

або «зверху-вниз» (від аксіоми y_1 до слова α) та «згорткою» або «знизу-вверх» (від слова α до аксіоми y_1).

Ідея алгоритму синтаксичного контролю методом «розгортки» така. Використовуємо два стеки – вхідний та стек виходу. На початку роботи у вхідний стек поміщаємо контрольований текст α , а в стек виводу – аксіому y_1 . Далі із аксіоми y_1 прагнемо посимвольно вивести слово α . Відповідний алгоритм контролю, орієнтований на будь-яку k -в граматику, буде багатоперебірним. Це означає, що якщо в процесі одного з можливих виводів ми не одержали слова α , то потрібно перебирати всі інші можливі виводи (у відповідності з деревом виводу). Якщо жоден із таких виводів не дає слова α , то $\alpha \notin L_1(G_1)$, тобто α не є формулою числення висловлювань. Якщо ж один із виводів дає α , то $\alpha \in L_1(G_1)$.

Отже, використовуючи апарат формальних мов і граматики, розроблений в інформатиці, можна розв'язувати такі задачі числення висловлювань:

- 1) автоматично одержувати тексти, що є формулами числення висловлювань;
- 2) вирішувати проблему синтаксичного контролю для формул цього числення.

Далі можна формалізувати та алгоритмізувати поняття вивідної формули в численні висловлювань, задавши аксіоми та правила виводу, і автоматично одержувати вивідні формули.

Висвітлені в статті проблеми встановлюють тісний взаємозв'язок вузівських курсів інформатики та математичної логіки.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Гинзбург С. Математическая теория контекстно-свободных языков. –М.: Мир, 1970.
2. Новиков П.С. Элементы математической логики. -М.: Наука, 1976.
3. Братчиков Н.Л. Синтаксис языков программирования. –Новосибирск: Наука, 1975.

УДК 51(09)

ВИТОКИ СУЧАСНОЇ НУМЕРОЛОГІЇ

Т.В. Жабо

У статті розглядається історія розвитку чисел від шумерської нумерології до сучасних арабських цифр.

There is a history about number's development from shumer numerology till modern arabic figures in the article.

Числа є комбінаторними конфігураціями цифр, які в свою чергу є ідеографічними символами сучасної писемної мови. Ще й зараз наука не може відповісти на запитання, коли і як виникли перші цифри. Майже всі числові системи будувались за десятковим принципом. Чи не єдиним

винятком були системи майя та ацтеків з їх п'ятірково-двадцятковим принципом. Панівне становище десяткової системи пояснюється тим, що найдавнішим знаряддям для лічби у людини були дві руки з десятьма пальцями. Що саме людські пальці були першим знаряддям лічби, можна переконатись, наприклад, з такого факту: у хамітській мові в Африці слова “рука” і “п'ять” та вимова слів “десять” і “дві руки” мають спільний корінь. Майже всі системи числення мали самостійні знаки лише для найпростіших чисел; кількість таких знаків коливалась від 4-5 до 30. Решту цифр одержували за допомогою додавання (наприклад, римські числа VI, VII). Великі числа інколи одержували за принципом множення (наприклад, у грецькій іонічній системі над знаком “десять тисяч” ставився знак “три”, і це мало означати “тридцять тисяч”; користувались і принципом віднімання (наприклад, римські цифри IV і IX означають відповідно “від п'яти відняти одиницю; від десяти відняти одиницю”, що стоїть зліва від п'ятірки та десятки). Значним, але пізнім досягненням в історії цифр було вживання позиційного принципу, за яким числове значення цифрових знаків залежить не тільки від їх форми, а й від місця розташування їх у числі. Розвиток позиційного принципу зумовив появу знака нуль. Слово “цифра” походить від арабського “порожнеча”, і спочатку це слово означало “нуль”. Знак 0 показував відсутність числа.

Розвиток цифр пов'язаний із загальним розвитком письма. Найстаріші зразки піктограм були виконані на скелях, окремих каменях. Це петрогліфи, вони припадають на час палеоліту, пізніші піктограми належать до бронзової доби. З піктографії пізніше розвинулося ідеографічне письмо, за допомогою якого людство піднялося на новий щабель розвитку. В такому письмі, наприклад, коло з рисками променів означало “сонце”, але одночасно й поняття “тепло”. На ранній піктографічній стадії письма цифр ще не існувало. На випадок необхідності позначення числа речей малювали ці речі, повторюючи зображення потрібну кількість разів. Пізніше виник складніший спосіб: зображували предмет, про який ішла мова, а поруч ставили крапки або риси, кількість яких показувала потрібне число. Цей спосіб використовувався на початку XIX ст. на російських монетах. Крапки, поставлені поряд із цифрою, визначали вартість монети. Такий принцип був зручний для передачі невеликих чисел, вживаних на ранній стадії розвитку суспільства; крапки й риси послужили прототипом найпростіших числових знаків – одиниць.

Як люди лічили і як називали числа до винайдення письма, ми точно не знаємо. На світанку цивілізації люди обходились трьома числами: “один”, “два”, “багато”. Минуло, мабуть, не одне тисячоліття, перш ніж ця лічба посунулася далі. В усякому разі, на час винайдення письма люди вміли уже непогано лічити.

Розглянемо принцип побудови деяких систем числення. Як ми зазначили, ацтеки і майя користувалися п'ятірково-двадцятковою системою

числення. Особливими знаками для написання одиниці у них були крапка, п'яти – риска, двадцяти – прапор. Решту цифр одержували повторенням, додаванням основних знаків. Майя вживали і позиційний спосіб запису чисел. Користуючись своєю системою числення, майя досягли високого ступеня математичних і астрономічних знань.

Клинописна система запису чисел зародилась майже 4000 років тому. Вона була дуже поширена на Близькому Сході. Коли на кінець III тисячоліття до н.е. відбувалось злиття двох народів шумерів і аккадян (Північна частина Вавілону до початку еліністичного періоду історії називалась Аккад), одиницею ваги у шумерів була міна (приблизно 0,5 кг), грошовою мірою – міна срібла. У аккадян основна одиниця – шекель була приблизно в шістдесят разів меншою. Після злиття згаданих народів у них в обігу залишились обидві системи числення. В грошовому обігу міни і шекелі відігравали роль наших гривень і копійок, але з тією різницею, що більша одиниця виміру дорівнювала не 100, а 60 дрібним одиницям. Пізніше тут виникає ще більша одиниця виміру “талант”, один талант дорівнював 60 мінам. Така система збереглася до наших днів для вимірювання кутів і часу. Адже шосту частину кола ділять на 60 градусів, градус на 60 минут, мінуту на 60 секунд. “Мінута” означає по латині “маленька”.

Народи Передньої Азії вживали клиновидне письмо (вавілоняни, ассирійці, хетти, еламїти). Різні числа позначали у шістдесятковій системі числення за допомогою трьох основних знаків. Першим знаком був клин, обернутий гострим кутом донизу, другим був знак, складений з двох клинів, поставлених навкіс і сполучених своїми основами, а третім – горизонтально покладений клин, спрямований своїм вістрям управо. Для написання числа 1 вживався перший знак, тобто клин, поставлений вертикально вістрям донизу; для написання числа 2 служили два такі клини і т.д. Для написання числа 10 вживали другий знак, для числа 100 – комбінацію першого і третього знаків, тобто вертикально поставлений клин і поруч з ним горизонтально. Коли хотіли написати 200 або 300, то писали стільки вертикально поставлених клинів, скільки є у числі сотень, і поряд з ними один горизонтально покладений клин, що відігравав роль мультиплікатора (множника).

Передньоазійська система цифр, так як і система клинопису, була дуже складна на той час, але вона виявилась найбільш прогресивною серед давніх систем; у ній вперше був вжитий позитивний принцип, який давав змогу записувати дуже великі числа, і було введено особливий знак (прообраз нуля) для позначення того, що немає якогось розряду цифр.

Протягом трьох тисячоліть у східному басейні Середземного моря у фінікіян, кіпріотів і мешканців острова Крит було схоже написання цифр, вони мали три основні знаки: вертикальну риску, яка служила за одиницю, горизонтальну риску, що позначала число 10, кружечок – число 100. Комбінаціями цих знаків можна було позначати різні числа. На о. Кіпр, який лежить на тій же паралелі, що й о. Крит, за 500 кілометрів на схід від нього

система чисел була майже та сама, але за 10 служив знак, подібний латинському L.

Найдавніші китайські цифри виникли під час правління легендарного царя Фу Сі, який жив у III тисячолітті до н.е. Він ніби винайшов вісім магічних триграм, які відігравали важливу роль у ворожінні і називались “паква”, що означає “вісім ворожильних триграм”. Китайські цифри того часу за своїми ознаками нагадують найдавніше китайське письмо. Китайці користуються трьома системами числення, які ґрунтуються на числі 10, а знаки (цифри) побудовані за системою додовання і множення. Числа пишуться у вертикальному напрямі. Коли у стовпці зверху стоять одиниці (числа від 1 до 9), то ці одиниці відіграють роль множника. У комерційних документах китайці пишуть цифри горизонтально, ставлячи знаки вищого розряду зліва. Третя китайська система чисел графічно побудована на базі вертикальних рисок і горизонтальної риски – основи. Цифри, так як і в двох попередніх системах, розташовуються позиційно.

У стародавніх єгиптян була досить високо розвинена система числення, побудована на основі суворого дотримання десяткового принципу. Для позначення одиниць застосовувались горизонтальні риски, для десяти – дуга, для сотень – зігнута мотузка, для тисяч – стебло лотоса, для десяти тисяч – зігнутий палець, для сотні тисяч – пуголовок. Для мільйона служив знак у вигляді людини, що підняла руки вгору від здивування перед таким великим числом. Решту чисел одержували за принципом додавання зазначених основних цифр. Розрізняли ієрогліфічні, ієратичні та демотичні цифри.

Як нам відомо, найдавніші цифри, що були у вжитку в Європі, це знаки грецької античної системи, в якій літери служили цифровим кодом. Ці цифри, мабуть, походять з IV ст. до н.е., ще у Періклів час близько 500 р. до н.е. вони були у широкому вжитку. Але з Плутархового часу (близько 100 р.н.е.) вони вийшли з ужитку.

Слов'яни, особливо православні, досить довгий час, а саме до початку XIX ст., користувались запозиченим від греків кодом написання чисел до остаточної заміни їх арабськими. На багатьох старих сербських церковних образах до XIX ст. можна читати старослов'янські цифри-літери, які служать для датування історичних пам'яток.

У нашій слов'яно-кириличній системі чисел цифрове значення одержали, як правило, лише літери, запозичені з грецького письма. 27 знаків – рядкових літер, над якими ставиться до того ж спеціальний знак – титло. Титло ставилося тільки над однією з цифр. Порядок цифр при записуванні числа був таких самий, як і в усній назві цього числа. Наприклад, ми говоримо “п'ятнадцять” (по слов'янському п'ять на десять), тобто, називаючи спочатку одиниці, а потім десяток. Слов'яни так і писали – спочатку “п'ятірку”, а за нею десяток. Навпаки, в числі “двадцять три” ми спочатку називаємо десятки, потім одиниці. Відповідно до вимови цього числа його так і писали. За допомогою кириличних знаків легко записувались

кириличні числа. Знак \neq означав тисячі. Шляхом повторення його можна було записувати дуже великі числа. Десять тисяч називалися “тьма”, і число це вважалося таким великим, що тим же словом позначалася будь-яка незліченна множина. Пізніше (XVI-XVII ст.) з’явилась своєрідна система найменування чисел – “велике словенське число”; у цій системі числа до 999 999 називаються майже так само, як тепер. Слово “тьма” тут означає не десять тисяч, а мільйон. Крім того, з’являються такі назви: “тьма тем” або “легіон”, тобто мільйон мільйонів, або по-сучасному трильйон – одиниця з 12 нулями; легіон легіонів (“леодр”), який записуємо тепер за допомогою одиниці з 24 нулями (сентильйон); нарешті, леодр леодрів (“ворон”) – одиниця з 48 нулями. Про це число наші предки говорили що “боле сего несть разумевати”.

Вживання у практиці літер для позначення чисел в основному уже відійшло і цікаве для нас тепер як історичне минуле. Єдині цифри-літери, які поряд з індійськими-арабськими ще затрималися в ужитку до наших днів, є так звані римські цифри, які правильніше було б назвати етрусськими, оскільки саме етруски були творцями цієї системи чисел, а римляни їх одержали готовими від етрусків, так як і латинське письмо. Таким способом написання чисел користувалися й інші старорітальські народи: оскі, умбри, самніти та інші. Запозичивши у етрусків спосіб написання чисел, римляни трохи його змінили. Замість того, щоб писати справа наліво, як етруски, римляни писали цифри зліва направо. Римськими цифрами широко користувалися в середньовіччі, перед появою в Європі так званих арабських цифр.

Тепер римські цифри використовують для позначення історичних дат, на циферблатах годинників, у випадках складної нумерації, коли однієї арабської системи цифр виявляється недостатньо (наприклад, коли книжка ділиться на розділи, які в свою чергу діляться на підрозділи). Минаючи різні фази еволюції, у римській системі числення залишилося сім відомих знаків латиниці: I, V, X, L, C, D, M (1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000). За допомогою цих латинських літер можемо написати будь-яке число.

Найбільш досконала цифрова система, що одержала назву арабської, була створена в Індії близько V ст. Араби занесли її в Європу. Найважливішим і новим в індійській системі було послідовне застосування позиційного принципу запису цифр і знака нуля, аналогічного застосованому в системі числення майя і вавілонській.

За допомогою десяти відомих нам сучасних знаків – арабських цифр (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9) ми можемо записати будь-яке число. Перші цифри згаданого типу з’являються у III ст до н.е. у напису індійського царя Ашоки (273-232 р.р. до н.е.), але в цьому написі цифри ще не дотримують певних місць, немає у вжитку нуля. Надосконаліша система цифр була створена в Індії лише у V ст. на основі послідовного застосування принципів, перевірених всією історією розвитку цифр – десяткового, позиційного і

принципу додавання, а також на основі використання знака “нуль” (близько 500 р.н.е.).

Гадають, що араби познайомилися з індійськими цифрами тоді, коли до Багдаду в 772/773 р.н.е. прибуло посольство, що привезло з собою астрономічні книги, написані мовою і письмом санскриту. Завдяки цим книгам араби дізналися про індійські цифри, децимальну систему і назвали їх самі індійські цифри. Про це написав араб Кхуварізмі у своїй відомій праці, першій арабській книзі про числа “Chisab hindu”.

У 1130 році згадану працю переклав латинською мовою англієць Абелард з База під назвою “Liber Algorithmi de numero Indorum”. Отже, європейці пізнали нову систему числення, яку згідно з арабською працею назвали *algorithmus* або *algorithmus*. В Іспанії перші випадки вживання арабських цифр припадають на X ст., в інших країнах Європи на XII ст.

Майже через вісімдесят років після перекладу Абеларда з’явилася книга італійського математика Леонардо Фібоначчі з Пізи “Liber abaci” (“Книга лічби”, 1208 р.), а в 1494 р. з’явилася книга Луки Пачолі “Summa Arstmetica” (“Сутність арифметики”). З XV ст. арабські цифри набули вже значного поширення в Європі, посунувши римські цифри.

Первісні форми арабських цифр були дещо іншими (крім знаків 1,6,7,8,9,0), ніж форми їх у Європі, де вони остаточно розвинулись до сучасних форм уже на кінець середньовіччя.

У наш час в близькому до первісного накреслення вигляді арабські цифри поширені в тих країнах, які користуються арабською системою письма (Ірак, Афганістан, Пакистан та ін.).

На Русі арабські цифри з’являються в XIV-XV ст., поширюються у XVII ст., а у XVIII ст. остаточно витісняють у цивільному друку слов’яно-кириличні цифри.

Десяткові дроби, запроваджені у Європі нідерландським вченим С.Стевіном, були значним удосконаленням арабської системи цифр. Після цього арабські цифри стали придатні для десяткового позиційного запису будь-яких малих і великих чисел.

БІБЛІОГРАФІЯ:

1. Башмакова И.Г., Юшкевич А.П. Происхождение систем счисления// Энциклопедия элементарной математики, т.І.- М.; Л.: Гостехиздат, 1951.
2. Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России.-М.; Л.: Гостехиздат, 1946.
3. История отечественной математики/ Под ред. И.З. Штокало, т.ІІ.- Киев, 1967.
4. Стройк Д.Я. Краткий очерк истории математики. Пер.с нем. – 5-е изд., испр.- М.: Наука. Гл.ред. физ.-мат. лит., 1990.