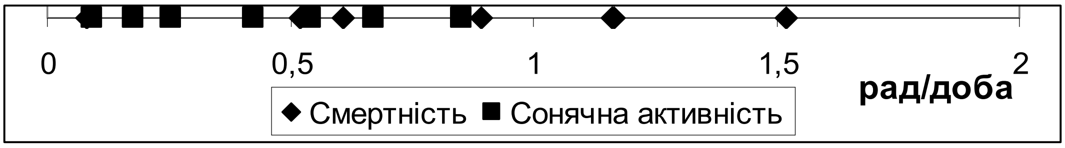


Рис. 5. Частотні спектри СА та смертності 2012 р.

ПОСИЛАННЯ

[1] Державний архів Кіровоградської області: http://dakiro.kr-admin.gov.ua/.
[2] Філєр З.Ю., Чуйков А.С. Сонячна активність та захворюваність // Український медичний альманах. – Луганськ, 2012. – Том 15, №3 (додаток). – С. 59-63.
[3] Чижевский А.Л. Земное эхо солнечных бурь. 2-е изд. – М.: Мысль, 1976. –367 с.
[4] Ягодинский В.Н. Александр Леонидович Чижевский. – М.: Наука, 1987. – 304 с.

УДК 519.1751

МНОЖИНИ $R_{4,\theta}$ ГАМІЛЬТОНОВО РОЗКЛАДНИХ ГРАФІВ

К. М. ШЕВЧЕНКО

Доказано, что каждый гамильтоново разложимый граф и любое его гамильтоново разложение можно получить, построив последовательность 4-регулярных графов, в которой каждый граф не наименьшего порядка $v+1$ получается из предыдущего графа H порядка v путём подразбиения одной вершиной каждого ребра паросочетания F размера 2 в H, рёбра которого принадлежат различным компонентам гамильтонова разложения графа H, и последующего топологического склеивания этих двух новых вершин в вершину a_{v+1}. Графом наименьшего порядка в такой последовальности является разложенный соответствующим образом на гамильтоновы циклы либо K_5 либо 4-регулярный граф, для каждой вершины которого граф её окружения изоморфен графу $K_3 + K_1$.

It is proven that every Hamilton decomposable graph and each of its Hamilton dissolutions can be obtained by creating a sequence of 4-regular graphs in which each of the graphs of not the smallest order $v+1$ is formed from the previous graph H of order v by means of sub-partition with one vertex of each edge of matching F of the size 2 into H, the edges of which belong to different components of the Hamilton dissolution of graph H, and subsequent topological joining of these two vertices into a vertex a_{v+1}. The graph of the smallest order in such a sequence is either a respectively dissolved into Hamilton cycles K_5 or 4-regular graph, for whose each vertex the graph of its surroundings is isomorphic to graph $K_3 + K_1$.

Гамільтоново розкладні графи [1] є разом з тим і ейлеровими [2, т. 7.1(3)]. В [3] доведено існування нескінченних множин $R_{2k,\theta}$ [4], які складаються з гамільтоново розкладних графів. У кожній такій множині будь-який граф не найменшого порядку $v+1$ є графом $\theta(H,F)$ [3], де H – деякий граф порядку v з тієї ж множини $R_{2k,\theta}$. В [3] для $k=2$ описано побудову нескінченної послідовності (H_i), яка є множиною $R_{4,\theta}$, і в якій є лише по одному графу кожного порядку $v \geq 5$. Описано також правило побудови ізоморфізму графа G довільного порядку на граф з (H_i) або доведення, що G не ізоморфний графу з (H_i).

Цікавим є питання, чи кожен гамільтоново розкладний граф входить в деяку нетривіальну (що містить графи різних порядків) множину $R_{2k,\theta}$, і якими графами множини $R_{2k,\theta}$ породжуються.

Нижче розглядаються $2k$-регулярні графи лише для $k=2$.

Щоб побудувати граф $\theta(H,F)$, у графі H порядку v виконується підрозбиття кожного ребра з деякої паросполуки F розміру 2 однією вершиною; потім дві нові вершини топологічно склеюються, утворивши вершину a_{v+1} графа $H'=\theta(H,F)$.

Щоб отримати з графа H' знову граф H, досить розклеїти вершину a_{v+1} на дві вершини степеня 2 і замінити ребром кожен ланцюг довжини 2 з вершиною степеня 2 посередині. Утворений таким чином граф H визначається, взагалі кажучи, неоднозначно. Але якщо задано гамільтонів розклад графа H', то вершині a_{v+1} інцидентні по два ребра з кожної компоненти розкладу. Розклеївши a_{v+1} на дві вершини, кожна з яких інцидентна двом ребрам з однієї й тієї ж компоненти розкладу, і замінивши ці два ребра одним ребром з компоненти з тим же номером, отримаємо єдиний граф H і його гамільтонів розклад.

Описане вище перетворення графа H' в H можна здійснити й так: видалити з H' зірку з центром в a_{v+1}, а потім приєднати до графа $H' \setminus \{a_{v+1}\}$ [1] відповідну паросполуку F розміру 2. Якщо задано гамільтонів розклад графа H', то в графі $H' \setminus \{a_{v+1}\}$ є лише дві вершини, кожна з яких інцидентна одному ребру з першої компоненти розкладу графа H' (їх з’єднаємо ребром з першої компоненти) і дві вершини, кожна з яких інцидентна одному ребру з другої компоненти розкладу графа H' (їх з’єднаємо ребром з другої компоненти). Отриманий таким чином гамільтоново розкладений граф H однозначно визначається графом H', його гамільтоновим розкладом і вершиною a_{v+1}. Введемо позначення $H = \theta^{-1}(H', a_{v+1})$.

Розглянемо гамільтоново розкладений граф H' порядку $v > 6$. Видалити з H' зірку $\{a_v\}$ завжди можливо, якою б не була будова графа H' і нумерація його вершин. Але приєднати паросполуку вказаним вище чином до графа $H' \setminus \{a_v\}$ не завжди можливо.

Позначимо через G_v підграф, породжений оточенням [5] вершини a_v графа H'. G_v – граф порядку 4. Існує всього 11 попарно неізоморфних графів порядку 4.

Лема 1. *Граф* G_v *не ізоморфний ні* K_4 *ні* K_4^-.

Лема 2. *Якщо* $G_v = \overline{K}_4$, то існує гамільтоново розкладений граф $\theta^{-1}(H', a_v)$.

Лема 3. *Якщо* G_v *має лише одне ребро або є паросполукою або ланцюгом* P_4, *то в* H' *знайдеться вершина a на віддалі* $d \le 2$ *від* a_v, *така, що існує гамільтоново розкладений граф* $\theta^{-1}(H', a)$.

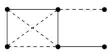
Лема 4. *Якщо* $G_v = K_3 + K_1$, *то в графі* H' *може і не існувати вершини a, для якої існував би гамільтоново розкладений граф* $\theta^{-1}(H', a)$.

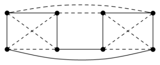
Лема 5. *Якщо граф* G_v *ізоморфний деякому з чотирьох графів порядку* 4, *про які не йдеться в лемах* 1–4, *то в* H' *знайдеться вершина a на віддалі* $d \le 1$ *від* a_{v+1}, *така, що існує гамільтоново розкладений граф* $\theta^{-1}\left(H', a\right)$.

Лема 6. *Якщо для кожної вершини графа* H' *підграф, породжений її оточенням, ізоморфний графу* $K_3 + K_1$, *то, незалежно від нумерації вершин графа* H', *не існує графа* $\theta^{-1}\left(H', a_v\right)$.

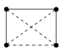
Справді, до графа $K_3 + K_1$ не можна приєднати ніякої паросполуки розміру 2, щоб отримати звичайний граф порядку 4.

Лема 7. *Існують графи, для яких виконуються умови леми* 6.

Наприклад, умови леми 6 виконуються для кожної замкнутої мережки [6] порядку $4t$, $t = 2,3,\ldots,m,\ldots$ з періодом .

 – найменша з таких мережок $(t = 2)$.

Назвемо *основним* будь-який гамільтоново розкладний граф, для кожної вершини якого підграф, породжений її оточенням, ізоморфний графу $K_3 + K_1$.

Якщо в будь-якому розкладеному на гамільтонові цикли C і C' графі H порядку t замінити кожну вершину на розкладений на два гамільтонові ланцюги граф K_4: ; кожен кінець *a* ребра з цикла C графа H склеїти з кінцем відповідного гамільтонового ланцюга графа K_4, яким замінено вершину *a*; кінець *a* другого ребра з C – з другим кінцем того ж ланцюга; те саме зробити і для C', то отримаємо основний гамільтоново розкладений граф порядку $4t$. (Не має значення, до якого з двох кінців гамільтонового ланцюга графа K_4 приклеїти кінець *a* ребра графа H, бо перестановка кінців гамільтонового ланцюга графа K_4 є автоморфізмом графа K_4).

Теорема. *Довільний гамільтоново розкладний* 4*-регулярний граф належить до деякої множини* $R_{4,\theta}$, *в якій графом найменшого порядку є* K_5 *або деякий основний гамільтоново розкладний граф.*

Зауваження. *Довільний гамільтонів розклад графа з будь-якої множини* $R_{4,\theta}$ *є продовженням* [3] *деякого гамільтонового розкладу графа* K_5 *або основного гамільтоново розкладного графа.*

ПОСИЛАННЯ

[1] Донец Г. А., Петренюк А. Я. Экстремальные покрытия графов. Кіровоград, *«Комбінаторні конфігурації»,* 2009.

[2] Харари Ф. *Теория графов.* М., «Мир», 1973.

[3] Шевченко К. М. Побудова ізоморфізмів деяких 4-регулярних гамільтоново розкладних графів, *Матеріали 11-го Міжвузівського науково-практичного семінару «Комбінаторні конфігурації та їх застосування»,* 15-16 квітня 2011 р., м. Кіровоград, ст. 194-198.

[4] Шевченко К. М. Побудова ізоморфізмів деяких 6-регулярних гамільтоново розкладних графів, *Матеріали 13-го Міжвузівського науково-практичного семінару «Комбінаторні конфігурації та їх застосування»,* 13-14 квітня 2012 р., м. Кіровоград.

[5] Емеличев В. А., Мельников О. И., Сарванов В. И., Тышкевич Р. И. *Лекции по теории графов.* М., «Наука», 1990.

[6] Приходькін М. О., Петренюк А. Я. Про чарівну силу графів-мережок, *Матеріали 3-го та 4-го Міжвузівських науково-практичних семінарів «Комбінаторні конфігурації та їх застосування»*, 19-20 квітня, 18-19 жовтня 2007 р., м. Кіровоград, ст. 71-72.

УДК 512.552.1

НЕТЕРОВІ БАГАТОРЯДНІ КІЛЬЦЯ

Ю. В. ЯРЕМЕНКО

Розглянуто властивості нетерових багаторядних кілець та їх сагайдаків.

There we describe the property of noetherian multiserial rings and their quiver.

В статті розглядаються асоціативні кільця з $1 \neq 0$.

Кільце A називається *напівдосконалим,* якщо факторкільце A/R артинове і ідемпотенти можна піднімати за модулем радикала Джекобсона R [1].

Ідемпотенти можна піднімати за модулем R, якщо для будь-якого елемента $u \in A$, для якого $u^2 - u \in R$ існує елемент $e^2 = e \in A$ такий, що $e - u \in R$ (тобто існує ідемпотент в кільці A конгруентний з u за модулем R).