

УДК 519.6

## АЛГОРИТМ СТАТИСТИЧНОГО АНАЛІЗУ СКЛАДНИХ КОЛИВАНЬ

О.М. Дреєв, З.Ю. Філер

Разработаны алгоритм и программа регрессионного анализа почти периодических процессов, используемая для экстраполяции-прогноза поведения стационарных случайных процессов. С её помощью анализируются солнечная активность и её последствия.

An algorithm and program of regressive analysis of almost batches processes, in-use for extrapolation-prognosis of conduct of stationary casual processes, is developed. With its help sun activity and its consequences is analyzed.

**Вступ.** Прогнозуючи сонячну активність (СА) та її наслідки – погодні зміни та врожаї [2], З.Ю. Філер звертав увагу своїх помічників – учнів Р.С. Шапоренка та Є.В. Білецького, враховувати, перш за все, коливальний характер відповідних числових рядів. Будучи прихильником *планетної* гіпотези про причини періодичності СА, він спочатку вибирав частотний спектр даних з кругових частот планет та періоду обертання Сонця навколо своєї осі. Відповідний регресійний аналіз на прохання З.Ю. Філера річних чисел Вольфа здійснив у Донецькій політехніці ще в 1979 р. В.В. Карабчевський. Аналіз показав наявність складових з такими частотами, але дисперсія виявилася дуже великою. Це свідчило про наявність інших, неврахованих частот та суттєвої випадкової складової. Будучи фахівцем з теорії нелінійних коливань, Філер розумів необхідність врахування й комбінаційних частот типу  $k_1\omega_1+k_2\omega_2$ , де  $k_i$  є якісь *цілі* числа. Зокрема, для пари наймасивніших планет Юпітера й Сатурна суттєвою є комбінація з  $k_1=1$  й  $k_2=-1$ , яка має період, близький до 20 років, бо відповідна частота їх відносного обертання  $\omega = \omega_1 - \omega_2$  при  $\omega = 2\pi/T$ . Очевидна наявність дуже великого комбінаційного періоду  $T_k$  з малою частотою  $5\omega_1 - 2\omega_2$ , бо на 2 періоди Сатурна (58,92 років) припадає 5 періодів обертання навколо Сонця Юпітера (59,36 р.). Інакше важко пояснити наявність 22-річного періоду змін СА з урахуванням зміни *орієнтації* магнітних полів сонячних плям, коли *кількість* їх (число Вольфа) змінюється з періодом, близьким до 11-річного. «Вертикальна» складова відповідного моменту сил змінюється через різний нахил їх орбіт до екліптики.

Стала зрозумілою необхідність пошуку не тільки *амплітудного*, а й *частотного* спектру. Таку задачу Філер поставив перед своїм учнем О.М.Дреєвим, з яким вдалося ще у 90-ті роки реалізувати гармонічний аналіз (Фур'є) за допомогою узагальненої формули Сімпсона *чисельного* інтегрування коливних функцій. Відомо, що коефіцієнти Ейлера-Фур'є знаходяться за допомогою інтегралів від коливних функцій – добутків аналізованої функції  $f(x)$  на  $\cos(k\omega x)$  чи  $\sin(k\omega x)$ . При великих  $k$  класичні

методи гармонічного аналізу не придатні, бо не враховують коливальність підінтегральних функцій і тому вимагають дуже малого кроку. Але тоді основна частота  $\omega$  вважалася заданою. Для аналізу Фур'є достатньо даних про зміну величини протягом одного (самого довгого, основного) періоду, бо всі періоди кратних частот укладаються на основному періоді ціле число раз. Відоме, що коефіцієнти Ейлера-Фур'є мінімізують суму квадратів відхилень даної функції від тригонометричного поліному; через ортогональність системи функцій  $1, \cos(k\omega x), \sin(k\omega x)$  при цілих  $k$ , ці коефіцієнти не залежать від довжини полінома й визначаються незалежно.

Для полігармонічного сигналу, у якого частоти не є кратними однієї основної частоти, такий підхід не є достатнім. Але навіть для ірраціонального відношення частот при чисельному аналізі вони будуть наближуватися скінченими десятковими дробами, тому їх відношення при розрахунку буде числом раціональним. Через це наближено такий сигнал буде періодичним з періодом, який є найбільшим спільним кратним всіх періодів. Його можна визначити, знаючи всі частоти гармонічних складових сигналу. Це вимагатиме довгого ряду спостережень.

**Пошук основної частоти коливань квазіперіодичного сигналу .** Основною ідеєю є вилучення неперіодичного *тренду* з наступним гармонічним аналізом нової функції  $z(t)$  – різниці між даною функцією та трендом [3]. Множину пар  $(t_i; z_i)$  будемо наближати функцією  $u(t)=A+a\cdot\cos(\omega t)+b\cdot\sin(\omega t)$  зі сталими  $A, a, b, \omega$ , шукаючи найкраще наближення в середньому квадратичному, тобто мінімізуючи суму квадратів відхилень табличних пар  $(t_i; z_i)$  від значень функції  $u(t_i)$ :

$$S(A,a,b,\omega)=\sum_{i=1}^N [z_i - u(t_i)]^2 - \min \Rightarrow \tag{1}$$

тобто, коли

$$\frac{\partial S}{\partial A} = \frac{\partial S}{\partial a} = \frac{\partial S}{\partial b} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial \omega} = 0. \tag{2}$$

Система рівнянь (2) нелінійна і має не один розв'язок; серед цих розв'язків потрібно вибрати той, який дає найменше значення  $S(A,a,b,\omega)$ .

Якщо задати якесь  $\omega$ , то з перших трьох рівнянь системи (2) можна знайти відповідні значення  $A, a, b$ , які мінімізують суму (1) при цьому  $\omega$ . Вибравши розумний інтервал для значень  $\omega$ , виходячи з відповідних фізичних умов (з урахуванням кроку значень часу  $t_i$  й теореми Котельникова про обмеженість вищих частот), при значеннях  $\omega_k$ , взятих з якимсь кроком  $\Delta\omega$ , виділимо ту частоту  $\omega_1$ , яка дає найменшу суму  $S(A,a,b,\omega)$ . Далі ми обчислимо нову функцію  $u_1(t)=A_1+a_1\cdot\cos(\omega_1 t)+b_1\cdot\sin(\omega_1 t)$  для нових різниць за тією ж ідеологією мінімізації з новим найкращим  $\omega_2$  й т. д. Кількість складових гармонік  $N$  визначається заданою точністю наближення й встановлюється в процесі аналізу. При проведенні аналізу, пошук нових доданків припиняється при

різкому уповільнені зменшення чергового мінімального значення функції  $S(A,a,b,\omega)$ .

За описаним алгоритмом О.М. Дреєвим розроблена програма **Extrapol**. Для користувачів ним написана інструкція, яка дозволяє отримати частотно-амплітудний спектр заданого числового ряду й застосувати його для прогнозів.

### Інструкція

*до частотно-амплітудного аналізу числових рядів  
за допомогою програми EXTRAPOL-08*

Програма EXTRAPOL створена для частотно-амплітудного аналізу, вона пристосована для зручного використання з електронною таблицею Excel.

Вхідними даними є дві колонки чисел: перша – значення аргументу; друга – відповідні значення залежної величини «функції» (наслідку).

Процес аналізу відбувається послідовно. Треба:

1. Виділити вхідні дані та скопіювати їх у буфер обміну.
2. Перейти до програми аналізування, й у лівому вікні вставити вхідні дані (через контекстне меню, або комбінацією клавіш Ctrl+v).
3. Знизу форми повзунком вибираємо бажану кількість  $N$  гармонік .
4. Клацаємо кнопку «Аналізувати».
5. Для побудови прогнозу клацаємо кнопку «Розрах. прог.».
6. Встановлюємо початкове та кінцеве значення аргументу, крок між послідовними значеннями аргументу.
7. Клацаємо кнопку «Пуск». У лівому боці форми для проведення розрахунків матимемо таблицю прогнозованих (чи наближених) даних.

Вікна для інтерактивних розрахунків мають вигляд:

### Головне вікно програми

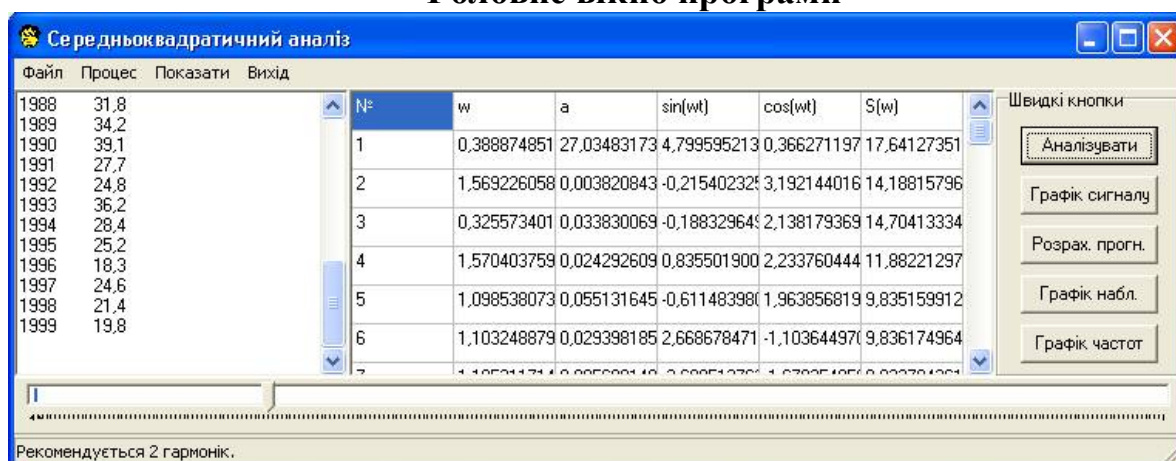


Рис. 1

Результати розрахунків можуть бути перенесені до текстового файлу, або копіюватися до таблиці Excel для подальшої обробки (зіставлення з іншими даними чи прогнозами, побудові графіків).

Під час розкладання на тригонометричні складові вхідних даних, програма спостерігає за якістю наближення (величиною мінімального значення суми  $S(A,a,b,\omega)$ ) порівняно з попередніми кроками. На основі цього спостереження пропонується верхня межа, після якої якість наближення мало покращується при зростанні кількості  $N$  гармонік. Наведений приклад (рис. 1) показує наявність лише двох значимих тригонометричних складових. Відсутність значимих тригонометричних складових означає неперіодичність послідовності отриманих різниць. Головною особливістю програми є знаходження довгоперіодичних складових, період яких перевищує час спостережень у 5-10 разів. Ці довгоперіодичні складові утворюють досить складні тренди, відмінні від поліноміальних, які передбачені в Excel (до 6-го степеня).

Вікно для обчислення прогнозу чи наближення

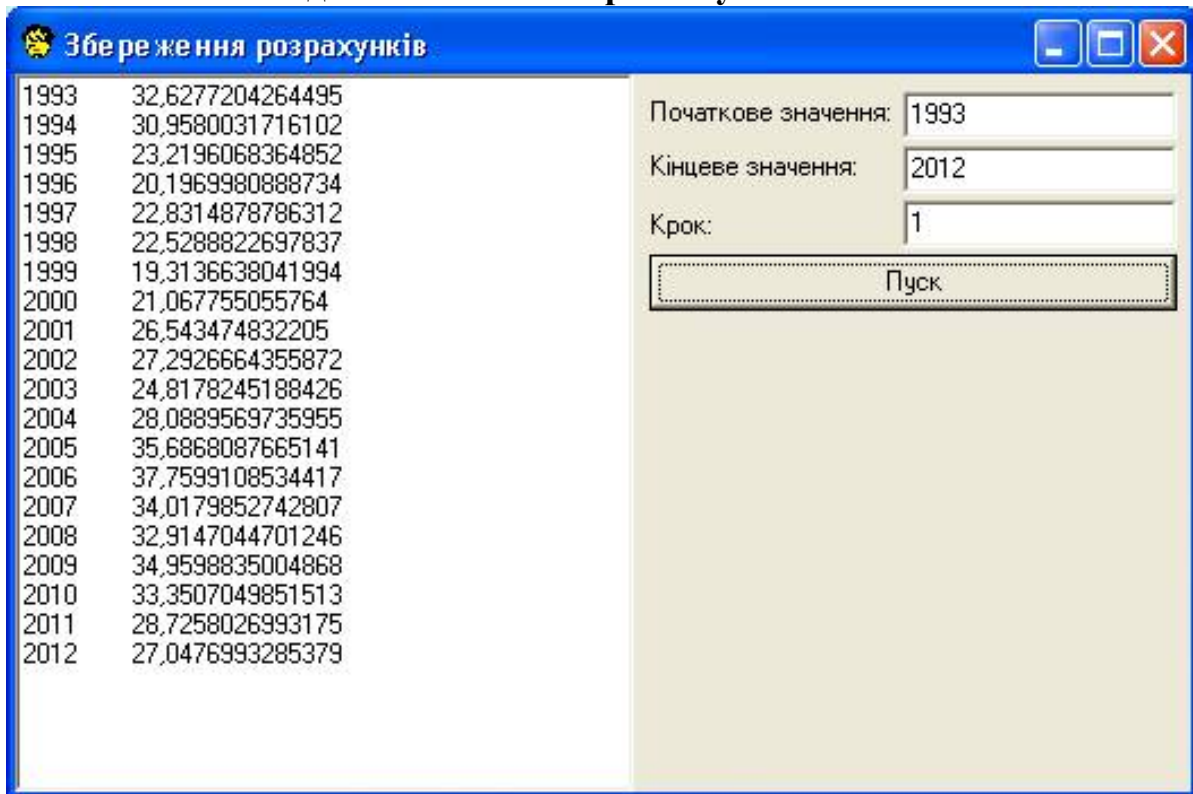


Рис. 2

Як приклад використання програми EXTRAPOL для побудови тренду (наближення тригонометричним поліномом) у порівнянні з трендом, побудованим Excel, ми провели аналіз чисел Вольфа. Поліноміальний тренд шостого степеня має сім коефіцієнтів; пошук двох тригонометричних складових зводиться до знаходження також семи величин: однієї сталої,

чотирьох коефіцієнтів при синусах та косинусах гармонік двох частот. Якість наближення трендів до вхідних даних можна оцінити візуально на рис.3. *Поліноміальний* тренд, знайдений програмою Excel, навіть якісно не спроможний передати наявність місячного циклу СА, який пов'язаний із власним обертанням Сонця; тим більш він не здатний показати розвиток процесів в майбутньому чи в минулому й високочастотні складові. *Тригонометричний* тренд, отриманий за допомогою програми EXTRAPOL, непогано передає фази коливань СА; амплітудні значення можуть відрізнятися суттєво, бо вони є випадковими величинами, пов'язаними з турбулентним характером руху плазми у конвективній зоні Сонця. Це дає змогу прогнозувати етапи спаду та зростання в місячному циклі змін СА, обумовленими обертанням Сонця навколо своєї осі. Але навіть цей *період* є змінним, бо Сонце не є твердим тілом і його обертання є диференційованим – період обертання екваторіальної зони 27 діб менше періоду обертання середніх широт (29-30 діб). Плями у період максимуму спостерігаються у широтах 30-40°. На спаді СА вони спостерігаються у низьких широтах, наближаючись до широт 5-8° у період перед мінімумом СА. На середині 3-річного етапу мінімуму багато днів, коли плям узагалі не видно; після проходження точки мінімуму, вони змінюють орієнтацію магнітних полів й з'являються у верхніх широтах. Якраз зараз є ознака закінчення «старого» 23 циклу СА й початку «нового» 24 циклу СА (при спостереженнях з 1749 р.). Тому навіть найвища частота  $\omega_1$  для щодобових даних СА підлягає знаходженню в процесі аналізу щоденних даних СА для побудови прогнозу коротко періодичних наслідків СА. Такий аналіз для чисел Вольфа з вересня 2006 р. до січня 2007 р. проведено за допомогою описаної програми EXTRAPOL і показано на рис. 3. Очевидно непоганий прогноз *фаз* змін СА (етапів зростання та спадання, днів максимуму та мінімуму), хоча «амплітудні» значення відрізняються помітно. Це й не дивно, бо числа Вольфа є типовим прикладом стаціонарних випадкових процесів з детермінованим частотним спектром і випадковим розподілом амплітуд окремих гармонік. Чітко видно по тригонометричному тренду майже періодичний процес з основним періодом, близьким до 1 місяця. Наведений там же поліноміальний тренд 6 степеня навіть у середньому не передає характеру цих складних коливань. Це й зрозуміло, бо многочлен 6 степеня має похідну 5-го степеня, яка дасть не більше 5 точок екстремуму. На рис. 3 чітко видна наявність 3 точок максимуму й 2 точок мінімуму, хоча дані величини чисел Вольфа мають не менше 10 точок максимуму (навіть, вважаючи 2 близьких максимуми за один) й не менше 8 точок мінімуму, якщо вважати за одну точку цілий тиждень нульових значень  $W$ .

**Числа Вольфа та їх поліноміальний (6 степінь) та тригонометричний (2 гармоніки) тренди**

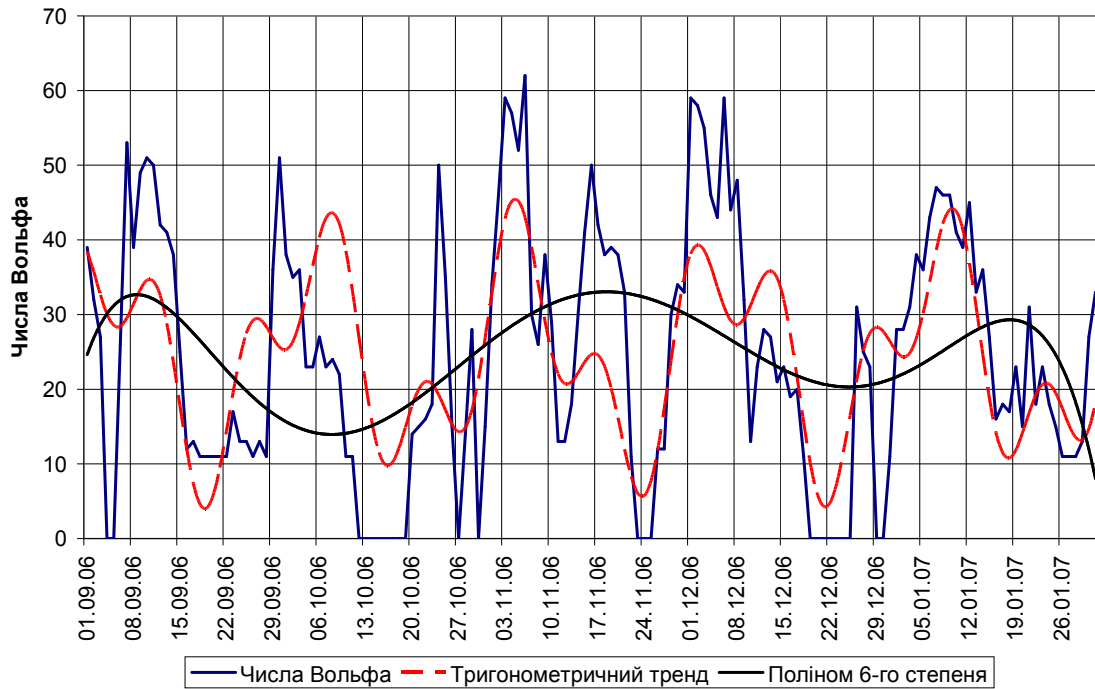


Рис. 3

Такий же складний характер мають зміни середньомісячних чисел Вольфа протягом одного циклу (рис. 4). Прогноз НАСА побудовано за середньомісячними даними чисел Вольфа, які були до квітня 2008 р. Вони показані зліва від початку 1995 р., коли ще йшов етап спаду СА у 22 циклі. Він закінчився восени 1996 р. На березень місяць 2008 р. прогнозувався з літа 2007 р. мінімум СА 23 циклу. 4 січня 2008 р. [5] вперше спостерігалася група плям протилежної орієнтації у верхніх широтах, що свідчило про можливий кінець 23-го циклу й початок 24-го циклу. Але, одна ластівка весни не приносить: деякий час на етапі мінімуму спостерігаються плями властиві «старому» й «новому» циклам – на різних широтах та різної орієнтації. Знову така ж комбінація ознак нового циклу з'явилася 14 квітня. Прогноз НАСА, зображений на рис. 4, зроблений експертами, які враховують різні якісні ознаки тривалості та висоти 11-річного циклу й дають «довірчі» допуски, у яких повинні міститися середньомісячні дані. Очевидно суттєве відхилення цих значень від указаних для них смуг. Більше того, у кінці 2000 р. автор сайту НАСА Д. Хатавей писав про початок спаду СА після проходження максимуму. Але реальна дійсність не оправдала його прогнозів: з кінця 2000 до середини 2001 року СА знову почала зростати. Цей максимум став «двоголовим». 9 вересня 2001 р. СА знову досягла високого максимуму. Можливо, це стало безпосередньою причиною вибору дати нападу терористів на американські міста? Одним з наслідків швидких змін СА є збудження психіки й прийняття давно підготовлених рішень («перейти Рубікон») [1].

## Середньомісячні числа Вольфа 23 циклу СА та їх прогноз на 24-й цикл

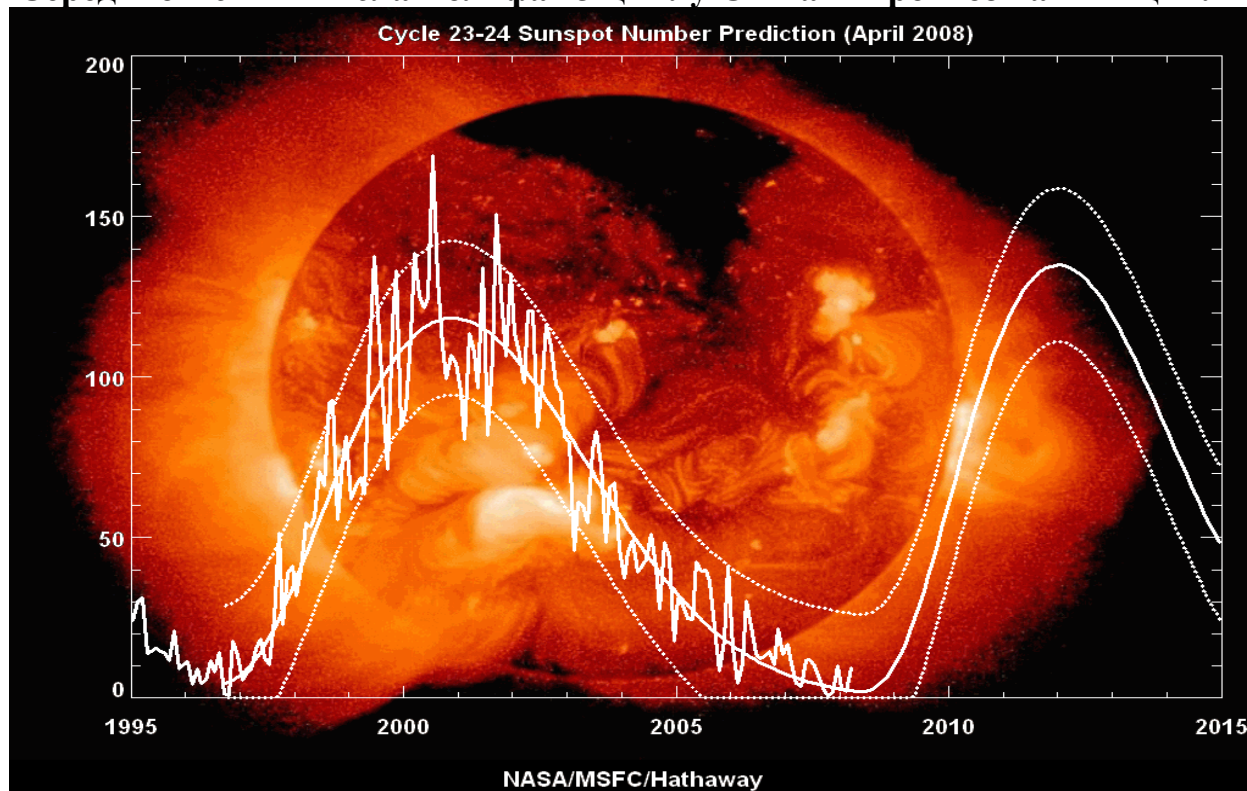


Рис. 4

Прогнозисти НАСА не враховують зміну орієнтації магнітних торів при переході через мінімум, розглядаючи лише 11-річні цикли. Ми вже з кінця 80-х років враховуємо цю зміну, розглядаючи як основний 22-річний цикл зміни чисел Вольфа, приписуючи знак мінус їм у непарних циклах (рис. 5).

Очевидно, такий графік має значно закономірнішу структуру, він достатньо близький до синусоїди з періодом у 22 роки. Етап мінімуму при переході від одного 11-річного до наступного 11-річного напівциклу припадає на нульову величину СА. Рисунок типу рис. 4 отримують «випрямленням» рис. 5, як це відбувається зі струмом при проходженні його через двонапівперіодний випрямляч. Навіть точна синусоїда періоду  $T$  при цьому дасть нескінченний спектр з чітко вираженим періодом  $T/2$  й сталою складовою  $2/T$  й вищими гармоніками з косинусними амплітудами парних частот величини  $4/(k^2-1)/T$ . Тому й важливо для знаходження середньорічних прогнозів брати масив чисел Вольфа з відповідними знаками. Такий масив дасть і довгоперіодичні коливання з періодами 44, 66, 88 та 110 років. Короткі періоди, пов'язані з переміщенням ближніх планет (Меркурія, Венери, Землі з Місяцем, Марса) й пояснюють відхилення від «синусоїди» протягом 3-4 років. Після публікації Д.Хатавеєм прогнозів експертів НАСА на наступний 24 цикл у липні 2007 р., ми розробили свій прогноз за допомогою програми EXTRAPOL.

Він разом з експертними прогнозами НАСА показаний на рис. 6.

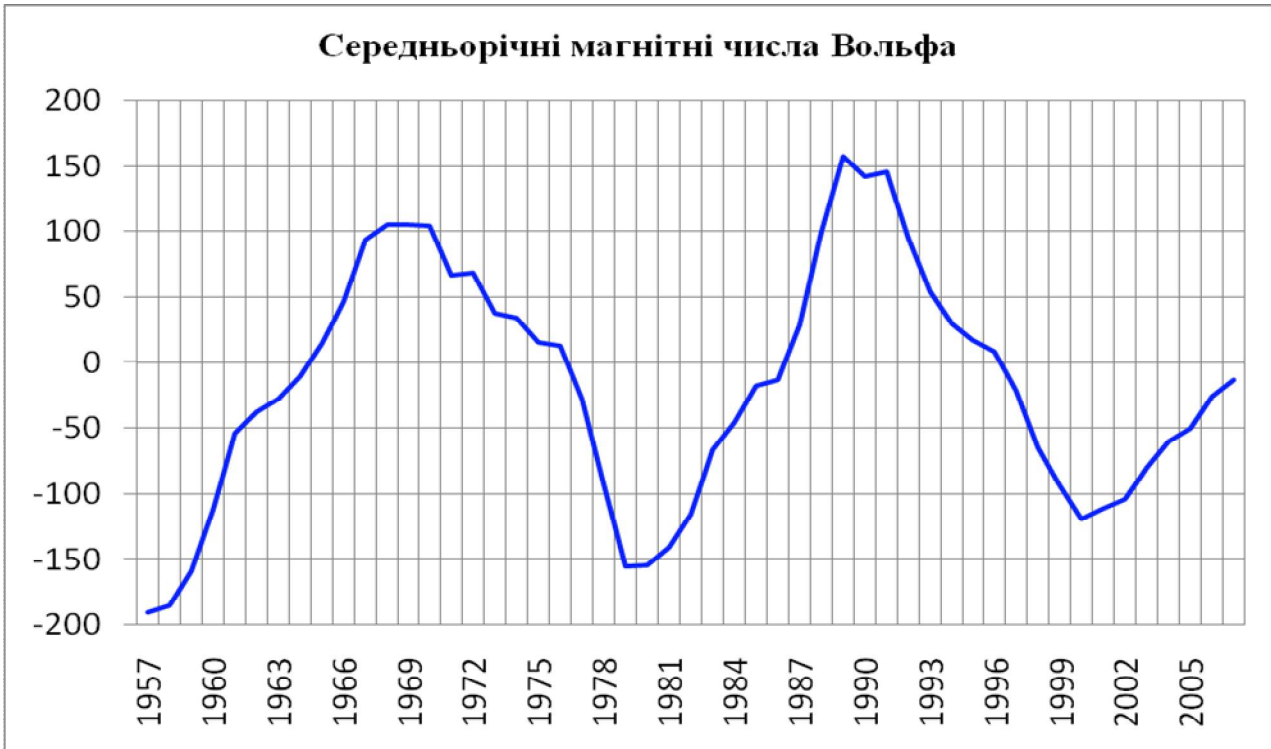


Рис. 5

Дві «половинки» 22-річного циклу – «додатня»(парний 11-річний цикл) і «від’ємна» (непарний наступний 11-річний цикл) мають різну тривалість, створюючи цілий «22-річний» магнітний цикл Д.Хейла.

### ПРОГНОЗИ НАСА Й НАШ НА НАСТУПНИЙ 24-Й ЦИКЛ СА

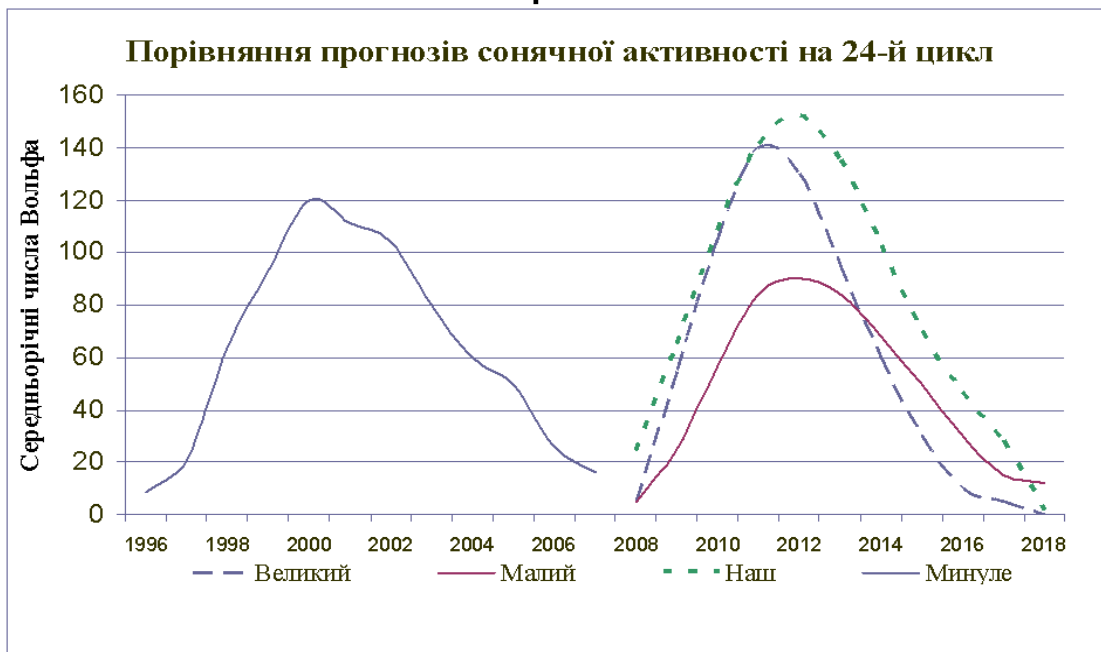


Рис. 6



Очевидно, що наш прогноз за положенням максимуму СА в 2012 р. близький для «малого» прогнозу НАСА, а за величиною максимуму – до «великого» прогнозу НАСА. Повільніший характер змін СА як на етапі зростання в 2009 – 2010 рр., так і на етапі спаду в 2014 – 2017 рр. обіцяє більш спокійний характер соціальних наслідків змін СА, ніж у 2004 р.

### Висновки

1. Розроблені алгоритм та програма для знаходження рівняння регресії числових рядів із можливо нерівномірними в часі значеннями, які мають майже періодичний характер.

2. Програма EXTRAPOL дозволяє проводити наближення тригонометричним поліномом з пошуком відповідних некратних частот (на відміну від Фур'є-аналізу) та прогнозування в інтерактивному режимі.

3. Зіставлені степеневі тренди в Excel та тригонометричні, знайдені за допомогою EXTRAPOL; показано, що тригонометричні тренди значно краще передають характер майже періодичних сигналів, тоді як поліноміальний тренд непридатний для опису коливань на достатньо довгому інтервалі.

4. Тригонометричний тренд можна застосовувати для якісного та кількісного прогнозування характеру змін сигналу, що досліджується, як в майбутнє так і в минуле.

5. Розроблена методика та програма застосовуються для вивчення та прогнозування змін сонячної активності, врожайності сільськогосподарських культур, змін стану здоров'я [4; 3] та соціальної активності людства.

6. Інструкція для користувача доступна навіть для студентів, як показав досвід її використання для аналізу тривалості життя, кількості пожеж, урожайності культур на Кіровоградщині, демографічних показників й т.п.

### БІБЛІОГРАФІЯ

1. Чижевський О.Л. Фізичні фактори історичного процесу/ Пер. з доп. З.Ю.Філера та О.М.Дреєва. – Кіровоград: "КОД". – 2007.
2. Філер З.Ю. Прогнози сонячної активності та її наслідків на 1997 р. -Кіровоград : КДПУ, 1996.- 60 с.
3. Філер З.Е., Дреєв А.Н. Развитие идей Чижевского: от познания до прогноза//Юбилейные Чтения памяти Александра Леонидовича Чижевского, посвящённые 110-летию учёного. Сб. тр. конференции 27-30.11.2007. – Санкт-Петербург: Политехн. ун-т, 2007. – С. 160-164.
4. Філер З.Ю., Дреєв О.М. Людина і Сонце. Погода і здоров'я.//Моя Батьківщина/Моя Родина. – Кожного числа з осені 2003 р. – С.8.
5. News and information about the Sun – Earth environment// <http://www/Spaceweather.com>.