

### Властивості інтегралів

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = F(x) \Big|_a^b$$

$$\int_a^a f(x) dx = 0; \int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

### Таблиця інтегралів

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad n \neq -1; \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$C; \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0);$$

$$\int e^x dx = e^x + C; \int \sin x dx = -\cos x + C;$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C; \quad (a \neq 0)$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + C; \quad (a \neq 0)$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + C; \quad (a \neq 0)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C =$$

$$= -\arccos \frac{x}{a} + C; \quad (a > 0)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln|x + \sqrt{x^2 + a}| + C; \quad (a \neq 0)$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C; \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + C;$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C; \int \frac{dx}{\operatorname{sh}^2 x} = -\operatorname{cth} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| \operatorname{tg} \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C; \int \operatorname{sh} x dx = \operatorname{ch} x + C$$

$$\int \operatorname{ch} x dx = \operatorname{sh} x + C; \int \frac{dx}{\operatorname{ch}^2 x} = \operatorname{th} x + C$$

### Похідні

$$(x^a)' = ax^{a-1}; (a^x)' = a^x \ln a; a > 0;$$

$$(e^x)' = e^x; (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}; (\ln x)' = \frac{1}{x};$$

$$(\sin x)' = \cos x; (\cos x)' = -\sin x;$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}; (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2}; (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

### Рівняння дотичної та нормалі

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) \text{ дотична};$$

$$y = f(x_0) - 1/f'(x_0) \cdot (x - x_0) \text{ нормаль}$$

### Властивості степенів і корнів

$$(abc)^n = a^n b^n c^n; \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; a^m a^n = a^{m+n};$$

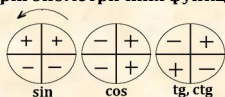
$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}; \sqrt[n]{a} = a^{1/n}; \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{abc \dots}} = \sqrt[m \cdot n]{a \cdot b \cdot c \dots}; (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

### Формули зведення

$x$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$
$\sin x$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$
$\cos x$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$
$\operatorname{tg} x$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$
$\operatorname{ctg} x$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$

### Знаки тригонометричних функцій



$$\text{Геометрична прогресія } b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

$$\frac{b_n}{b_{n-1}} = \frac{b_{n+1}}{b_n}, b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}; S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}$$

### Арифметична прогресія

$$a_n = a_{n-1} + d = a_1 + (n-1)d;$$

$$a_n - a_{n-1} = a_{n+1} - a_n$$

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

### Властивості логарифмів $\log_a 1 = 0;$

$$\log_a (x_1 \cdot x_2) = \log_a |x_1| + \log_a |x_2|;$$

$$\log_a \left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \log_a |x_1| - \log_a |x_2|;$$

$$\log_a x^p = p \log_a x; \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a};$$

$$\log_a a^q x = \frac{1}{q} \log_a x; \lg 10^n = n; \ln e^n = n$$

### Корені квадратного рівняння та теорема Вієта

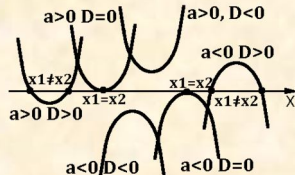
$$ax^2 + bx + c = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \begin{cases} x_1 + x_2 = -b/a \\ x_1 \cdot x_2 = c/a \end{cases}$$

### Парабола $y = ax^2 + bx + c;$ вершини

$$x_0 = -\frac{b}{2a}; y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{D}{4a};$$

$$\text{дискримінант } D = b^2 - 4ac$$



Напрямок гілок параболи та наявність коренів квадратного рівняння

Кіровоградський державний педагогічний університет ім. В. Винниченка

Спеціальність

# СТАТИСТИКА

Спеціалізації:

- #1 Фінансова, страхова та комп'ютерна статистика,
- #2 Інформаційні технології в економіко-статистичних дослідженнях

#	Сертифікати ЗНО	ваги
1	математика	0.3
2	українська мова	0.3
3	іноземна мова або географія або фізика	0.3
4	середній бал атестата	0.1

Прогнозуй свою фортуна!



www.kspu.kr.ua

### Тригонометричні тотожності

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1; \operatorname{tga} = \frac{\sin a}{\cos a}; \operatorname{ctga} = \frac{\cos a}{\sin a};$$

$$\operatorname{tg}^2 a + 1 = \frac{1}{\cos^2 a}; \operatorname{ctg}^2 a + 1 = \frac{1}{\sin^2 a}$$

$$\operatorname{tga} \cdot \operatorname{ctga} = 1$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \sin a \cdot \sin b$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cdot \cos b + \cos a \cdot \sin b$$

$$\operatorname{tg}(a + b) = \frac{\operatorname{tga} + \operatorname{ctgb}}{1 - \operatorname{tga} \cdot \operatorname{ctgb}}; \operatorname{tg}(a - b) = \frac{\operatorname{tga} - \operatorname{ctgb}}{1 + \operatorname{tga} \cdot \operatorname{ctgb}}$$

$$\sin a + \sin b = 2 \sin \frac{1}{2}(a + b) \cdot \cos \frac{1}{2}(a - b)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \sin \frac{1}{2}(a - b) \cdot \cos \frac{1}{2}(a + b)$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{1}{2}(a + b) \cdot \cos \frac{1}{2}(a - b)$$

$$\cos a - \cos b = -2 \sin \frac{1}{2}(a - b) \cdot \sin \frac{1}{2}(a + b)$$

$$\sin a \cdot \sin b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) - \cos(a + b))$$

$$\cos a \cdot \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a - b) + \cos(a + b))$$

$$\sin a \cdot \cos b = \frac{1}{2}(\sin(a - b) + \sin(a + b))$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a; \cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a; \cos 2a = 2 \cos^2 a - 1;$$

$$\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \operatorname{tga}}{1 - \operatorname{tg}^2 a}; \operatorname{tg}^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{1 + \cos 2a};$$

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}; \cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2};$$

$$\sin^3 a = \frac{1}{4}(3 \sin a - \sin 3a);$$

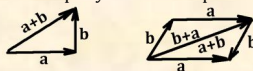
$$\cos^3 a = \frac{1}{4}(\cos 3a + 3 \cos a)$$

### Дії над векторами

$$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1), \vec{b} = (x_2, y_2, z_2)$$

### Сума та різниця двох векторів

Правила трикутника та паралелограма



$$\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$$

$$\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2, z_1 - z_2)$$

Множення вектора  $\vec{a}$  на скаляр  $\lambda$  (число):

$$|\lambda \vec{a}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}|; \lambda \vec{a} = (\lambda x_1, \lambda y_1, \lambda z_1)$$

Властивості лінійних операцій

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}; (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c});$$

$$\lambda_1 \cdot (\lambda_2 \cdot \vec{a}) = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \vec{a}; (\lambda_1 + \lambda_2) \cdot \vec{a} = \lambda_1 \cdot \vec{a} + \lambda_2 \cdot \vec{a}; \lambda \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \lambda \cdot \vec{a} + \lambda \cdot \vec{b}$$

$$\vec{a} + \lambda_2 \cdot \vec{a}; \lambda \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \lambda \cdot \vec{a} + \lambda \cdot \vec{b}$$

$$\text{Довжина вектора } |\vec{a}| = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

Напрямні косинуси вектора  $\vec{a}$ :

$$\cos \alpha = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}}; \cos \beta = \frac{y_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}};$$

$$\cos \gamma = \frac{z_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}};$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

$$\text{Колінеарність векторів } \vec{a} \text{ і } \vec{b}: \frac{x_1}{x_2} = \frac{y_1}{y_2} = \frac{z_1}{z_2}$$

### Скалярний добуток векторів $\vec{a} \cdot \vec{b}$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$$

Властивості скалярного добутку

$$\vec{a} \vec{b} = \vec{b} \vec{a}; \vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \vec{b} + \vec{a} \vec{c};$$

$$\lambda \vec{a} \vec{b} = \lambda(\vec{a} \vec{b}) = \vec{a} \vec{b}$$

### Векторний добуток $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \varphi$$

### Мішаний (скалярно-векторний) добуток

векторів  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  це  $[\vec{a} \times \vec{b}] \vec{c}$

[www.kspu.kr.ua](http://www.kspu.kr.ua)

### Площа та периметр трикутника

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma; S = \frac{1}{2} hc; p = \frac{1}{2}(a + b + c)$$

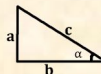
$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

### У прямокутному трикутнику

$a^2 + b^2 = c^2$  теорема Піфагора

$$a = c \sin \alpha; b = c \cos \alpha;$$

$$a = b \operatorname{tg} \alpha$$



### У довільному трикутнику

$$\frac{\sin \alpha}{a} = \frac{\sin \beta}{b} = \frac{\sin \gamma}{c}$$

теорема синусів

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

теорема косинусів

Центр вписаного кола - на перетині бісектрис;

центр описаного - серединних перпендикулярів

### Радіуси описаного $R$ та вписаного $r$ кіл

$$\text{у трикутник } R = \frac{abc}{4S}; r = \frac{2S}{a+b+c}$$

### у правильні багатокутники

$$n = 3; R = \frac{a}{\sqrt{3}}; r = \frac{a}{2};$$

$$n = 4; R = \frac{a}{\sqrt{2}}; r = \frac{a}{2};$$

$$n = 6; R = a; r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

### Об'єми та площі бічної поверхні

$$V = SH \text{ призма}; V = \frac{1}{3}SH \text{ піраміда}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{\text{бок}} = 2\pi RH \\ V = \pi R^2 H \end{array} \right. \text{циліндр}; \left\{ \begin{array}{l} S_{\text{бок}} = \pi Rl \\ V = \frac{1}{3}\pi R^2 H \end{array} \right. \text{конус}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S = 4\pi R^2 \\ V = \frac{4}{3}\pi R^3 \end{array} \right. \text{куля}; \left\{ \begin{array}{l} S = 2\pi RH \\ V = \pi H^2 \left(R - \frac{H}{3}\right) \end{array} \right. \text{сегмент кулі}$$

### Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3;$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2);$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

### Елементи теорії ймовірностей

Імовірність події  $A$  рівна  $P(A) = m/n$ ,

де  $m$ -к-ть сприятливих випробувань,

$n$ - кількість всіх випробувань.

$$P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n$$

перестановки

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - m + 1)$$

розміщення

$$C_n^m = \frac{n!}{(n-m)! \cdot m!} \text{ комбінації}$$

Для вибірки  $x_1, x_2, \dots, x_n$ :

середнє:  $\bar{x} = (x_1 + x_2 + \dots + x_n)/n$ ;

мода: те  $x_i$ , яке зустрічається найчастіше;

медіана рівна:

$$(x_n + x_{n+1})/2, \text{ якщо } x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2n}$$

$$x_n, \text{ якщо } x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{2n-1}$$