7. Wasow W. Simplification of turning point problems for systems of linear differential equations // Trans. Amer. Math. Soc. – 1963. – 106. – P. 100 – 114.

8. Langer R.E. The solutions of the differential equations $v''' + \lambda^2 z v' + 3\mu\lambda^2 v = 0$ // Duke Math. J. – 1955. – 22. – P. 525 – 542.

УДК 373.5.016+514.371

ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ СИСТЕМНО-ДІЯЛЬНІСНОГО НАВЧАННЯ У ПРОЦЕСІ ІНТЕНСИВНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ ОБДАРОВАНИХ УЧНІВ

Л.В.Ізюмченко, Р.Я.Ріжняк

В данной статье анализируется влияние на результативность математической подготовки одаренных учащихся модели учебного процесса, в которой используются элементы системно-деятельностного обучения.

The influence on effectiveness of mathematical training of gifted learners of the educational process model, in which the elements of systematic action teaching are used, is analysed in this article.

Зміни в житті суспільства приводять до зміни пріоритетів шкільної освіти, які проявляються у підвищенні уваги до розвитку особистості учня, його свідомості, культури мислення і творчих здібностей, і, що дуже важливо, до організації навчання способу пізнання, а не знань у чистому вигляді. Особливого значення ці пріоритети набувають у старшій школі, коли освіта націлена на забезпечення молодої особи умовами для професійного самовизначення з урахуванням її індивідуальних особливостей, можливостей і потреб. Тут навчання має здійснюватися на основі розширення і поглиблення знань і, головне, умінь та способів діяльності, надбаних раніше. Тобто значення набувають вже не конкретні знання, а вміння працювати з науковою, навчальною, наочною інформацією в цілому, будувати логічні ланцюжки, аналізувати наявну інформацію. Особливої актуальності орієнтація на навчання способів пізнання набуває у процесі інтенсивної математичної підготовки обдарованих учнів у системі МАН України [1], при організації занять з учасниками математичних олімпіад [2], з учнями заочних математичних шкіл при вищих навчальних закладах України [3]. Очевидно, що така підготовка передбачає проведення узагальнення і систематизації фактичного матеріалу, розкриття та засвоєння зв'язків і відношень між елементами матеріалу, побудову складної системи пізнання предмету вивчення [4].

Для успішного усвідомлення та практичного використання складних взаємозв’язків між компонентами змісту математичного матеріалу, що передбачений для вивчення та засвоєння вказаними категоріями учнів, останнім необхідно оволодіти тезаурусом різних фактів з теорії, а також мати дослідницьку інтуїцію. Кожна навчальна дія, як правило, становить множину міркувань, операцій, формул і контролюючих заходів. Відомо, що математичні задачі розширюють уявлення школярів про різноманітні підходи, ідеї, методи, які забезпечують їх розв'язування. Проте важливо й інше: задачі спонукають учнів до висування й обґрунтування певних припущень, побудови фрагментарних теоретичних узагальнень, сприяючи в такий спосіб формуванню у школярів творчого, евристичного мислення, а також прагнення до дослідницької діяльності. Саме тому виникає необхідність використання елементів системно-діяльнісного навчання у процесі математичної підготовки обдарованих школярів, що через форми і методи навчальної роботи приводить учнів до узагальнень і систематизації математичних знань та умінь.

Щоб пошук і створення способу розв'язування математичних задач відбувались за певним планом, учні повинні володіти основними способами (методами) розв'язування, серед яких можна виділити такі основні: 1) розбиття задачі на підзадачі; 2) перетворення задачі; 3) кодування об'єктів задачі. Коротко охарактеризуємо кожний зі способів.

Спосіб *розбиття задачі на підзадачі* полягає в тому, що складну задачу розбивають на декілька більш простих, стандартних задач, при послідовному розв'язуванні яких розв'язується і дана задача. Це можна зробити такими шляхами: розбити умову задачі на частини; розбити питання задачі на частини, оскільки учням може бути важко відповісти на нього відразу; розбити об'єкт задачі на частини (у тих випадках, коли об'єкт задачі складний або є нескінченною множиною).

Спосіб *перетворення задачі* полягає в тому, що за допомогою деякого прийому ми перетворюємо дану задачу в більш просту, знайому учням, подібну, еквівалентну задачу.

Спосіб *кодування об'єктів задачі* подібний до попереднього способу − тобто ми замінюємо задачу на їй еквівалентну. Але на відміну від *способу перетворення задачі*, де заміна відбувається в межах однієї й тієї ж мови, *спосіб кодування об'єктів задачі* передбачає перехід від однієї мови (наприклад, алгебраїчної) до іншої (геометричної) за допомогою кодування об'єктів задачі.

Основним прийомом розв'язування математичних задач способом кодування об'єктів задачі є математичне моделювання. Вид і характер моделювання визначаються головним чином характером сформованих в учня евристичних схем пошуку розв'язання і характером самої задачі [4], [5]. Будемо у подальшому викладі розуміти математичну модель як спеціальний опис (часто наближений, абстрактний) деякої проблеми, ситуації, який дає можливість в процесі її аналізу застосувати формально-логічний апарат математики. При математичному моделюванні маємо справу з теоретичною копією, яка в математичній формі виражає основні закономірності, властивості об'єкту, що вивчається. У процесі математичного моделювання (про моделювання див. [4]) виділяють три етапи: 1) формалізація – переклад запропонованої задачі (ситуації) на мову математичної теорії (побудова математичної моделі задачі); 2) розв'язування задачі в межах математичної теорії (кажуть: розв'язування всередині моделі); 3) транслювання результату математичного розв'язання задачі на ту мову, на якій була сформульована задача (інтерпретація одержаного математичного розв'язку).

Розглянемо детальніше висловлені ідеї на прикладі організації розв'язування конкретної задачі.

Приклад 1. *Яким має бути число* a*, щоб існувало рівно чотири різні пари чисел* $(x;y)$*, для яких справджуються обидві рівності*

$$25x^2+y^2+2y=a-1 \quad \text{і} \quad \sqrt{5|x|}+\sqrt{|y+1|}=3 \text{ (с. 42 з [1]).}$$

Розглянемо розв'язування різними способами, що були вказані нами вище.

Спосіб 1 (розбиття задачі на підзадачі).

Розглянемо окремо кожне з рівнянь та визначимо їх властивості. Перепишемо перше рівняння у вигляді:

$$25x^2+y^2+2y=a-1 \Leftrightarrow (5x)^2+(y+1)^2=a.$$

Це рівняння точки чи еліпса (або кола, стиснутого в 5 разів до осі Oy) при $a\ge 0$, для якого центром симетрії є точка $(0;-1)$. При $a<0$ рівняння не задовольняє жодна точка, координатами яких є дійсні числа. Тому очевидно, що $a\ge 0$. Для $y\ge -1,\ a\ge 0$ маємо рівняння кривої:

$$y=-1+\sqrt{a-(5x)^2}\ ,$$

для $y<-1,\ a\ge 0$ маємо рівняння кривої:

$$y=-1-\sqrt{a-(5x)^2}\ .$$

Розглянемо друге рівняння. Зрозуміло, що для графіка цього рівняння:

$$\sqrt{5|x|}+\sqrt{|y+1|}=3$$

центром симетрії є точка $(0;-1)$. При $x\ge 0;\ y\ge -1$ рівняння рівносильне такому рівнянню:

$$\sqrt{5x}+\sqrt{y+1}=3 \text{ чи } y=5x+8-6\sqrt{5x}\,.$$

Тому достатньо знайти такі значення параметра, при яких є рівно одна спільна точка у обох функцій (в області $x>0;\ y\ge -1$). Це може бути або точка дотику двох графіків, або точка їх перетину. Знову розіб'ємо розв'язування на два етапи − знайдемо значення параметра, при якому можливе існування точок дотику графіків (це можна здійснити, перевіривши на наявність спільних дотичних до графіків), а потім знайдемо значення параметра, при якому можливе існування точок перетину графіків.

Обчисливши похідні двох функцій і прирівнявши їх та значення обох функцій в точці дотику, маємо значення для параметра $a=10\frac{1}{8}$, точка дотику

$\left(\frac{9}{20};\frac{5}{4}\right)$, інші три точки – дві симетричні до вказаної відносно прямих відповідно $y=-1;\ x=0$ та одна центральносиметрична відносно точки $(0;-1)$.

Друге граничне значення параметра отримаємо у точці, де похідна не існує, тобто при $a=81$, дві спільні точки графіків рівнянь мають координати $(0;\ 8), (1{,}8;\ -1)$, інші точки – симетричні до вказаних відносно прямих відповідно $y=-1;\ x=0$.

Спосіб 2 (перетворення задачі).

Якщо проаналізувати 1 спосіб, то видно, що ми йшли за стандартною схемою: спільна точка $\to$ спільна дотична $\to$ похідні у точці рівні і т.д. Насправді усі обчислення є досить громіздкими, і тому виникло природне бажання знайти інше розв'язання.

З умов задачі:

$$25x^2+y^2+2y=a-1 \quad \text{і} \quad \sqrt{5|x|}+\sqrt{|y+1|}=3$$

при виконанні заміни $5x=X, y+1=Y$, що відповідає паралельному перенесенню початку координат в точку (0;-1) і розтягу вздовж осі абсцис у 5 разів (від осі Oy), маємо (побудова нової *математичної моделі задачі*):

$$\begin{cases} X^2+Y^2=a, \\ \sqrt{|X|}+\sqrt{|Y|}=3, \end{cases}$$

− симетричну систему рівнянь відносно невідомих $|X|$ і $|Y|$. Аналіз дозволяє зробити висновки, що як тільки пара (точка) з координатами (X,Y) задовольняє умови системи, то і точки з координатами $(X,-Y),(-X,Y),(-X,-Y),\ (Y,X),(-Y,X),(Y,-X),(-Y,-X)$ − також задовольняють умови вказаної системи. Оскільки умова вимагає наявності лише чотирьох точок, то:

а) або точки (X,Y) і (Y,X) співпадають, тобто $X=Y$,

б) або $(X,Y)\equiv(-X,Y)$ або $(X,Y)\equiv(X,-Y)$, тобто $X=0$ або $Y=0$.

Розв'яжемо систему рівнянь для випадку (а) (на мові математичного моделювання − *розв'яжемо всередині моделі*):

$$\begin{cases} 2\sqrt{|X|}=3, \\ 2X^2=a, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |X|=\frac{9}{4}, \\ a=\frac{81}{8}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\pm\frac{9}{20}, y=\pm\frac{9}{4}-1 \\ a=\frac{81}{8}, \end{cases}.$$

Тоді отримаємо такі спільні точки $\left(\pm\frac{9}{20},\pm\frac{9}{4}-1\right);\left(\pm\frac{9}{20},\mp\frac{9}{4}-1\right)$. У випадку (б):

$$X=9,\ \text{або}\ Y=9,$$

а тоді $a = 81$ − отримуємо 4 спільні точки − $(0;\, 8)$, $(1{,}8;\, -1)$,$(0;\, -10)$, $(-1{,}8;\, -1)$.

Відповідь: $a = 10\frac{1}{8}$, або $a = 81$ (*інтерпретація одержаного математичного розв'язку*).

Спосіб 3 (кодування об'єктів задачі).

Використаємо для цього один з прикладних комп'ютерних пакетів, який може будувати графіки функцій та рівнянь та здійснювати елементарний аналіз їх властивостей (наприклад "Advanced Grapher" [6] − даний продукт у випадку некомерційного використання може бути отриманий безкоштовно).

Перекодуємо об'єкти задачі в термінологію графіків функцій або рівнянь та наочного представлення інформації. Представимо друге рівняння задачі:

$$\sqrt{5|x|} + \sqrt{|y+1|} = 3$$

у вигляді сукупності функцій:

$$\left[\begin{array}{l} y = 8 + 5x - 6\sqrt{5x},\ \text{якщо } x \ge 0,\ y \ge -1 \\ y = 8 - 5x - 6\sqrt{5(-x)},\ \text{якщо } x < 0,\ y \ge -1 \\ y = 10 - 5x + 6\sqrt{5x},\ \text{якщо } x \ge 0,\ y < -1 \\ y = -10 + 5x + 6\sqrt{5(-x)},\ \text{якщо } x < 0,\ y < -1 \end{array}\right.,$$

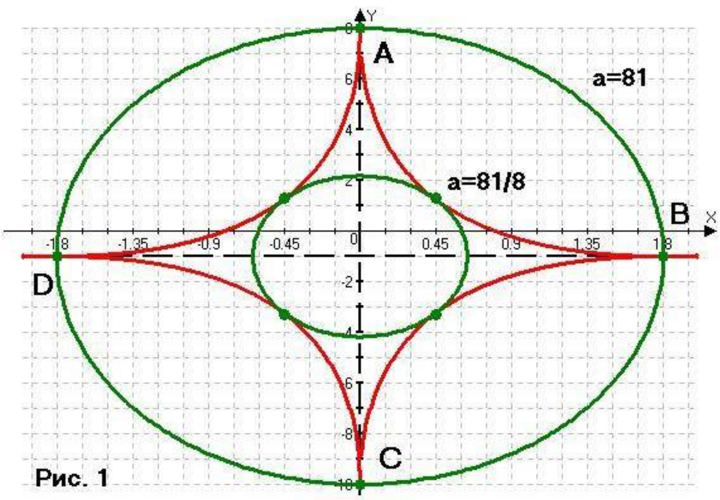

Рис. 1

та побудуємо графіки цих функцій (в сукупності вони утворюють фігуру, що нагадує 4-кутну зірку з вершинами у точках *A, B, C, D* − рис. 1). Вони утворюють фігуру, центральносиметричну самій собі відносно точки $(0;\, -1)$. Очевидно, що точка $(0;\, 8)$ є спільною точкою перших двох графіків функцій, а точка $(1{,}8;\, -1)$ − спільною точкою першого та третього графіків (це можна визначити, провівши елементарні обчислення або скориставшись меню «Пересечения» обраного пакету). Враховуючи центральносиметричність графіка другого рівняння можна стверджувати, що точки $(0;\, -10)$, $(-1{,}8;\, -1)$ також є спільними точками відповідно третьої та четвертої і другої та третьої функцій. З іншої сторони, запис першого рівняння у вигляді:

$$(5x)^2 + (y+1)^2 = a$$

дає можливість стверджувати, що графік цього рівняння буде також центральносиметричним відносно точки $(0;-1)$. Отже, можна знайти таке значення параметра *a*, що графік першого рівняння пройде через вказані чотири точки. Знайдемо значення параметра *a*, підставивши у рівняння $(5x)^2+(y+1)^2=a$ замість змінних *x* та *y* координати однієї з точок перетину (наприклад, $(0;\,8)$). Тоді отримаємо:

$$(5\cdot 0)^2+(8+1)^2=a,\ \text{отже},\ a=81$$

Тепер будуємо графік рівняння $(5x)^2+(y+1)^2=81$ (рис. 1) і за допомогою меню «Пересечения» обраного пакету AG визначаємо, що графік рівняння проходить через інші три точки. Зазначимо певну незручність (можливо, навіть, неточність) вказаного пакету у контексті ітераційності його алгоритму знаходження точок перетину графіків функцій. Тому висновки, отримані з використанням цього пакету, обов'язково слід перевіряти аналітичними методами.

Аналіз загального вигляду графіка другого рівняння (рис. 1) дає можливість висловити гіпотезу про те, що існує таке значення параметра, при якому графік першого рівняння буде дотикатися до графіка другого рівняння.

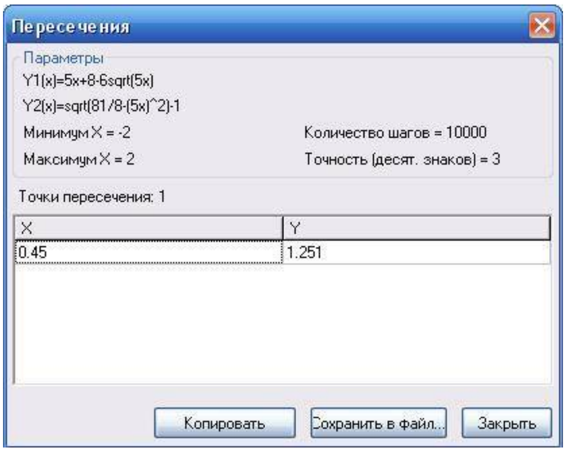

Рис. 2

Розглянемо цю ситуацію стосовно частини графіка другого рівняння, що є графіком функції:

$$y=8+5x-6\sqrt{5x},\ \text{якщо}\ x\ge 0,\ y\ge -1$$

і представлений на рис. 1 кривою між точками *A* та *B*. Формула функції, що представляє у цій частині площини перше рівняння задачі, буде виглядати так:

$$y=\sqrt{a-(5x)^2}-1.$$

Отже, ідея розв'язування полягає у тому, що вказані дві функції, з одного боку, матимуть точку перетину з координатами $(x_0;\,y_0)$ при деякому значенні параметра, а з другого боку, у точці перетину матимуть спільну дотичну. Зазначені твердження приводять до побудови системи умов:

$$\begin{cases}\sqrt{a-(5x_0)^2}-1=8+5x_0-6\sqrt{5x_0}\\ x_0-\dfrac{6}{2\sqrt{5x_0}}=-\dfrac{5x_0}{\sqrt{a-(5x_0)^2}}\end{cases},$$

розв'язання якої дає значення $a=\dfrac{81}{8}$. Використання меню «Пересечение» після підстановки значення параметра у формулу функції дасть можливість наближено визначити координати x_0 та y_0 (див. рис. 2). Так можна знайти координати всіх точок дотику графіків обох рівнянь, знаходячи за допомогою згаданого меню пакету координати точок перетину відповідних функцій, графіки яких представляють різні області графіків рівнянь. Знову нагадуємо, що висновки, отримані з використанням цього пакету, обов’язково слід перевірити аналітичними методами.

Викладені ідеї та їх ілюстрація на прикладах різних способів розв’язування задачі дають можливість зробити такі висновки.

1. Ефективність математичної підготовки обдарованих школярів суттєво підвищується при організації навчально-консультаційного процесу з використанням елементів системно-діяльнісного навчання.

2. Об'єднання декількох навчальних завдань у групи або об’єднання різних способів розв’язання поставлених проблем (у рамках однієї великої дослідницької проблеми) у контексті організації інтенсивної математичної підготовки обдарованих школярів дозволяє перетворити в цілісну сукупність розрізнені і не завжди системні знання тих, хто навчається.

3. Найважливішим системоутворюючим фактором навчальної діяльності є здатність математично обдарованого учня самостійно ставити перед собою мету у кожній навчальній ситуації. У системно-діяльнісному навчанні знімається суперечність між роллю учня як рівноправного учасника навчального процесу та його пасивністю під час визначення мети навчання. Одержавши конкретну задачу, учень має самостійно зрозуміти, до яких результатів він повинен прийти, оцінити ефективність, раціональність та результативність різних способів розв’язування задачі, аргументовано обрати спосіб розв’язування задачі, перевірити результати розв’язування. Дослідження складних задач допомагають учню розуміти неоднозначність явищ і розвивають комплексне мислення, а це є необхідним умінням для самостійного ефективного розвитку у відкритому освітньому просторі. З іншого боку, організація підготовки обдарованих учнів, яка ґрунтується на системно-діяльнісних технологіях, відіграє світоглядну роль для вчителя. По-перше, він перевіряє свої знання, тому що при такій організації навчання висновки і результати роботи учнів можуть бути досить несподіваними (і тут уже не обійтися тільки обсягом шкільного підручника чи вибраних математичних довідників). По-друге, коли вчитель шукає способи мотивації узагальнюючої та систематизуючої діяльності учнів, він приходить до нових навчальних ідей та оригінальних способів міркувань. А це суттєво допомагає власній творчості.

Дане дослідження підсумовує окремі отримані теоретичні та практичні результати реалізації першого етапу проекту «Організація інтенсивної математичної підготовки обдарованих школярів Кіровоградщини», що виконувався за підтримки Кіровоградської обласної державної адміністрації та Управління освіти і науки Кіровоградської ОДА в рамках регіональної програми науково-технічного та інноваційного розвитку Кіровоградської області на період до 2015 року.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Ізюмченко Л.В., Макарчук О.П. Розв'язування задач з математики третього етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів-членів Малої академії наук України: Методичний посібник. − Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2008 − 128 с.
2. Вороний О.М. Кіровоградські математичні олімпіади школярів 2000 − 2008 років / Навчально-методичний посібник. − Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2008 − 216 с.
3. Вдовенко В.В., Сальник І.В., Шевченко Н.Г. Задачі заочної фізико-математичної школи / Навчально-методичний посібник. − Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2008 − 88 с.
4. Кушнір В.А., Кушнір Г.А., Ріжняк Р.Я. Інноваційні методи навчання математики / Навчально-методичний посібник. − Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В.Винниченка, 2008 − 148 с.
5. Фридман Л. М. Логико-психологический анализ школьных учебных задач. – М.: Педагогика, 1977.
6. http://www.serpik.com.

УДК 311.1 (075.8)

ВПЛИВ ФАКТОРІВ НА ПРОДУКТИВНІСТЬ ПРАЦІ В ПРОМИСЛОВОСТІ КІРОВОГРАДСЬКОЇ ОБЛАСТІ

В.М. Оксещенко, Л.І. Лутченко

Стаття присвячена вивченню впливу факторів на продуктивність праці в промисловості Кіровоградської області.

The article is dedicated to the study of the factor influence on the productivity of work in the industry by the Kirovograd region.

Соціально-економічні зміни в житті нашої держави торкнулися всіх без винятку сторін суспільного життя. Відхід від адміністративно-командної системи господарювання й управління потребував докорінної перебудови та реконструкції економіки, створення власної моделі економічного розвитку, яка відображала б особливості нашої держави. Перехід до нових форм господарювання зумовили необхідність створення загальнометодологічних та організаційних засад національної статистики праці з метою адекватного відображення нових явищ та процесів, які відбуваються в суспільстві, на ринку праці, відповідно до міжнародних стандартів.

На різних етапах розвитку ринкової економіки перед статистикою праці постають особливі конкретні питання. У сучасних умовах важливу роль відіграють завдання характеристики ефективності використання трудових ресурсів, виявлення резервів її підвищення. Одним із головних завдань статистики праці є вивчення рівня, динаміки, факторів і резервів підвищення продуктивності праці з метою прискорення його темпів у різних секторах економіки та в економіці в цілому.

Головним завданням даної роботи є виявлення факторів, що мають вагомий вплив на продуктивність праці в промисловості Кіровоградської