УДК 519.95

СИНГУЛЯРНОСТИ В ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

О.П. БОНДАРЬ

We consider singularities in theory of dynamic systems as singularities of smooth functions on manifolds.

Ми розглядаємо сингулярності в теорії динамічних систем як сингулярності гладких функцій на многовидах.

Изучением функций на многообразиях и, наоборот, многообразий с помощью функций (см., напр., [1]) занимались многие ученые, как принято считать, начиная с Пуанкаре.

Критические точки, критические многообразия, точки бифуркации и другие сингулярности функций, изучаемые в классических курсах математических дисциплин, можно рассматривать как меняющиеся скачкообразно параметры физических систем, изучаемых в теории катастроф.

Математическую теорию катастроф (см., напр., [2]) можно рассматривать, как часть аппарата теории динамических систем, многомерной геометрии и многомерного анализа. Многочисленные приложения теории катастроф, такие, как катастрофы лазера в лазерной физике, каустики в оптике и теории рассеяния, динамика упругих конструкций в механике, вырожденные течения в геометрии жидкости, движущиеся волны в экологии и другие, направляют исследователей на изучение и развитие этой теории.

В элементарной теории катастроф рассматривается физическая система, параметры состояния которой меняются скачкообразно с изменением внешних или управляющих системой параметров. Так, например, с математической точки зрения, состояния динамической системы описываются функциями, функционалами и отображениями, меняющими гладкость (не являющимися непрерывными или не имеющими непрерывные производные того или иного порядка) с изменением параметров систем.

Установление взаимосвязей между смежными направлениями научных исследований может плодотворно влиять на развитие каждого из них. Рассмотрим один из примеров взаимосвязи между теорией функций на многообразиях, теорией катастроф и теорией динамических систем.

Рассмотрим перестройки семейства фазовых кривых приближенной системы, соответствующие перестройкам расположения фазовых кривых в окрестности цикла – бифуркацию коразмерности 2 вблизи резонансов 1:3 и 1:4 ([3]).

Утверждение: *если фазовым кривым поставить в соответствие интегральные кривые градиентно-подобного векторного поля некоторой* *функции, заданной на многообразии расположения фазовых кривых, седла и фокусам – соответствующие критические точки, а циклу – критическую окружность этой функции, то перестройкам семейства фазовых кривых будут соответствовать изменения функции, состоящие в гладкой замене координат в окрестностях сингулярностей.*

Это утверждение дает математический аппарат исследования, в частности, изменения состояний динамических систем. Так, например, существование циклов эквивалентно существованию на многообразии круглых функций ([1]).

БИБЛИОГРАФИЯ

[1]. Шарко В.В. Функции на многообразиях (алгебраические и топологические аспекты). – Киев: Наук. думка, 1990.

[2]. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. – М.: Мир, 1980.

[3]. Арнольд В. И. Теория катастроф. – М.: Наука, 1990.

УДК 519.21

МІШАНІ ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНІ СТАТИСТИЧНІ СТРУКТУРИ

Ю.І. ВОЛКОВ

Мы вводим и изучаем обобщенные семейства смешанных экспоненциальных распределений и соответствующие им линейные положительные операторы, которые включают некоторые известные операторы как частные случаи.

We introduce and study the generalized family of mixed exponential distributions and corresponding to them linear positive operators which includes some know operators as special cases.

Спочатку в п.1 і п.2 визначимо дві допоміжні статистичні структури ***B*** і ***H***, за допомогою яких в п.3 дамо означення основного об’єкта статті: структури типу Філліпса.

1. Статистичні структури *B*

Будемо позначати через $b_{n,k}(x), k = 0,1,2,\ldots$ цілочисельну статистичну структуру, яка залежить від параметрів $x \in X, n \in N$, і таку, що

$$b(x)\frac{d}{dx}b_{n,k}(x) = (k - nx)b_{n,k}(x), \tag{1}$$

де *b(x)* невід’ємна функція, яку називатимемо *коваріаційною характеристикою* структури. Цю структуру називатимемо структурою ***B***.

Примітка. Не всяка невід’ємна функція *b(x)* може бути коваріаційною характеристикою структури ***B***, наприклад, функції $b(x) = 1$, $b(x) = x^2$ не можуть ними бути.