_1+a_{k-1},\ \ A+B_i+a_2+a_{k-1},\ \ldots..,\ A+B_i+2\cdot a_{k-1}.$$

Ці суми більші сум, одержаних за допомогою елементів множини K_n , і їх буде T_1. Всього ж нових різних сум буде $(n+1)\cdot T_1$. Таким чином

$$T_{n+1}= T_n+(n+1)\cdot T_1= T_1\ \frac{n^2+n}{2}+T_1\cdot(n+1)=T_1\cdot\frac{n^2+n+2\cdot n+2}{2}=T_1\cdot\frac{(n+1)^2+(n+1)}{2},$$ що і доводить формулу (2).

Наслідок І. *Якщо K_1– множина степенів з основою $a>1$ ($a\in N$) і різними натуральними показниками, і $T(K_1)=k_1$, то легко довести, що кількість різних сум елементів цієї множини буде* $T(2K_1)=\dfrac{k_1^2+k_1}{2}$.

Дійсно, припустивши, що $a^s+a^t=a^p+a^q$, приходимо до протиріччя, яке полягає в тому, що якщо ліву і праву частину цієї рівності поділимо на мінімальну степінь, наприклад a^q, то одержимо $a^{s-q}+a^{t-q}=a^{p-q}+1$. Звідси випливає, що число 1 повинне ділитися на a, що неможливо.

Аналогічно доводиться, що число різних додатних різниць обчислюється за формулою $R_1=\dfrac{k_1^{\,2}-k_1}{2}$ і $\overline{R_1}=k_1^{\,2}-k_1+1$.

Застосувавши теорему 4, одержимо множину з такими значеннями T_2 і $\overline{R}_2$: $T_2=T_1\cdot\dfrac{k_2^{\,2}+k_2}{2}$, $\overline{R_2}=\overline{R_1}\cdot(k_2^{\,2}-k_2+1)$.

Застосувавши цю теорему (m-1) раз, приходимо до множини, для якої

$T_m=\prod_{i=1}^{m}\dfrac{k_i^{\,2}+k_i}{2}$, $\overline{R}_m=\prod_{i=1}^{m}(k_i^{\,2}-k_i+1)$.

Отже, при досить великих m ($m\in N$) , будемо одержувати множини з як завгодно великими значеннями T_m і $\overline{R}_m$.

Наслідок 2. *Теорема 4 дозволяє будувати такі множини, для яких $R<T<R+T(K)$, і множини, для яких $T<R$.*

Деякі з таких множин вказані у наведеній нижче таблиці.

№ з/п	k	n	(R_1, T_1)	T_n	R_n	T (K_n)=n·k
1.	3	7	(3, 6)	168	150	21
2.	4	5	(6, 10)	150	136	20
3.	6	4	(15. 21)	210	201	24
4.	4	6	(5, 9)	189	170	24
5.	5	5	(7, 12)	180	157	25
6.	6	5	(14, 20)	300	304	30
7.	5	6	(10, 15)	315	325	30
8.	8	4	(27, 35)	350	357	32
9.	7	7	(21, 28)	784	924	49
10.	8	4	(28, 36)	360	370	32

Значення R і T для множин, що налічують 6-ть елементів

Шестиелементні множини беруться з таблиць 1, 11 роботи [3].

Інформація про класифікацію цих множин за значеннями R і T приведена нижче, де, наприклад, запис (12, 18), (19), № 49 означає: (12, 18) –

відповідні значення R і T, (19) – кількість множин з такими значеннями R і T, а № 49 – найменший номер такої множини.

1. (15, 21), (1), № 17.	14.8, 17), (2), № 29.
2. (14, 20), (1), № 214.	15.(10, 16), (16), № 142.
3. (13, 20), (1), № 36.	16.(9, 16), (30), № 9.
4. (13, 19), (4), № 57.	17.(8, 16), (9), № 10.
5. (12, 19), (9), № 28.	18.(9, 15), (8), № 68.
6. (11, 19), (3), № 24.	19.(8, 15), (12), №8.
7. (9,19), (1), № 45.	20.(7, 15), (5), № 18.
8. (12, 18), (19), № 49.	21.(8, 14), (4), № 126.
9. (11, 18), (39), № 3.	22.(7, 14), (5), № 91.
10. (10, 18), (18), № 16.	23.(7, 13), (2), № 12.
11.(11, 17), (30), № 36.	24.(6, 13), (3), № 64.
12.(10, 17), (41), №1.	25.(6, 12), (1), № 120.
13.(9, 17), (16), № 6.	26.(5, 11), (1), № 119.

Примітка. В роботі [3] є описка: множини № 215 і № 220 однакові.

Значення R і T для множин, що налічують 7 елементів

1. (21, 28), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 30}	28. (12, 23), {0, 1, 2, 4, 9, 12, 13}
2. (20, 27), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 28}	29. (12, 22), {0, 1, 2, 6, 8, 11, 12}
3. (19, 27), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 25}	30. (12, 21), {0, 1, 2, 3, 8, 11, 12}
4. (19, 26), {0, 4, 5, 8, 14, 16, 29}	31. (12, 20), {0, 1, 2, 3, 5, 11, 12}
5. (18, 26), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 24}	32. (12, 19), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 13}
6. (18, 25), {0, 3, 6, 10, 12, 20, 31}	33. (11, 22), {0, 1, 2, 4, 9, 11, 12}
7. (17, 26), {0, 1, 3, 4, 9, 11, 23}	34. (11, 21), {0, 1, 2, 4, 8, 11, 12}
8. (17, 25), {0, 4, 5, 8, 14, 16, 21}	35. (11, 20), {0, 1, 2, 4, 6, 10, 11}
9. (17, 24), {0, 1, 9, 11, 15, 18, 21}	36. (11, 19), {0, 1, 2, 3, 5, 10, 11}
10. (16, 25), {0, 1, 3, 4, 9, 11, 22}	37. (11, 18), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 11}
11. (16, 24) {0, 1, 5,8, 10, 16, 18}	38. (10, 21), {0, 1, 2, 4, 8, 10, 11}
12. (16, 23), {0, 1, 2, 3, 5, 11, 18}	39. (10, 20), {0, 1, 2, 4, 6, 9, 10}
13. (15, 26), {0, 1, 4, 6, 9, 10, 21}	40. (10, 19), {0, 1, 2, 6, 7, 11, 12}
14. (15, 25), {0, 1, 3, 4, 9, 11, 16}	41. (10, 18), {0, 1, 2, 3, 4, 9, 10}
15. (15, 24), {0, 1, 3, 9, 12, 13, 17}	42. (10, 17), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 10}
16. (15, 23), {0, 1, 4, 7, 14, 15, 16}	43. (9, 19), {0, 1, 2, 5, 6, 8, 9}
17. (15, 22), {0, 2, 3, 4, 5, 10, 19}	44. (9, 18), {0, 1, 2, 3, 6, 8, 9}
18. (14, 25), {0, 1, 4, 6, 9, 10, 20}	45. (9, 17), {0, 1, 2, 3, 4, 8, 9}
19. (14, 24), {0, 1, 4, 7, 8, 17, 18}	46. (9, 16), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 9}
20. (14, 23), {0, 1, 8, 9, 10, 13, 15}	47. (8, 17), {0, 1, 2, 5, 6, 7, 8}

21. (14, 22), {0, 1, 2, 4, 7, 13, 15} 22. (14, 21), {0, 1, 2, 3, 5, 8, 17} 23. (13, 24), {0, 1, 2, 5, 11, 13, 16} 24. (13, 23), {0, 1, 2, 7, 9, 12, 13} 25. (13, 22), {0, 1, 7, 8 , 10, 13, 15} 26. (13, 21), {0, 1, 2, 6, 7, 10, 13} 27. (13, 20), {0, 1, 2, 3, 5, 9, 13}	48. (8, 16), {0, 1, 2, 3, 4, 7, 8} 49. (8, 15), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 8} 50. (7, 15), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 7} 51. (7, 14), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7} 52. (6, 13), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

Значення R і T для множин, що налічують 8 елементів

1. (28, 36), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 30, 61} 2. (27, 35), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 28, 57} 3. (26, 35), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 25, 51} 4. (26, 34), {0, 4, 5, 8, 14, 16, 29, 59} 5. (25, 34), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 24, 49} 6. (25, 33), {0, 3, 6, 10, 12, 20, 31, 63} 7. (24, 34), {0, 1, 3, 4, 9, 11, 23, 47} 8. (24, 33), {0, 4, 5, 8, 14, 16, 21, 43} 9. (24, 32), {0, 1, 9, 11, 15, 18, 21, 43} 10. (23, 33), {0, 1, 3, 4, 9, 11, 22, 45} 11. (23, 32), {0, 3, 6, 10, 12, 20, 31, 32} 12. (23, 31), {0, 1, 2, 3, 5, 11, 18, 37} 13. (22, 34), {0, 1, 4, 6, 9, 10, 21, 43} 14. (22, 33), {0, 1, 3, 7, 12, 20, 25, 26} 15. (22, 32), {0, 1, 3, 9, 12, 13, 17, 35} 16. (22, 31), {0, 1, 4, 7, 14, 15, 16, 33} 17. (22, 30), {0, 2, 3, 4, 5, 10, 19, 39} 18. (21, 33), {0, 1, 4, 6, 9, 10, 20, 41} 19. (21, 32), {0, 1, 4, 7, 8, 17, 18, 37} 20. (21, 31), {0, 1, 8, 9, 10, 13, 15, 31} 21. (21, 30), {0, 1, 2, 4, 7, 13, 15, 31} 22. (21, 29), {0, 1, 2, 3, 5, 8, 17, 35} 23. (20, 32), {0, 1, 2, 5, 11, 15,16, 33} 24. (20, 31), {0, 1, 3, 4, 9, 11, 22, 23} 25. (20, 30), {0, 1, 7, 8, 10, 13, 15, 31} 26. (20, 29), {0, 1, 2, 6, 7, 10, 13, 27} 27. (20, 28), {0, 1, 2, 3, 5, 9, 13, 27} 28. (19, 32), {0, 1, 4, 6, 9, 10, 21, 22} 29. (19, 31), {0, 1, 2, 4, 9, 12, 13, 27} 30. (19, 30), {0, 1, 9, 11, 15, 18,21, 22} 31. (19, 29), {0, 1, 2, 3, 8, 11, 12, 25} 32. (19, 28), {0, 1, 2, 3, 5, 11, 12, 25} 33. (19, 27), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 13, 27} 34. (18, 31), {0, 1, 4, 6, 9, 10, 20, 21} 35. (18, 30), {0, 1, 2, 4, 9, 11, 12, 25} 36. (18, 29), {0, 1, 5, 8,10, 16, 18, 19} 37. (18, 28), {0, 1, 2, 4, 6, 10, 11, 23}	48. (16, 27), {0, 1, 2, 3, 7, 11, 15, 16} 49. (16, 26), {0, 1, 4, 7, 14, 15, 16, 17} 50. (16, 25), {0, 1, 2, 3, 4, 9, 14, 16} 51. (16, 24), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 9, 19} 52. (15, 29), {0, 1, 2, 5, 8, 11, 15, 16} 53. (15, 28), {0, 1, 2, 5, 11, 15, 16, 17} 54. (15, 27) {0, 1, 2, 4, 7, 13, 15, 16} 55. (15, 26), {0, 1, 8, 9, 10, 13, 15, 16} 56. (15, 25), {0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 17} 57. (15, 24), {0, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 17} 58. (15, 23), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 17} 59. (14, 27), {0, 1, 2, 5, 8, 12, 13, 14} 60. (14, 26), {0, 1, 2, 7, 9, 12, 13, 14} 61. (14, 25), {0, 1, 2, 3, 5, 9, 13, 14} 62. (14, 24), {0, 1, 2, 3, 4, 9, 11, 14} 63. (14, 23), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 13, 14} 64. (14, 22), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 11, 14} 65. (13, 26), {0, 1, 2, 4, 9, 12, 13, 14} 66. (13, 25), {0, 1, 2, 4, 8, 11, 12, 13} 67. (13, 24), {0, 1, 2, 3, 8, 11, 12, 13} 68. (13, 23), {0, 1, 2, 3, 5, 11, 12, 13} 69. (13, 22), {0, 1, 2, 3, 5, 8, 10, 13} 70. (13, 21), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 13} 71. (12, 25), {0, 1, 2, 4, 9, 11, 12, 13} 72. (12, 24), {0, 1, 2, 4, 6, 8, 11, 12} 73. (12, 23), {0, 1, 2, 4, 6, 10, 11, 12} 74. (12, 22), {0, 1, 2, 3, 5, 10, 11, 12} 75. (12, 21), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 11, 12} 76. (12, 20), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 12} 77. (12, 26), {0, 2, 3, 4, 7, 11, 12, 14} 78. (11, 23), {0, 1, 2, 4, 8, 10, 11, 12} 79. (11, 22), {0, 1, 2, 3, 6, 8, 9, 11} 80. (11, 21), {0, 1, 2, 3, 4, 9, 10, 11} 81. (11, 20), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 9, 11} 82. (11, 19), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 11} 83. (10, 21), {0, 1, 2, 5, 6, 8, 9, 10} 84. (10, 20), {0, 1, 2, 3, 4, 8, 9, 10}

38. (18, 27), {0, 1, 2, 3, 5, 11, 18, 19}	85. (10, 19), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 9, 10}
39. (18, 26), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 11, 23}	86. (10, 18), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10}
40. (17, 30), {0, 1, 3, 4, 9, 11, 16, 17}	87. (9, 19), {0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9}
41. (17, 29), {0, 1, 3, 9, 12, 13, 17, 18}	88. (9, 18), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 8, 9}
42. (17, 28), {0, 1, 2, 4, 6, 9, 10, 21}	89. (9, 17), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9}
43. (17, 27), {0, 1, 2, 6, 7, 11, 12, 25}	90. (8, 17), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8}
44. (17, 26), {0, 2, 3, 4, 5, 10, 19, 20}	91. (8, 16), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8}
45. (17, 25), {0, 1, 2, 3, 4, 6, 10, 21}	92. (7, 15), {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
46. (16, 29), {0, 1, 3, 4, 9, 11, 15, 16}	
47. (16, 28), {0, 1, 2, 5, 8, 11, 14, 16}	

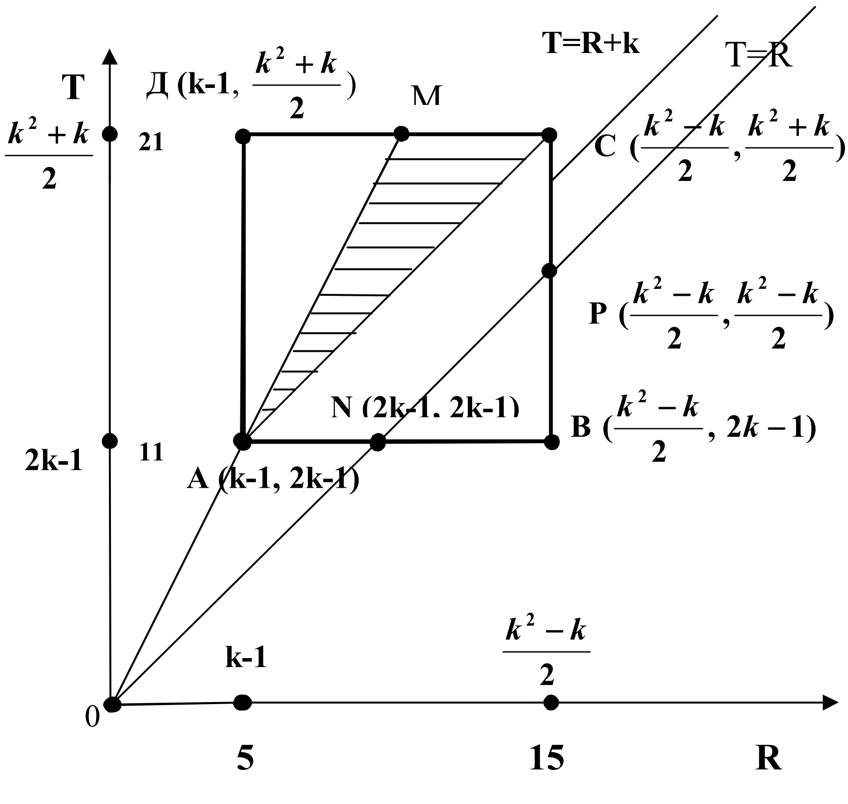
Геометрична інтерпретація

Відомо, що $2\cdot k\text{-}1 \le T \le \dfrac{k^2+k}{2}$ (див. [2], стор. 19), а $k\text{-}1 \le R \le \dfrac{k^2-k}{2}$ (див. [2], стор. 57).

В прямокутній системі координат ROT побудуємо квадрат АВСД (k) , координати вершин якого є:

А (k -1; $2\cdot k$-1), В ($\dfrac{k^2-k}{2}$;$2\cdot k$-1), С ($\dfrac{k^2-k}{2}$; $\dfrac{k^2+k}{2}$), Д (k-1, $\dfrac{k^2+k}{2}$). Цей квадрат зображений на мал. 1 при значенні k=6.

Для множини $L_1 = \{0, a_1, a_2 ..., a_{k-1}\}$, $a_i \in N$ $(i=1,\ 2,\ldots k\text{-}1)$ $T\ (L_1)=k$, $T\ (2\cdot L_1)=T$, а кількість різних додатніх різниць елементів множини L_1 дорівнює R. Кожній множині $\{0, a_1, a_2 ..., a_{k-1}\}$ поставимо у відповідність точку з координатами (R, T).



Мал. 1 (при k=6).

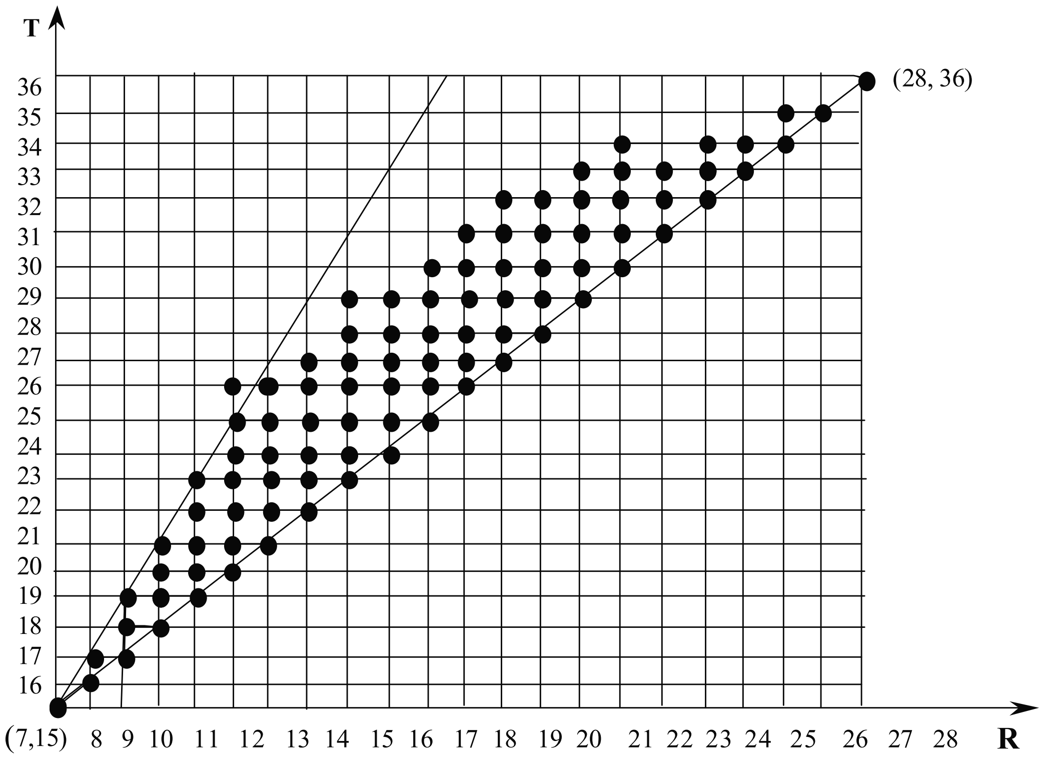
Точки з координатами (R, T) не виходять за межі квадрата АВСД (k). Рівняння діагоналі (АС) цього квадрата має вигляд $T=R+k$. Пряма $T=\overline{R}=2\cdot R+1$ проходить через вершину А і перетинає сторону [СД] квадрата в точці

М $\left(\frac{k^2+k-2}{4}; \frac{k^2+k}{2}\right)$. Одержаний трикутник АМС (k) будемо називати <u>критичним</u>. Виявляється , що при $k \le 7$ точки з координатами (R, T) не виходить за межі відповідного критичного трикутника.

Бісектриса T=R перетинає сторони квадрата АВСД (k) ($k \ge 5$) в точках

N ($2k$-1, $2k$-1) і Р $\left(\frac{k^2-k}{2}, \frac{k^2-k}{2}\right)$. Точки, що відповідають множинам №1-№5 із наслідку 2, попадають у внутрішню область відповідної трапеції ANPC (k). Точки ж, що відповідають множинам №6-№10, попадають у внутрішню область відповідного трикутника NPB (k).

Для $к$=8 квадрат АВСД (8) зображений на мал. 2.



Мал. 2

В 1973р. одержана множина (13, 28), {0, 1, 2, 4, 5, 9, 12, 13, 14} [4]. Це привело до оцінки:

$$\frac{\lg T}{\lg R} = \frac{\lg 59}{\lg 55} \approx 1{,}0175.$$

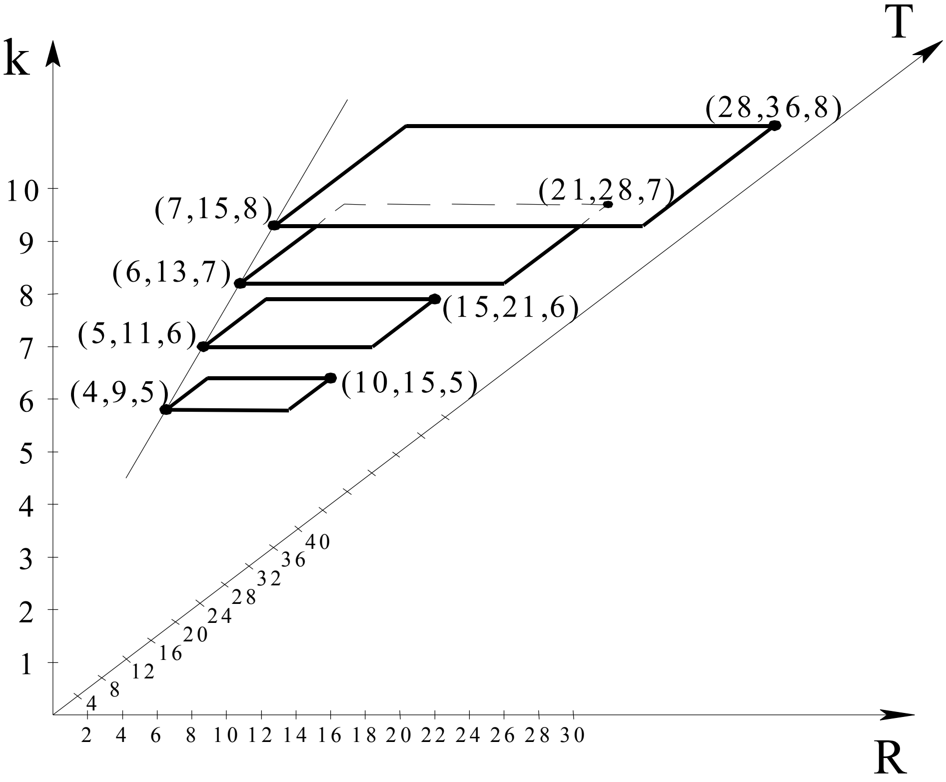
В 2004 р. Кузнецов С.Т. знайшов множини з такими значеннями (R, T): (12, 26), (23, 51)/

Пізніше Пігарьов Ю.П. побудував множини з наступними значеннями (R, T): (30, 67), (37, 83), (44, 99), (51, 119).

Множина (51, 115), {0, 1, 2, 4, 5, 9, 12, 13, 17, 20, 21, 25, 28, 29, 33, 35, 37, 41, 44, 45, 49, 52, 53, 54, 56, 57} приводить до оцінки:

$$\frac{\lg 115}{\lg 103} \approx 1{,}02378 .$$

Просторова геометрична інтерпретація в системі координат (R, T, *k*) при *k*=5, 6, 7, 8 наведена на мал 3, де зображені відповідні квадрати.



Мал. 3

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Євладенко 1997 – Євладенко В.М., Пигарьов Ю.П. Про залежність між інваріантами R і Т. //Наукові записки. –Вип. 12. Серія: Фізико-математичні науки.-Кіровоград: КДПУ ім. В. Винниченка, 1997. –с. 51-55.
2. Фрейман 1966 –Фрейман Г.А. Начала структурной теории сложения множеств. – Казань, 1966. –140 с.
3. Асафова 1973 – Асафова Г.А. Об одном типе латинских квадратов шестого порядка: Теория чисел. Теоретико-числовые исследования по спектру Маркова и структурной теории сложения множеств.– М: Союз- полиграфпром при ГК СМ СССР, 1973, – с. 189-190.
4. Пигарев 1973 – Пигарев Ю.П. и Фрейман Г.А. О зависимости между инвариантами R и Т: Теория чисел. Теоретико-числовые исследования по спектру Маркова и структурной теории сложения множеств. –М: Союзполиграфпром при ГК СМ СССР, 1973, -с. 172-174.

Кіровоградський державний педагогічний університет ім. В.Винниченка

Надійшло 11 травня 2004р.