УДК 519.1

ПРО ІСНУВАННЯ КУБІЧНИХ РОЗКЛАДІВ ГРАФУ K_{10} ТИПУ 2011

Л.П. Петренюк, А.Я.Петренюк

Проведено класифікацію кубічних розкладів графу K_{10} на порядкові та компонентні типи. У випадку порядкового типу 2011 розв'язано задачу існування: для кожного компонентного типу встановлено, порожній він чи ні.

The family of cubic decompositions of K_{10} is divided into order and component types. In the case of order type 2011 for each component type the question, is it empty or not, is decided.

Під *кубічним розкладом* графу K_n розуміють сімейство кубічних підграфів графу K_n, таке, що кожне ребро графу K_n належить одному і тільки одному з цих підграфів. Згадані підграфи називаються *компонентами* розкладу, порядок n основного графу називається *порядком розкладу*. *Розміром розкладу* називають кількість компонент у ньому.

1. Результати попередників.Вивчення розкладів повних графів на регулярні підграфи започатковане досить давно. Кіркман [1] у 1847 році розв'язав задачу про існування систем трійок, які пізніше одержали назву штейнерових і являють собою не що інше, як розклади повних графів на трикутники -регулярні підграфи степеня 2. З початку 20 століття вивчаються так звані 1-факторизації [2] – розклади повних графів на регулярні фактори степеня 1. Серед класичних комбінаторних конфігурацій – штейнерові системи четвірок [3], які можна трактувати як кубічні розклади повних графів на компоненти, ізоморфні графові K_4.

Вивчення кубічних розкладів у загальному вигляді розпочато порівняно недавно. Встановлено необхідну умову

$n=1(\mathrm{mod}\ 3)$

існування кубічних розкладів графу K_n.

Типом кубічного розкладу R називається вектор $\boldsymbol{a}(R)=$ $(a_4,a_6,\ldots,a_{2k},\ldots)$, де a_s – кількість компонент у розкладі R,які мають порядок s. Тип слугує інваріантом у множині кубічних розкладів порядку n і розбиває цю множину на підмножини,кожна з яких вміщує всі розклади певного типу; ці підмножини ми теж називаємо типами.

Задача полягає в тому, щоб для кожного можливого типу встановити,1) існують чи ні кубічні розклади цього типу (задача існування) та 2) скільки, з точністю до ізоморфізму, існує кубічних розкладів цього типу.

В [4] встановлено, що існують 14 можливих типів кубічних розкладів графу K_{10}, а саме

1.0003 2.0130 3.0211 4.0500 5.1021

6.1102 7.1310 8.2120 9.2201 10.3011

11.3300 12.4110 13.5001 14.6100.

В [5] показано, що кожен з цих типів, за винятком типу 6100, не порожній. Розклади типу 6100 не існують.

Статті [6,7] містять повний перелік кубічних розкладів типу 0003 – так званих *кубічних факторизацій* графу K_{10}. У статті [8] перелічено розклади типу 0500, де компонентами служать кубічні графи порядку 6.

2. Поглиблена задача існування. У даній статті розглядається поглиблена задача існування кубічних розкладів типу 0211. Поряд з введеними раніше типами розкладів (назвемо їх *порядковими* типами) введемо *компонентні типи*. Компонентний тип (для порядкового типу 0211) задається, якщо зафіксувати, з точністю до ізоморфізму, кубічний граф G порядку 10, кубічний граф X порядку 6 та два кубічні графи x,y порядку 6. Кубічний розклад типу 0211 має компонентний тип (G,X;x,y), якщо його старша компонента ізоморфна графові G, компонента порядку 8 – графові X, а найменші компоненти ізоморфні одна – графові x, а друга – графові y. Аналогічно вводяться компонентні типи для довільного порядкового типу.

Поглиблена задача існування формулюється таким чином: для кожного компонентного типу з'ясувати, існують чи ні кубічні розклади цього типу?

Ми позначаємо кубічні графи порядку 10 символами $G_1,G_2,\ldots,G_{19},G_{20},G_{21}$, де $G_k(k=1,\ldots,19)$ означає граф з номером k з переліку неізоморфних зв'язних кубічних графів [9]; Кожен граф $G_k(k=1,\ldots,21)$ зображений у заголовках частин списку з пункту 4 множиною своїх ребер. Позначення 6 кубічних графів порядку 8 та 2 кубічних графів порядку 6 зрозумілі з поданого нижче рисунка.

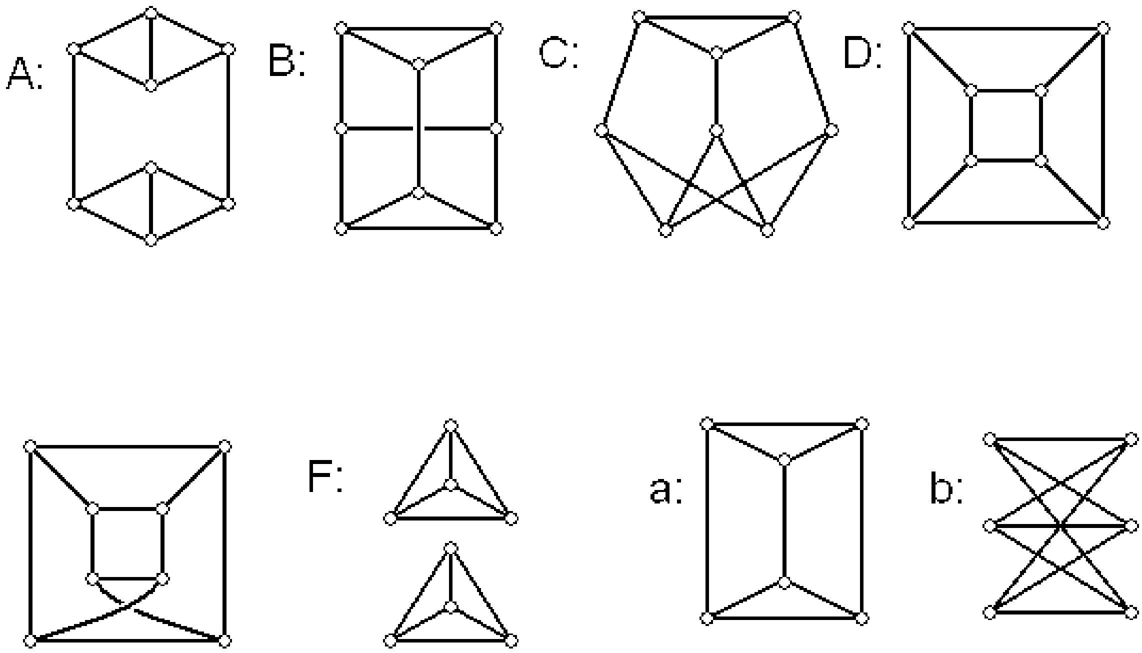


Рис.1. Позначення кубічних графів

У таблиці 1 подано розв'язок поглибленої задачі існування для порядкового типу 0211.

Таблиця 1.

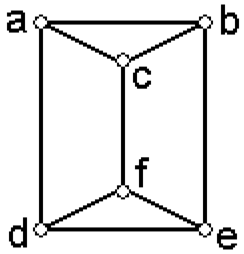
Існування кубічних розкладів порядку 10 типу 0211

k	X=y=a	x=a,y=b	x=y=b	Всього
	A B C D E F	A B C D E F	A B C D E F	
1.	+ + – + + –	+ + + + – +	– – – – – –	9
2.	+ + + + + –	+ + + + + –	– – + – + –	12
3.	+ + + + + –	+ + + + + –	– + + – – –	12
4.	+ + + + + –	+ + + + + –	– + + + + –	14
5.	– + + – – –	+ + – – – –	+ + – – – –	6
6.	+ + + + – +	+ + + + + –	– + – – – –	11
7.	+ + + + + +	– + + – + –	– + – – – –	10
8.	+ + + + + –	+ + – – – –	+ – – – – –	8
9.	+ + + + + –	– + – – + –	– – + – – –	8
10.	+ + + + + –	– + – – + –	– – – – – –	7
11.	+ + + – – –	– + + + – –	– – – – – –	6
12.	+ + + + + –	– + + + + –	– – – – + –	10
13.	+ + + + – –	+ + + – + –	– + – – – –	9
14.	+ – + + + –	+ – – – – +	– – – – – –	6
15.	+ + – – + –	– + – – – –	– – – – – –	4
16.	+ + + + + –	– + – – – –	– – – – – –	6
17.	+ – + + + +	– – + – – –	– – – – – –	6
18.	+ + + + + –	+ – + – – –	– – – – – –	7
19.	– + – – + –	– – – – – –	– – – – – –	2
20.	– – – + – –	– – + – – –	+ + – + – –	5
21.	– – – – – –	– – – – – –	+ – – – – +	2
Всього	84	55	21	160

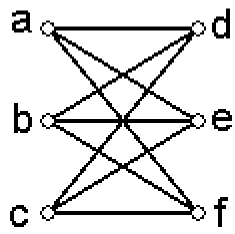
У цій таблиці знак "+" означає, що існують кубічні розклади порядку 10 типу 0211, з компонентним типом (G_k, X; x, y}, у яких старша компонента ізоморфна G_k (k=1,…,21), компонента порядку 8 ізоморфна X, X $\in${A,B,C,D,E,F}, одна з компонент 6 порядку ізоморфна x, друга – ізоморфна y, де x,v$\in${a,b}. Знак – означає неіснування таких розкладів, тобто, що тип (G_k, X; x, y} порожній.

Для підтвердження результатів таблиці 1 нижче подані відповідні розклади. Їх побудови проведено з допомогою комп'ютерної програми. Для доведення неіснування розкладу відповідного компонентного типу програма впевнюється у безперспективності всіх можливих шляхів його побудови.

3. Конструктивне обгрунтування таблиці 1. Список розділено на 21 частину, по кількості класів ізоморфізму старших компонент. У заголовку кожної частини стоїть канонічна форма відповідної старшої компоненти. Рядок має вигляд "тип – відповідний розклад", у розкладі старша компонента не повторюється. Найменші компоненти записуються у вигляді, який розшифровано наступним рисунком.



[abc - def]



(abc - def)

Рис.2. Зображення кубічних графів порядку 6

G_1: 12 13 14 23 24 35 45 56 67 68 79 7A 89 8A 9A
(G_1,A;a,a): 15 17 18 36 37 39 46 48 49 57 58 69 ; [16A-925], [278-A43]
(G_1,B;a,a): 16 17 19 25 27 28 36 37 38 58 59 69 ; [15A–874],[26A–943]
(G_1,D;a,a): 16 17 18 27 28 29 36 37 39 46 48 49; [159–A26],[34A–875]
(G_1,E;a,a): 15 16 19 27 29 2A 36 37 39 57 5A 6A; [178–A43],[258-694]

(G_1,A,a,b) 15 17 19 34 36 38 46 48 57 59 69 78; [16A–825], (234–79A)
(G_1,B,a,b) 15 17 19 34 37 39 46 4A 57 5A 69 6A; [259–784],(123–68A)
(G_1,C,a,b) 15 16 17 25 29 2A 37 39 3A 57 69 6A; [278–643],(145–89A)
(G_1,D,a,b) 15 16 17 34 36 37 48 49 58 59 69 78; [257–6A4],(123–89A)
(G_1,F,a,b) 15 17 18 34 36 39 46 49 57 58 69 78; [16A–925],(234–78A)

G_2: 12 13 14 23 24 35 46 56 57 68 79 7A 89 8A 9A
(G_2,A;a,a) 15 17 18 36 37 39 45 48 49 58 67 69; [16A–925],[278–A43]
(G_2,B;a,a) 15 17 18 36 38 39 45 47 49 58 67 69; [16A-925],[278–A34]
(G_2,C;a,a) 15 16 19 25 27 2A 37 39 3A 59 67 6A; [178–A45],[269–834]
(G_2,D;a,a) 17 19 1A 28 29 2A 37 38 39 47 48 4A; [158–627],[36A–495]
(G_2,E;a,a) 15 16 19 27 29 2A 45 47 49 5A 67 6A; [178–A34],[258–693]

(G_2,A,a,b) 15 17 18 34 35 3A 46 4A 57 68 6A 78; [248–793],(125–69A)
(G_2,B,a,b) 15 16 18 24 28 2A 34 35 38 4A 56 6A; [279–684],(135–79A)
(G_2,C,a,b) 15 17 19 34 35 38 46 49 56 68 78 79 ; [16A–824],(235–79A)
(G_2,D,a,b) 15 16 17 24 26 27 34 35 37 4A 5A 6A;[468–957],(134–89A)
(G_2,E,a,b) 15 16 17 24 27 2A 34 35 37 46 5A 6A; [268–957],(134–89A)

(G_2,C,b,b) 15 16 18 25 26 28 34 36 37 45 47 78; (126–79A),(345–89A)
(G_2,E,b,b) 15 16 17 25 26 28 34 36 38 45 47 78; (145–89A),(236–79A)

G_3: 12 13 14 23 24 35 46 57 58 67 69 7A 89 8A 9A
(G_3,A;a,a) 16 17 18 25 26 2A 45 47 4A 5A 68 78; [159–A63],[279–834]
(G_3,B;a,a) 15 16 18 25 28 29 34 36 39 48 49 56 ; [179–A45],[26A–783]
(G_3,C;a,a) 15 18 19 26 27 28 36 37 38 56 59 79; [16A–784],[25A–943]
(G_3,D;a,a) 15 17 1A 25 28 2A 37 38 3A 45 47 48; [168–927],[349–6A5]
(G_3,E;a,a) 15 16 19 28 29 2A 45 48 49 5A 68 6A; [178–A43],[256–793]

(G_3,A.a,b) 17 18 19 25 26 2A 59 5A 68 6A 78 79; [156–A43],(234–789)
(G_3,B,a,b) 15 16 19 34 37 38 45 49 56 68 78 79; [259–6A3],(124–78A)
(G_3,C,a,b) 16 17 19 26 27 29 34 36 38 48 49 78; [379–A45],(126–58A)
(G_3,D,a,b) 15 16 17 34 38 3A 45 47 5A 68 6A 78; [256–793],(124– 89A)
(G_3,E,a,b) 15 17 1A 48 49 4A 56 59 68 6A 78 79; [25A–743],(123–689)

(G_3,B,b,b) 15 18 1A 34 38 3A 47 49 59 5A 78 79; (123–679),(246–58A)
(G_3,C.b,b) 34 37 3A 48 49 56 59 5A 68 6A 78 79; (123–689),(124–57A)

G_4: 12 13 14 23 24 35 46 57 58 69 6A 78 79 8A 9A
(G_4,A;a,a) 16 17 1A 26 28 29 48 49 4A 67 7A 89; [159–863],25A–743]
(G_4,B;a,a) 15 16 17 25 27 29 34 36 39 47 49 56; [189–A45],[268–A73]
(G_4,C;a,a) 15 17 19 25 26 2A 36 39 3A 59 67 7A; [168-A54],[289–734]
(G_4,D;a,a) 17 18 19 28 29 2A 37 39 3A 47 48 4A; [15A–627],[368–459]
(G_4,E;a,a) 15 17 19 26 27 29 34 36 39 45 47 56 ; [168–A73],[25A–894]

(G_4,A,a,b) 16 17 1A 34 36 39 45 49 59 5A 67 7A; [189–562],(234–78A)
(G_4,B,a,b) 15 16 17 34 38 39 45 47 59 67 68 89; [256–7A3],(124–89A)
(G_4,C,a,b) 16 19 1A 26 29 2A 34 36 37 47 49 7A; [389–A45],(126–5 78)
(G4,D,a,b) 17 18 19 28 29 2A 37 38 3A 47 49 4A; [15A–627],(356–469)
(G_4,E,a,b) 15 17 19 25 27 28 34 37 38 45 49 89; [168–A74],(235–69A)

(G_4,B,b,b) 34 37 3A 48 49 56 59 5A 67 68 7A 89; (123–689),(124–57A)
(G_4,C,b,b) 15 16 18 25 26 28 37 38 3A 5A 67 7A; (124–79A),(358–469)
(G_4,D,b,b) 15 17 18 34 37 38 49 4A 59 5A 7A 89; (123–69A),(246–578)
(G_4,E,b,b) 34 37 39 48 4A 56 59 5A 67 68 7A 89; (123–68A),(124–579)

G_5: 12 13 14 23 24 35 46 57 58 69 6A 79 7A 89 8A
(G_5,B;a,a) 15 16 19 25 27 2A 36 37 39 5A 67 9A; [178–A43],[268–954]
(G_5,C;a,a) 15 17 19 25 26 28 36 38 39 59 67 78; [168–A54],[29A–743]

(G_5,A,a,b) 16 17 18 38 39 3A 56 59 5A 67 78 9A; [268–734],(124–59A)
(G_5,B,a,b) 16 18 19 37 38 3A 56 59 5A 67 78 9A; [268–934],[(124–57A)

(G_5,A,b,b) 15 17 18 34 37 38 49 4A 59 5A 78 9A; (123–69A),(246–578)
(G_5,B,b,b) 34 37 39 48 4A 56 59 5A 67 68 78 9A; (123–68A),(124–579)

G_6: 12 13 14 23 25 36 45 47 58 67 69 7A 89 8A 9A
(G_6,A;a,a) 15 17 19 25 27 2A 46 49 4A 57 59 6A; [168–A53],[248–937]
(G_6,B;a,a) 15 16 18 24 27 2A 48 4A 56 57 6A 78; [179–A35],[268–943]
(G_6,C;a,a) 15 16 18 28 29 2A 48 49 4A 56 59 6A ; [179–A53],[246–738]
(G_6,D;a,a) 15 16 18 24 27 2A 46 48 57 5A 6A 78; [179–A34],[268–935]
(G_6,F;a,a) 15 17 19 24 26 2A 46 4A 57 59 79 6A; [168–A53],[278–934]

(G_6,A,a,b) 15 17 18 34 35 3A 46 4A 57 68 6A 78; [248–793],(125–69A)
(G_6,B,a,b) 15 16 18 24 28 2A 34 35 38 4A 56 6A; [279–684],(135–79A)
(G_6,C,a,b) 15 17 19 34 35 38 46 49 56 68 78 79; [16A–824],(235–79A)
(G_6,D,a,b) 15 16 17 24 26 27 34 35 37 4A 5A 6A; [468–957],(123–89A)
(G_6,E,a,b) 15 16 17 24 27 2A 34 35 37 46 5A 6A; [268–957],(134–89A)

(G_6,B,b,b) 15 18 1A 35 37 39 48 49 4A 5A 78 79; (125–679),(236–48A)

G_7: 12 13 14 23 25 36 45 47 58 69 6A 78 79 8A 9A
(G_7,A;a,a) 15 16 17 24 26 29 34 37 39 49 56 57; [189–A35],[27A-864]
(G_7,B;a,a) 15 16 1A 24 28 2A 35 38 3A 46 48 56; [189–762],[349–7A5]
(G_7,C,a,a) 15 16 19 24 27 29 34 37 39 46 56 57; [17A–862],[35A–894]
(G_7,D,a,a) 15 16 18 24 27 29 46 48 57 59 67 89; [17A–934],[268–A53]
(G_7,E,a,a) 15 16 28 26 28 2A 37 38 3A 57 5A 67 ; [17A–924],[359–468]
(G_7,F,a,a) 15 17 1A 24 28 29 48 49 57 5A 7A 89; [168–953],[267–A43]

(G_7,B,a,b) 15 16 18 24 26 29 34 35 38 49 56 89; [27A–864],135–79A)
(G_7,C,a,b) 15 16 19 24 26 28 34 35 38 49 56 89; [17A–864],(235–79A)
(G_7,E,a,b) 15 16 19 26 29 2A 37 39 3A 57 5A 67; [17A–824],(369–458)

(G_7,B,b,b) 15 16 17 24 26 27 48 49 57 59 68 89; (123–89A),(36A–457)

G_8: 12 13 14 23 25 36 45 47 58 69 6A 79 7A 89 8A
(G_8,A,a,a) 15 16 19 24 28 2A 48 4A 56 59 68 9A; [178–A53],[267–943]
(G_8,B,a,a) 15 17 19 24 28 2A 48 49 57 5A 78 9A; [168–A43],[267–953]
(G_8,C,a,a) 16 17 19 24 26 2A 34 37 3A 49 67 9A; [15A–864],278–953]
(G_8,D,a,a) 15 16 19 24 27 2A 46 49 57 5A 67 9A; [178–A34],[268–953]
(G_8,E,a,a) 15 16 19 27 28 29 35 38 39 57 67 68; [178–A34],[246–A95]

(G_8,A,a,b) 15 16 18 35 39 3A 48 49 4A 56 68 9A; [246–837],(125–79A)
(G_8,B,a,b) 17 18 19 35 39 3A 48 49 4A 57 5A 78; [156–A92],(236–478)

(G_8,A,b,b) 15 17 18 35 39 3A 48 49 4A 57 78 9A; (125–69A),(236–478)

G_9: 12 13 14 23 25 36 47 48 57 58 69 6A 79 8A 9A
(G_9,A,a,a) 17 18 1A 24 28 29 45 49 59 5A 78 7A; [156–938],[267–A43]
(G_9,B,a,a) 15 16 17 26 27 29 34 37 39 45 49 56; [189–A35],[24A–867]
(G_9,C,a,a) 15 17 19 26 29 2A 45 46 4A 59 67 7A; [168–A53],[278–439]
(G_9,D,a,a) 15 16 17 24 28 2A 45 46 5A 68 78 7A; [189–A34],[267–953]
(G_9,E,a,a] 15 16 17 26 27 29 34 37 39 45 46 59; [189–A24],[35A–867]

(G_9,B,a,b) 15 17 19 24 27 29 34 37 3A 4A 59 5A; [389–564],(127–68A)
(G_9,E,a,b) 15 16 17 34 35 37 46 49 59 68 78 89; [267–45A],(123 –89A)

(G_9,C,b,b) 15 17 18 35 39 3A 45 49 4A 78 7A 89; (125–69A),(236–478)

G_{10}: 12 13 14 23 25 36 47 48 57 59 67 6A 89 8A 9A
(G_{10},A,a,a) 15 16 1A 34 37 39 46 49 56 5A 79 7A; [178–926],[24A–853]
(G_{10},B,a,a) 15 16 19 24 27 28 45 49 56 68 78 79; [17A–835],[269–A43]
(G_{10},C,a,a) 15 16 19 24 28 29 34 38 39 45 56 68; [178–A35],[27A–694]
(G_{10},D,a,a) 15 18 19 28 29 2A 35 38 3A 45 49 4A; [17A–685],[246–739]
(G_{10},E,a,a) 15 16 18 24 28 29 35 38 39 45 46 69; [179–A34],[27A–685]

(G_{10},B,a,b) 15 16 17 24 27 29 34 35 37 49 56 69; [268–A45],(137–89A)
(G_{10},E,a,b) 15 16 17 24 27 28 34 35 37 46 58 68; [269–A54],(137–89A)

G_{11}: 12 13 14 23 25 36 47 48 57 59 68 69 7A 8A 9A
(G_{11},A,a,a) 16 17 19 35 39 3A 45 46 4A 5A 67 79; [158–A62],[249-738]
(G_{11},B,a,a) 15 17 18 24 26 28 34 35 37 46 56 78; [16A–972],[389–A54]
(G_{11},C,a,a) 15 17 1A 28 29 2A 35 38 39 5A 78 79; [189–654],[267–4A3]

(G_{11},B,a,b) 15 17 19 35 39 3A 45 46 4A 67 6A 79; [249–738],(125–68A)
(G_{11},C,a,b) 15 16 17 26 28 29 35 38 39 56 78 79; [189–A54],(236–47A)
(G_{11},D,a,b) 15 17 17 24 26 27 34 35 37 4A 5A 6A; [456–987],(123–89A)

G_{12}: 12 13 14 23 25 36 47 48 57 59 68 6A 79 8A 9A
(G_{12},A,a,a) 15 18 1A 24 29 2A 34 38 39 49 58 5A; [169–728],[37A–564]
(G_{12},B,a,a) 15 16 19 27 29 2A 45 49 4A 56 67 7A ; [178–A35],[246–839]
(G_{12},C,a,a) 15 16 18 24 27 28 34 35 37 46 58 67; [17A–983],[269–A54]
(G_{12},D,a,a) 15 17 1A 27 29 2A 35 39 3A 56 67 69; [189–624],[378–4A5]
(G_{12},E,a,a) 16 17 19 26 29 2A 35 37 39 56 5A 7A; [158–A43],[278–469]

(G_{12},B,a,b) 16 17 19 27 29 2A 34 39 3A 46 4A 67; [15A–837],(259–468)
(G_{12},C,a,b) 15 16 17 26 28 2A 35 38 3A 56 78 7A; [189–A54],(236–479)
(G_{12},D,a,b) 15 17 19 27 29 2A 35 37 3A 45 49 4A; [246–839],(157–68A)
(G_{12},E,a,b) 15 16 17 24 27 29 35 37 39 45 46 69; [189–A34],(257–68A)

(G_{12},E,b,b) 15 16 17 24 26 27 45 49 58 69 78 89; (123–89A),(36A–457)

G_{13}: 12 13 14 23 25 36 47 48 57 59 68 6A 7A 89 9A
(G_{13},A,a,a) 16 17 19 35 38 3A 56 5A 69 78 79 8A; [158–A42],[267–943]
(G_{13},B,a,a) 15 17 18 24 26 28 34 35 37 46 58 67; [169–A54],[279–A83]
(G_{13},C,a,a) 15 16 18 24 27 28 34 35 37 46 58 67; [179–A83],[269–A54]
(G_{13},D,a,a) 15 16 17 24 28 29 45 46 58 69 78 79; [18A–934],[267–A53]

(G_{13},A,a,b) 17 18 19 35 38 3A 45 49 4A 5A 78 79; [156–A82],(236–479)
(G_{13},B,a,b) 17 19 1A 35 38 3A 45 49 4A 58 78 79; [156–8A2],(236–479)
(G_{13},C,a,b) 27 29 2A 34 38 3A 45 49 58 5A 78 79; [18A–624],(136–579)
(G_{13},E,a,b) 16 17 18 24 28 29 34 37 38 46 69 79; [267–A58],(134–59A)

(G_{13},B,b,b) 15 17 19 35 38 3A 45 49 4A 78 79 8A; (125–68A),(236–479)

G_{14}: 12 13 14 25 26 35 36 47 48 59 6A 79 7A 89 8A
(G_{14},A,a,a) 15 17 18 24 27 2A 34 38 3A 4A 57 58; [19A–645],[239–876]
(G_{14},C,a,a) 15 17 19 23 24 27 39 3A 49 4A 57 5A; [168–A92],[378–465]
(G_{14},D,a,a) 15 17 19 23 27 29 34 38 45 49 58 78 ; [168–A42],[39A–765]
(G_{14},E,a,a) 15 16 19 24 27 29 46 4A 57 5A 67 9A; [178–A32],[349–856]

(G_{14},A,a,b) 23 24 29 34 39 45 57 58 67 68 69 78; [156–9A4],(123–78A)
(G_{14},F,a,b) 15 17 18 23 24 2A 34 3A 4A 57 58 78; [19A–645],(236–789)

G_{15}: 12 13 14 25 26 35 37 46 48 59 6A 78 79 8A 9A
(G_{15},A,a,a) 15 16 17 23 24 28 34 38 47 56 57 68 ; [189–A54],[27A–963]
(G_{15},B,a,a) 15 16 17 23 27 29 34 39 45 47 56 69; [189–A24],[368–A76]
(G_{15},D,a,a) 15 17 19 23 27 29 34 36 45 47 56 69; [168–A75],[24A–893]

(G_{15},B,a,b) 15 16 17 23 24 27 34 36 4A 56 5A 7A; [457–986].(123–89A)

G_{16}: 12 13 14 25 26 35 37 46 48 59 6A 78 7A 89 9A
(G_{16},A,a,a) 15 16 18 23 24 27 34 38 47 56 58 67; [179–A54],[28A–963]
(G_{16},B,a,a) 15 16 18 23 28 29 39 3A 56 5A 69 8A; [179–A24],[368–475]
(G_{16},C,a,a) 15 16 19 28 29 2A 38 39 3A 56 5A 68; [18A–754],[234–769]
(G_{16},D,a,a) 15 16 17 24 28 29 45 47 58 68 69 79; [18A–934],[23A–765]]
(G_{16},E,a,a) 15 16 18 23 27 28 36 3A 57 5A 67 8A; [179–A42],[349–856]

(G_{16},B,a,b) 15 16 19 38 39 3A 45 49 4A 56 68 8A; [234–967],(125 –78A)

G_{17}: 12 13 14 25 26 35 37 46 48 59 6A 79 7A 89 8A
(G_{17},A,a,a) 15 16 18 24 28 2A 34 36 3A 4A 56 58; [19A–745],[239–786]

(G_{17},C,a,a) 15 18 19 23 24 28 39 3A 49 4A 58 5A; [167–A92],[368–457]
(G_{17},D,a,a) 15 16 19 23 24 27 36 39 45 49 57 67; [178–A43],[29A–865]
(G_{17},E,a,a) 15 16 19 23 27 29 34 36 45 49 57 67; [178–A42],[39A–865]
(G_{17},F,a,a) 15 16 17 23 24 29 34 39 49 56 57 67 ; [19A–863],[278–A45]

(G_{17},C,a,b) 15 16 19 23 24 29 36 3A 45 4A 56 9A; [349–876],(125–78A)

G_{18}: 12 13 14 25 26 35 37 48 49 58 69 6A 79 7A
(G_{18},A,a,a) 15 16 18 23 29 2A 39 3A 56 5A 68 89; [19A–754],[278–463]
(G_{18},B,a,a) 15 16 19 23 24 28 38 39 45 46 59 68; [178–A29],[34A–675]
(G_{18},C,a,a) 15 16 18 24 28 2A 34 38 3A 46 56 5A; [19A–754],[239–768]
(G_{18},D,a,a) 15 16 19 23 24 2A 36 39 45 46 5A 9A; [178–A43],[289–765]
(G_{18},E,a,a) 15 16 19 23 29 2A 36 3A 57 5A 67 9A; [178–A42],[389–465]

(G_{18},A,a,b) 15 16 18 34 39 3A 45 4A 56 68 89 9A; [238–467],(125–79A)
(G_{18},C,a,b) 15 18 19 24 28 2A 34 38 3A 45 59 9A; [239–768],(145–67A)

G_{19}: 12 13 14 25 26 37 38 49 4A 57 59 68 6A 7A 89
(G_{19},B,a,a) 15 16 18 23 24 27 35 36 47 48 58 67; [179–A82],[39A–465]
(G_{19},E,a,a) 15 16 18 24 28 29 45 46 5A 69 8A 9A; [179–A23],[356–487]

G_{20}: 12 13 14 23 24 34 56 57 58 67 69 7A 89 8A 9A
(G_{20},D,a,a) 15 16 18 25 26 29 35 38 39 46 48 49; [179–A45],[278–A36]

(G_{20},C,a,b) 15 16 19 26 27 2A 36 37 3A 59 5A 79; [178–A46],(234–589)

(G_{20},A,b,b) 15 19 1A 26 27 28 59 5A 68 6A 78 79; (134–678),(234–59A)
(G_{20},B,b,b) 15 16 19 27 28 2A 59 5A 68 6A 78 79; (134–78A),(234–569)
(G_{20},D,b,b) 15 16 17 28 29 2A 59 5A 68 6A 78 79; (134–89A),(234–567)

G_{21}: 12 13 14 23 24 34 58 59 5A 68 69 6A 78 79 7A
(G_{21},A,b,b) 15 16 18 27 29 2A 56 57 67 89 8A 9A; (134–79A),(234–568)
(G_{21},F,b,b) 15 16 17 28 29 2A 56 57 67 89 8A 9A; (134–89A),(234–567)

4. Висновки і перспективи. Як випливає з таблиці 1, з 378 можливих компонентних типів порядкового типу 0211 рівно 160 типів не порожні. Крім того, помітна тенденція зменшення кількості непорожніх компонентних типів зі зростанням кількості найменших компонент виду $K_{3,3}$.

Ми збираємося продовжити дослідження сформульованої задачі стосовно ще не розглянутих порядкових типів. Зазначимо, що дослідження кубічних розкладів порядку 13 розпочато в роботі [10], де перераховано можливі порядкові типи для цього випадку. Маємо на увазі, що чекають дослідження розклади графів K_n на регулярні графи степеня $k>3$.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Kirkman T.P. On a problem in combinations.// Cambridge and Dublin Math.Journal, 1847, 2, 191–204.
2. Dickson L.E., Safford F.N. Solution to problem 8.// Amer. Math. Monthly, 1906, 13, 150–151.
3. Mathon R., Rosa A. Tables of parameters of BIBDs with $r\leq 41$ including existence, enumeration and resolvability results: an update.// Ars Coombinatoria, 1990, 30, 65–96.
4. Петренюк А.Я. Про перелік кубічних розкладів повного графу K(10). //П’ята міжнародна конференція ім. акад. М.Кравчука , Тези доповідей, Київ, 1996, стор.332.
5. Петренюк Л.П., Петренюк А.Я. Реалізовність типів кубічних розкладів графу K_{10}. // Третя міжнародна науково-практична конференція “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”. 16–18 листопада 2005 р. Тези доповідей, Дніпропетровськ ,2005, 139–140.
6. Petrenjuk A.J. Decomposing K_{10} into cubic graphs of order 6. // Bull. Inst. Combin. Appl., 1994,12, 9–14.
7. Петренюк Л.П., Петренюк А.Я. К перечисленню неизоморфных разложений графа K(10) на кубические факторы. //Гос. летная академия Украины.–Кировоград, 1997.–186 с.(Деп. в ГНТБ Украины 18.06.97. №377–Ук97)
8. Petrenjuk A.J. Enumerating decompositions of K(10) into isomorphic cubic factors. //В зб. “Світогляд”, вип..2, Кіровоград, 1996, 52–60.
9. Бараев А.М., Фараджев И.А. Построение и исследование на ЭВМ однородных и однородных двудольных графов. //В сб. ”Алгоритмические исследования в комбинаторике”, Москва, 1978, .
10. Петренюк Д.А. Перелік можливих типів кубічних розкладів графу K_{13}. //Третя міжнародна науково-практична конференція “Математичне та програмне забезпечення інтелектуальних систем”. 16–18 листопада 2005 р. Тези доповідей. Дніпропетровськ, 2005, 137–138.

Кіровоградський Національний технічний університет

Надійшло 9 січня 2006 р.