

УДК 62-868+621.313.33+534.1

РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ З АСИНХРОННИМ ЕЛЕКТРОДВИГУНОМ НА КОМП'ЮТЕРІ

З.Ю. ФІЛЕР, В.В. МЕЛЬНИК

Сформульовані рівняння коливальної системи сумісно з двигуном. Розв'язані точні рівняння механіки, без використання статичних і динамічних характеристик. Використовується метод скінченних різниць.

In article defined an equation of the oscillation system with an engine. Here the equation without static and dynamical characteristics solved. The method of finite differences was used.

У роботах Кононенка В.О., учня Боголюбова М.М., вивчалися коливання механічної системи з неідеальним двигуном [1]. При цьому використовувалася статична характеристика двигуна типу $M = a - b\phi$. Тут ігнорувалися електромагнітні процеси у двигуні. У цій роботі враховуються зміни потокозчеплень в обмотках статора та ротора, які виникають при взаємодії механічної системи з двигуном.

Математичною моделлю цієї взаємодії є система рівнянь [2]

$$\begin{cases} z' = u; \\ \phi' = v; \\ u' = v^2 \cos(\phi) - \beta u - \omega^2 z + v' \sin(\phi); \\ v' = \alpha(\mu - h v^2 + q \sin(\phi) + u'(\delta \cos(\phi) + \lambda \sin(\phi))); \\ \mu = k_0(\psi_{r1}\psi_{s2} - \psi_{s1}\psi_{r2}), \\ \begin{cases} \psi'_{s1} = 1 - \rho_s(\psi_{s1} - k_r\psi_{r1}) + \psi_{s2}; \\ \psi'_{r1} = \rho_r(k_s\psi_{s1} - \psi_{r1}) + s\psi_{r2}; \\ \psi'_{s2} = -\rho_s(\psi_{s2} - k_r\psi_{r2}) - \psi_{s1}; \\ \psi'_{r2} = \rho_r(k_s\psi_{s2} - \psi_{r2}) - s\psi_{r1}; \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

де безрозмірні величини z - вектор переміщень, u - швидкість робочого органу, ϕ - кут повороту ротора асинхронного електродвигуна, v - його кутова швидкість, μ - момент двигуна, ψ_{s1} , ψ_{s2} - дійсна та уявна складові потокозчеплення статора, ψ_{r1} , ψ_{r2} - ротора; $k_0, k_s, k_r, \rho_s, \rho_r$ - сталі, які залежать

від характеристик двигуна, $s = 1 - v$ - ковзання ротора. Функції залежать від безрозмірного часу $\tau = t\omega_0$, де ω_0 - частота змінного струму, що живить двигун.

Було проведено за допомогою програми Maple 14 розв'язання системи (1) з параметрами двигуна, взятими з роботи [2]

$$k_0 = 6,76; \rho_s = 0,122; \rho_r = 0,268; k_s = 0,954; k_r = 0,931.$$

Параметр α залежить від моменту інерції обертальної системи, пов'язаної з ротором двигуна. Коефіцієнти h і q моменту враховують зв'язок сили опору обертанню ротора з кутовою швидкістю; коефіцієнти δ і λ характеризують вібраційні властивості системи. Власна частота коливальної системи - ω . Вибрані $\alpha = 5.6 \cdot 10^{-4}$, $\beta = 0.016$, $h = 0.32$, $q = 1.53$, $\delta = 5.03 \cdot 10^{-3}$, $\lambda = 6.92$, $\omega = 0.25$; такі константи пропонуються в роботі [3].

Рівняння (1) незручні для чисельного розв'язування на комп'ютері,

$$\begin{aligned} u' &= v^2 \cos(\varphi) - \beta u - \omega^2 z + v' \sin(\varphi); \\ v' &= \alpha(\mu - h v^2 + q \sin(\varphi) + u'(\delta \cos(\varphi) + \lambda \sin(\varphi))). \end{aligned}$$

Кожне з цих рівнянь містить u' і v' ; щоб виправити це, потрібно розв'язати цю систему відносно u' і v' , для спрощення викладок введемо додаткові функції:

$$\begin{aligned} f_1 &:= v^2 \cos(\varphi) - \beta u - \omega^2 z; \\ f_2 &:= \alpha(\mu - h v^2 + q \sin(\varphi)); \\ \Delta &:= 1 - \alpha(\delta \cos(\varphi) + \lambda \sin(\varphi)) \sin(\varphi); \end{aligned}$$

тут Δ - визначник системи. Розв'язавши систему лінійних алгебраїчних рівнянь методом Крамера, отримаємо:

$$\begin{aligned} u' &= \frac{f_1 + f_2 \sin(\varphi)}{\Delta}; \\ v' &= \frac{\alpha(\delta \cos(\varphi) + \lambda \sin(\varphi)) f_1 + f_2}{\Delta}. \end{aligned}$$

Кожне з них – диференціальне рівняння першого порядку, розв'язане відносно похідної.

Зазвичай ці рівняння не розв'язують, а замінюють в правих частинах φ'' на 0, а z'' на $-\omega^2 z$, чим знижують точність моделі. При цьому можна утворювати наступне наближення, замінюючи φ'' і z'' їхніми значеннями на попередньому кроці.

Вибрані нульові початкові умови, які передбачають нульові струми в обгортках ротора і статора, нульову початкову швидкість. Початкові умови для положення робочого органу і фази обертання ротора вибрані теж нульовими, але можна досліджувати системи з ненульовими початковими фазами.

Сучасна комп'ютерна техніка дала можливість розв'язати рівняння, не використовуючи поняття статичних та динамічних характеристик двигуна [1,2] та застосовувати наближені асимптотичні методи [3].

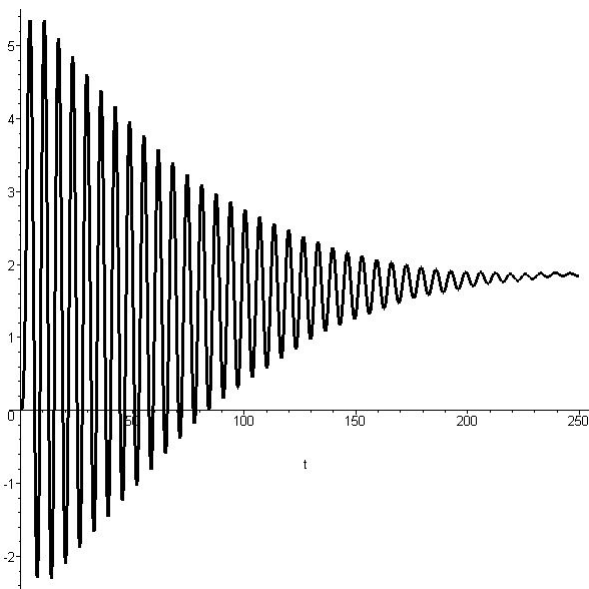


Рис. 1. Зміна обертового моменту

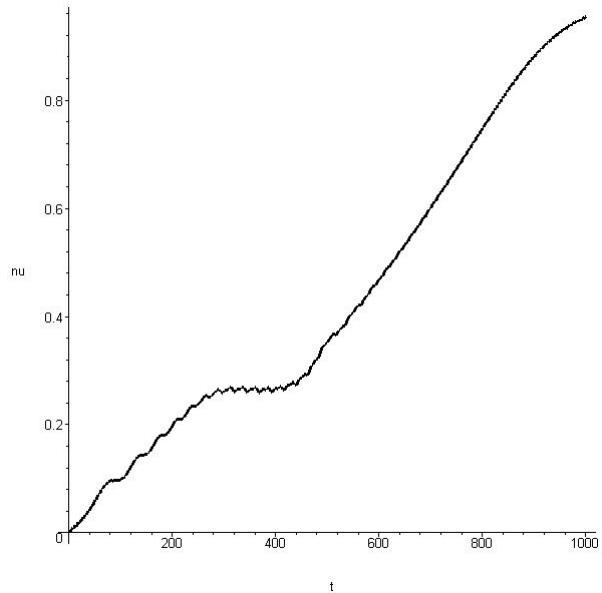


Рис. 2. Зміна кутової швидкості (а)

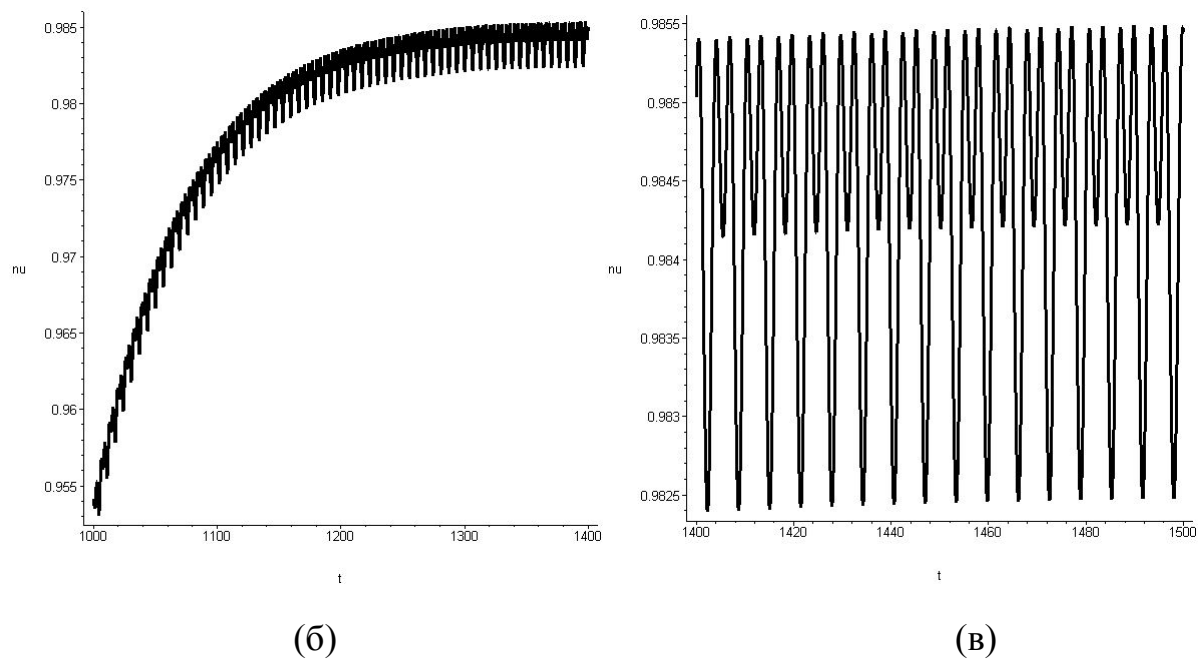


Рис. 2. Зміна кутової швидкості

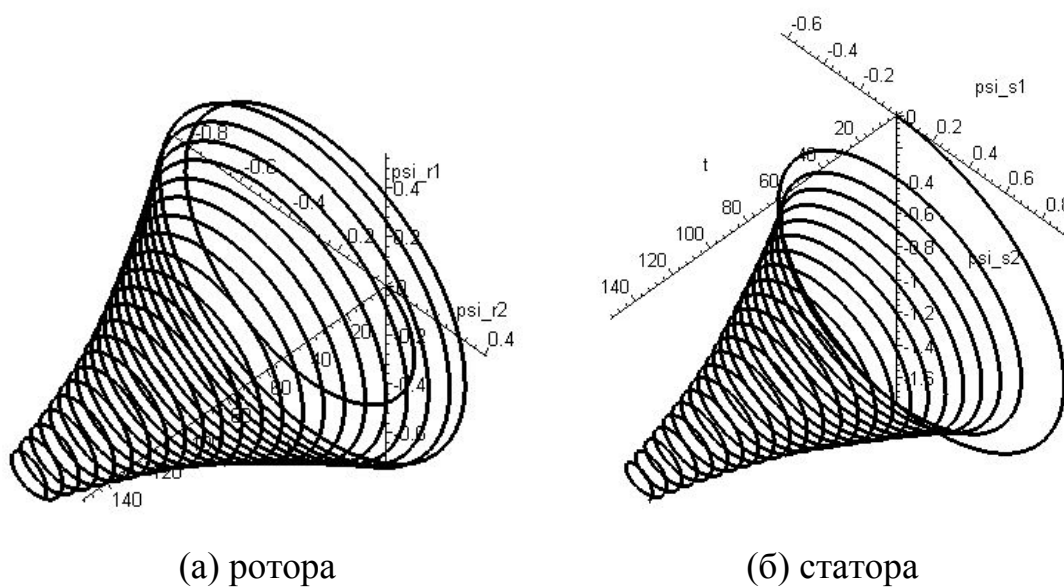


Рис. 3. Зміна комплексних потокозчеплень

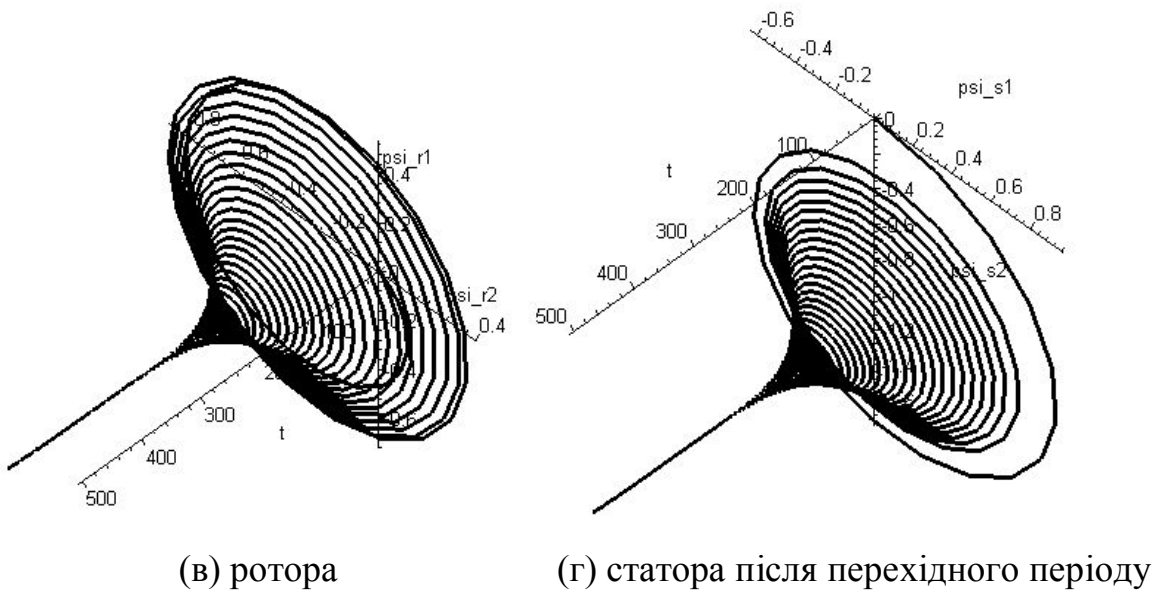


Рис. 3. Зміна комплексних потокозчеплень

На рис. 1 зображено графік моменту двигуна μ ; на графіку видно, що на початку роботи двигун проходить перехідний процес, що триває приблизно 40 періодів коливання напруги, в якому значення моменту сильно змінюється. На рис. 2а зображено графік кутової швидкості ротора ν . При переході через резонанс механічної системи, після стабілізації моменту майже вся потужність двигуна витрачається на подолання сил опору в результаті зростання амплітуди, тому двигун не набирає обертів. Після переходу через резонанс двигун продовжує набирати оберти (рис. 2б і рис. 2в), кутова швидкість робить малі бігармонічні коливання навколо значення близького до одиниці в результаті впливу механічної системи на двигун. На рис. 3 показано графіки комплексних потокозчеплень ротора $\psi_r = \psi_{r1} + i\psi_{r2}$ та статора $\psi_s = \psi_{s1} + i\psi_{s2}$, де $i = \sqrt{-1}$. Потокозчеплення стабілізуються і після перехідного періоду $\psi_s \approx 1 + 0i$. Лінія, що огинає графік потокозчеплення, близька до експоненти. Член згасання $-h\nu^2$ з'являється в рівнянні для

обертальної системи, але через взаємодію обертальної і електромагнітної систем затухання передається потокозчепленням.

Висновки.

1. Створений *maple*-документ дає можливість моделювати поведінку електромеханічної системи з асинхронним двигуном з різними параметрами.
2. Були отримані графіки потокозчеплень ротора і статора в тривимірному вигляді, на одній вісі яких - безрозмірний час, на двох інших – дійсна і уявна частини потокозчеплення. Це допоможе дослідникам і студентам уявити поведінку комплексно значної функції дійсного аргументу (часу).
3. Досліджений та наочно зображений процес переходу через резонанс і стабілізація механічної системи.

ПОСИЛАННЯ

- [1] Кононеко В.О. *Колебательные системы с ограниченным возбуждением*. – М.: Наука, 1964. – 254 с.
- [2] Филер З.Е., Хухлович Л.Г. Динамические характеристики асинхронного электродвигателя. *Известия ВУЗов СССР. Электромеханика*. – 1986 №2. – С. 29 – 34.
- [3] Хухлович Л.Г. *Исследование динамики вибрационных систем с учетом электромагнитных процессов в асинхронных двигателях возбудителей колебаний*. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. – Донецк: ДПИ, 1986. – 256 с.

УДК 57.026.4

ВЗАЄМОДІЯ СОНЯЧНИХ МАГНІТНИХ ПОЛІВ З

БІОСФЕРОЮ ЗЕМЛІ

З. Ю. ФІЛЕР, А. С. ЧУЙКОВ

Исследуется гипотеза о влиянии среднегодовых, среднемесячных и суточных колебаний солнечной активности не только на эпидемические, но и на другие различные типы болезней. Выявлены высокие коэффициенты корреляции и