навколишнього світу, а тому нечітка логіка – це цікава й багатообіцяюча спроба дати хоча б схематичний пошук розв'язання подібних проблем.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Кондаков Н.И. Логический словарь, -М.: Наука, 1971.
2. Глушков В.М. Введение в кибернетику. –Киев: Изд. АН УССР, 1964.
3. Стяжкин Н.И. Формирование математической логики. –М.: Наука, 1967.
4 Зиновьев А.А. Неклассическая логика. –М.:Наука, 1970.
5. Гейтинг А. Интуиционизм. Введение. М.: Наука, 1965.
6. Марков А.А. О констуктивной математике. //Труды математического института им. В.А.Стеклова АН СССР.-М.: АН СССР, 1962, т. 67.
7.Яблонский С.В. Функциональные построения в к-значной логике. //Труды математического института им. В.А.Стеклова АН СССР. –М: АН СССР, 1958, т.51.
8. Яглом А.М.. Яглом И.М. Вероятность и информация. –М.: Наука, 1957.
9. Енциклопедія кібернетики. –Київ: ГР УРЕ, 1973, т.1.
10. Яблонский С.В. Применение логики в науке и технике. –М.: Наука,1960.

УДК 517.9

АСИМПТОТИЧНЕ ЗОБРАЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКУ КОЛИВНОЇ СИСТЕМИ З ІМПУЛЬСНИМ ВПЛИВОМ

Г.В. ЗАВІЗІОН, І.Г. КЛЮЧНИК

Пропонується асимптотичний метод дослідження коливних імпульсних систем диференціальних рівнянь

We propose the asymptotic method of study the oscillatory system of differential equations.

Вступ. В [1] пропонується асимптотичний метод інтегрування $m-$ частотної коливної системи, а також встановлена математична відповідність між положеннями рівноваги амплітудних усереднених рівнянь $m-$ частотної коливної системи і інваріантними торами простору $C^{l-2}(F_m)$.

В даній статті пропонується асимптотичний метод дослідження $m-$ частотної коливної імпульсної системи диференціальних рівнянь і встановлено асимптотичну властивість розв'язків.

Асимптотичний метод дослідження. Розглянемо систему з фіксованими моментами часу вигляду

$$\frac{dx}{dt} = \lambda Hx + \varepsilon X(x,\varepsilon),\ t \neq t_i, \qquad (1)$$

$$\Delta x|_{t=t_i} = Ix + \varepsilon I(x,\varepsilon),$$

де $\lambda = (\lambda_1 \ldots \lambda_n),\ \lambda_j > 0,\ j = \overline{1,n};\ H = diag(H_1 \ldots H_n);\ X(x,\varepsilon),\ I(x,\varepsilon)$ мають розвинення за степенями ε, з коефіцієнтами $X_v(x), I_v(x)$, які належать кільцю поліномів $K[x]$ над $R,\ x \in R^{2n}$.

Асимптотичний розв'язок системи (1) шукаємо у вигляді

$$x = y + \varepsilon u_1(y) + \ldots \varepsilon^p u_p(y) + \ldots, \tag{2}$$

в якому $y = y(t,\varepsilon)$ є розв'язком усередненого рівняння

$$\frac{dy}{dt} = \lambda Hy + \varepsilon Y_1(y) + \ldots + \varepsilon^p Y_p(y) + \ldots,\ t \neq t_i\,, \tag{3}$$

де $u_j, j = 1,2\ldots -$ розв'язок гомологічного рівняння

$$L_0 u_j = X_j(y) - Y_j(y)\,, \tag{4}$$

який задовольняє умові

$$Su_i(y) = 0\,. \tag{5}$$

Тут $L_0 = \frac{\partial}{\partial y}(\lambda Hy) - \lambda H -$ гомологічний оператор, $S -$ усереднюючий оператор; функції $Y_i(y)$ і формули для обертання оператора L_0 визначаються в [1]. Виходячи з імпульсних умов для рівняння (1) виведено імпульсні умови для усередненого рівняння (3), які мають вигляд

$$\Delta y|_{t=t_i} = Iy + \sum_{v=1}^{p} \varepsilon^v \widetilde{I}_v(y) + O(\varepsilon^{p+1})\,, \tag{6}$$

а $\widetilde{I}_v(y)$ обчислюється за формулою

$$\widetilde{I}_1(y) = Iu_1(y) - u_1(y + Iy) + u_1(y),$$

$$\widetilde{I}_m(y) = Iu_m(y) - I_m(y) + \sum_{r=1}^{m} I_{r,m-r}(y) - \sum_{i=1}^{m-1} \frac{\partial u_i}{\partial y}(y + Iy)\widetilde{I}_{m-i}(y) -$$

$$- \sum_{i=1}^{m-1} \alpha_{i,m-i}(\widetilde{I}_1 \ldots \widetilde{I}_{m-1}) - u_m(y + Iy) + u_m(y),\ m = 2,3\ldots \tag{7}$$

Вірною є теорема.

Теорема 1. Нехай $X_j(x),\ I_j(x) -$ поліноми за змінною x, тоді асимптотичне зведення системи (1) до усередненої імпульсної системи визначається за формулами (2) – (7).

Для встановлення асимптотичної властивості розв'язків систему (1) запишемо у вигляді

$$\frac{dx}{dt} = \lambda Hx + \sum_{v=1}^{p} \varepsilon^v X_v(x) + \varepsilon^{p+1} X'_{p+1}(x,\varepsilon),\ t \neq t_i$$

$$\Delta x|_{t=t_i} = Ix + \sum_{v=1}^{p} \varepsilon^v I_v(x) + \varepsilon^{p+1} I'_{p+1}(x,\varepsilon), \tag{8}$$

де

$$X'_{p+1}(x,\varepsilon) = \frac{1}{p!}\int_0^1 (1 - z)^p \,\frac{d^{p+1} X_{p+1}(x,\varepsilon z)dz}{d(\varepsilon z)^{p+1}}\,,$$

$$I'_{p+1}(x,\varepsilon)=\frac{1}{p!}\int_0^1(1-z)^p\,\frac{d^{p+1}I_{p+1}(x,\varepsilon z)dz}{d(\varepsilon z)^{p+1}}.$$

Позначимо $x_p(t,x_p^0,\varepsilon)=y_t(y_0,\varepsilon)+\sum_{\nu=1}^{p}\varepsilon^\nu u_\nu(y_t(y_0,\varepsilon))-p-$те наближення системи (8), а $y_t(y_0,\varepsilon)$ є розв'язком рівняння $p-$го наближення

$$\frac{dy}{dt}=\lambda Hy+\sum_{\nu=1}^{p}\varepsilon^\nu X_\nu(y),\ t\neq t_i$$

$$\Delta y|_{t=t_i}=Iy+\sum_{\nu=1}^{p}\varepsilon^\nu\widetilde{I}_\nu(y)\,, \tag{9}$$

де x_p^0 має вигляд $x_p^0=y_0+\sum_{\nu=1}^{p}\varepsilon^\nu u_\nu(y_0)$. Позначимо через D_ρ підобласть, яка міститься в D разом з своїм околом.

Справедливі твердження.

Лема. Нехай для $x\in D_\rho$ виконуються нерівності

$$\|u_\nu(x)\|\le M,\left\|\frac{du_\nu(x)}{dx}\right\|\le M, \nu=\overline{1,p}, t\neq t_i.$$

Тоді існує $\varepsilon_0=\varepsilon_0(\rho,M)>0$, що заміна

$$x=y+\sum_{\nu=1}^{p}\varepsilon^\nu u_\nu(y) \tag{10}$$

призводить (8) до вигляду

$$\frac{dx}{dt}=\lambda Hx+\sum_{\nu=1}^{p}\varepsilon^\nu Y_\nu(x)+\varepsilon^{p+1}Y'_{p+1}(x,\varepsilon),\ t\neq t_i.$$

При виконанні нерівностей

$$\left\|\frac{\partial^{p+2-i}u_{p+2-i}(y+Iy+\sum_{\nu=1}^{p}(\varepsilon z)^\nu I_\nu(y)+(\varepsilon z)^{p+1}\widetilde{I}'_{p+1}(y,\varepsilon))}{\partial(\varepsilon z)^{p+1-i}\partial y}\right\|\le M_1, i=\overline{1,p}, \qquad M_1 p\varepsilon_0^{p+1}<1,$$

заміна (10) імпульсні умови системи (8) приводить до імпульсних умов

$$\Delta y|_{t=t_i}=Iy+\sum_{\nu=1}^{p}\varepsilon^\nu\widetilde{I}_\nu(y)+\varepsilon^{p+1}\widetilde{I}'_{p+1}(y,\varepsilon),$$

де $Y'_{p+1}(y,\varepsilon),\widetilde{I}'_{p+1}(y,\varepsilon)$ функції, які визначені $(y,\varepsilon)\in D_\rho\times[0,\varepsilon_0]$ і мають розриви першого роду в точках $t=t_i$.

Теорема 2. Нехай виконується лема і умови:

1) розв'язок $y = y_t(z,\varepsilon)$ рівняння $p-$го наближення (9) визначеного для t, z, ε з області

$$t \in [0;\frac{L}{\varepsilon}), \|z - y_0\| \le \varepsilon^r M, \varepsilon \in (0;\varepsilon_0); \tag{11}$$

2) матриця $\frac{\partial y_t(z,\varepsilon)}{\partial z}$ задовольняє нерівностям

$$\left\|\frac{\partial y_t(z,\varepsilon)}{\partial z}\right\| \le \frac{K}{\varepsilon^q}, \left\|\left(\frac{\partial y_t(z,\varepsilon)}{\partial z}\right)^{-1}\right\| \le \frac{K_1}{\varepsilon^{q_1}}, t \ne t_i,$$

для t, z, ε з області (11) , де $K, K_1, q, q_1 -$ невід'ємні сталі;

3) виконуються нерівності $r > q, p > r + q_1$;

4) функція $y_{t_i+0}(z,\varepsilon)$ має обернену $z = \psi(y, t_i + 0, \varepsilon)$ відносно z;

5) мають місце нерівності

$$\left\|Y'_{p+1}(y_t,\varepsilon)\right\| \le M_2,\ t \ne t_i,$$

$$\sum_{0<t_i<t}\left\|\frac{\partial\psi}{\partial y}(\widetilde{J}_1(y_{t_i}(z,\varepsilon),\varepsilon) + \theta\varepsilon^{p+1}\widetilde{I}'_{p+1}(y_{t_i}(z,\varepsilon),\varepsilon))\widetilde{I}_{p+1}(y_{t_i}(z,\varepsilon),\varepsilon)\right\| \le \frac{M_3 t}{\varepsilon^{q_2}}, t \in [0;\frac{L}{\varepsilon}),$$

де $\widetilde{J}_1(y,\varepsilon) = Iy + \sum_{\nu=1}^{p}\varepsilon^\nu \widetilde{I}_\nu(y,\varepsilon); \theta -$число інтервалу $(0;1)$.

Тоді існує достатньо мале $\varepsilon_0 > 0$, таке, що розв'язок $x = x(t, x_p^0, \varepsilon)$ рівняння (8) задовольняє нерівність

$$\left\|x(t,x_p^0,\varepsilon) - x_p(t,x_p^0,\varepsilon)\right\| \le C\varepsilon^{p-q_1-q}, t \in [0;\frac{L}{\varepsilon}), \varepsilon \in (0;\varepsilon_0),$$

де $C -$ додатня стала.

Теорема 3. Нехай виконується лема і умови:

1) розв'язок $\bar{y} = \bar{y}_\tau(y_0,\varepsilon)$ укороченого рівняння $p-$го наближення

$$\frac{d\bar{y}}{d\tau} = Y_1(\bar{y}_\tau) + \varepsilon Y_2(\bar{y}_\tau) + \ldots + \varepsilon^{p-1}Y_p(\bar{y}_\tau), t \ne t_i,$$

$$\Delta\bar{y}_\tau|_{\tau=\varepsilon t_i} = Iy + \varepsilon\widetilde{I}_1(\bar{y}_\tau) + \ldots + \varepsilon^{p-1}\widetilde{I}_{p-1}(\bar{y}_\tau) + \varepsilon^p\widetilde{I}_p(\bar{y}_\tau)$$

визначені при $\tau \in [0;L], \varepsilon \in (0;\varepsilon_0), \tau = \varepsilon t$;

2) виконуються рівності

$$e^{\lambda H t_i}I = Ie^{\lambda H t_i}, \widetilde{I}_\nu(e^{\lambda H t_i}(\bar{y}_{\varepsilon t_i} + z)) = e^{\lambda H t_i}\widetilde{I}_\nu(\bar{y}_{\varepsilon t_i} + z);$$

3) виконується нерівність $p > r$, в якій $r -$ невід'ємна стала;

4) виконується нерівність

$$\sum_{0<t_i<t}\left\|\widetilde{I}_{p+1}(e^{\lambda H t_i}(\bar{y}_{\varepsilon t_i} + z),\varepsilon)\right\| \le M_5 t, t \in [0;\frac{L}{\varepsilon}).$$

Тоді існує достатньо мале $\varepsilon_0 > 0$, таке, що розв'язок $x = x(t, x_p^0, \varepsilon)$ рівняння (8) задовольняє нерівність

$$\left\| x(t, x_p^0, \varepsilon) - x_p(t, x_p^0, \varepsilon) \right\| \le C\varepsilon^p, t \in [0; \frac{L}{\varepsilon}).$$

Таким чином, запропоновано асимптотичний метод дослідження коливної імпульсної системи диференціальних рівнянь і встановлено асимптотичну властивість розв'язків.

БІБЛІОГРАФІЯ

1. Самойленко А.М. Асимптотический метод исследования $m-$ частотных колебательных систем // Укр. мат. журн. – 1998 – Т. 50, № 10. – С. 1367 – 1387.

УДК 517.9

ЗВЕДЕННЯ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНОЇ СИСТЕМИ З ВІДХИЛЕННЯМ АРГУМЕНТУ ДО СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

І.Г. КЛЮЧНИК

Одержані умови, при яких розв'язками сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь з лінійним відхиленням аргументу є розв'язки сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь.

The obtained conditions under witch solution of the singularly perturbed system of differential equations the linear deviation of the argument is the singularly perturbed solution of differential equations.

Для систем диференціальних рівнянь з лінійним відхиленням аргументу одержані в [1] умови при яких розв'язками розглядуваних систем є розв'язки систем диференціальних рівнянь. Метод [1] запропоновано в [2, 3] до сингулярно збуреної системи і системи з малим параметром при частині похідних з лінійним відхиленням аргументу при наявності точки звороту.

В даній статті шукаються умови при яких розв'язками довільної сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь з лінійним відхиленням аргументу є розв'язки сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь.

Зведення до системи диференціальних рівнянь. Розглянемо систему диференціальних рівнянь з відхиленням аргументу вигляду

$$\varepsilon \frac{dy}{dx} + (A_0(x) + \varepsilon A_1(x)) y(x, \varepsilon) + (B_0(x) + \varepsilon B_1(x)) y(x(1 - \varepsilon^2 \Delta), \varepsilon), \qquad (1)$$

де $y \in R^2; A_0(x), A_1(x), B_0(x), B_1(x) -$ голоморфні $(2 \times 2) -$матриці за дійсно змінною x при $|x| \le x_0$; $\varepsilon -$малий дійсний параметр; $\Delta -$дійсна додатна стала.